

ÉCOLE POLYTECHNIQUE FÉDÉRALE DE LAUSANNE

Traité d'Électricité

PUBLIÉ SOUS LA DIRECTION DE JACQUES NEIRYNCK

VOLUME I

INTRODUCTION À L'ÉLECTROTECHNIQUE

Frédéric de Coulon
et Marcel Jufer



PRESSES POLYTECHNIQUES ET UNIVERSITAIRES ROMANDES

TRAITÉ D'ÉLECTRICITÉ

DE L'ÉCOLE POLYTECHNIQUE FÉDÉRALE DE LAUSANNE
PUBLIÉ SOUS LA DIRECTION DE JACQUES NEIRYNCK

VOLUME I

INTRODUCTION À L'ÉLECTROTECHNIQUE

par Frédéric de Coulon
et Marcel Jufer



PRESSES POLYTECHNIQUES ET UNIVERSITAIRES ROMANDES

INTRODUCTION AU TRAITÉ D'ÉLECTRICITÉ

Ce Traité a pour objectif d'exposer l'ensemble des connaissances de base nécessaires à l'ingénieur électricien de niveau universitaire. L'ampleur et la difficulté de la tâche empêchaient qu'un seul auteur l'entreprenne. Aussi la rédaction d'un ouvrage aussi ambitieux exigeait la collaboration de nombreux spécialistes : ceux-ci ont bien voulu se plier à une discipline permettant de rédiger un ouvrage cohérent tant au niveau de la présentation que de son inspiration.

Le thème central est l'application de l'électricité dans le domaine industriel. Durant les dernières années, les techniques recourant à l'électricité se sont multipliées. En conséquence, les méthodes de l'ingénieur électricien ont acquis une puissance et une complexité à la mesure des dispositifs à étudier. Simultanément, ces méthodes se sont distinguées de plus en plus nettement de celles utilisées par les physiciens. Il n'est donc pas exagéré de conclure à l'émergence d'une discipline neuve et originale, que le présent Traité se propose précisément d'exposer.

Pour ordonner la variété des méthodes utilisées par l'ingénieur électricien, le concept le plus adéquat est celui de modèle. Avant de construire un dispositif, l'ingénieur l'étudie toujours sur le papier, c'est-à-dire qu'il prévoit le comportement physique à partir d'équations, de règles empiriques, d'abaques, de dessins, ainsi que de son expérience et de son intuition. Ces deux dernières ressources ont traditionnellement occupé une place très importante; elles sont du reste irremplaçables puisqu'elles seules distinguent l'ingénieur d'un programme d'ordinateur.

Néanmoins, la rapidité d'évolution des techniques électriques rend l'expérience désuète au bout de quelques années; la complexité croissante des dispositifs diminue l'importance de l'intuition ou même transforme celle-ci en une source d'erreurs. Ainsi, ni l'expérience, ni l'intuition d'un homme ne lui permettraient de concevoir sans autres aides un ordinateur, un réseau de télécommunications ou une centrale électrique, qui ait les performances exigées actuellement.

Le modèle, sur lequel travaille l'ingénieur, perd donc de plus en plus son caractère verbal, intuitif et personnel. Il devient explicite et rigoureux. Le recours à un savoir-faire presque artisanal, transmis oralement dans les bureaux d'études, cède le pas à un savoir, qu'il devient temps de rassembler et de transmettre.

* * *

En fait, l'ingénieur électricien n'emploie pas un seul modèle, mais une hiérarchie de modèles. C'est la seule façon d'aborder la conception d'un système aussi complexe qu'un ordinateur par exemple. En principe, le fonctionnement de nombreux dispositifs électriques peut toujours se ramener à l'application des équations de Maxwell; il est cependant humainement impossible de comprendre la conception d'un ordinateur en se

cantonnant à un niveau aussi théorique. La principale qualité d'un modèle utilisé par un ingénieur n'est pas d'être le plus fidèle à la réalité expérimentale; il lui faut au contraire être aussi simple que possible sans négliger aucun des facteurs importants.

Ce dilemme entre la simplicité et l'adéquation peut être illustré en évoquant la relation qui existe entre une contrée et les cartes que l'on peut en dresser. Les renseignements nécessaires à l'urbaniste, au géologue, au promeneur pédestre, à l'automobiliste ou au pilote d'avion ne sont pas les mêmes : ce qui convient à l'un serait trop détaillé et inutilisable pour l'autre. Choisir entre plusieurs modèles est donc une tâche essentielle.

La hiérarchie des modèles utilisés par l'ingénieur électricien est ordonnée en fonction de la fidélité à la réalité expérimentale. Au fur et à mesure que l'on monte dans l'échelle, on prend en considération de moins en moins de phénomènes, mais on peut traiter des systèmes comportant un nombre croissant de composants. En principe, un modèle constitue un cas particulier de celui qui le précède dans l'échelle : on a opéré certaines hypothèses simplificatrices.

* * *

Niveau 0 : physique de l'état solide. Ce modèle est essentiel pour l'analyse des propriétés électriques et magnétiques de la matière. Il s'appuie sur les lois de la mécanique quantique et mène essentiellement à la description de bandes d'énergie et au calcul de leur degré d'occupation. Ce modèle explique par exemple les propriétés fondamentales d'un semiconducteur : conductivité, dépendance de la température.

Niveau 1 : électromagnétisme. Ce modèle est essentiel pour l'analyse des dispositifs travaillant aux hyperfréquences et celle des dispositifs électromagnétiques. Il s'appuie sur les relations de Maxwell et fait appel à la théorie mathématique des équations aux dérivées partielles. Ce modèle ne permet plus d'analyser l'influence d'un atome; les corps sont, à un niveau plus macroscopique, décrits par leurs dimensions, leur permittivité, leur conductibilité, leur perméabilité, etc... On peut calculer le champ électrique, la répartition des charges. A signaler un cas particulier important, la théorie des lignes, qui ne fait plus intervenir qu'une seule dimension.

Niveau 2 : théorie des circuits. Ce modèle est essentiel pour l'analyse des dispositifs électrotechniques dans le cas très courant où les dimensions du dispositif sont largement inférieures à la longueur d'onde du phénomène étudié. Ce modèle s'appuie sur les lemmes de Kirchhoff et la définition d'une demi-douzaine d'éléments discrets, résistance, capacité, source, etc... Il n'y a plus de géométrie dans un tel modèle, mais seulement une topologie. On peut calculer le courant et la tension, grandeurs scalaires, alors que les champs n'ont plus de sens. Les techniques mathématiques sont celles des équations différentielles ordinaires, transformation de Laplace, calcul matriciel, etc...

Niveau 3 : schémas fonctionnels. A ce niveau, on ne tient plus compte de courants ou de tensions, ni a fortiori de la géométrie du système. Celui-ci est constitué par la connexion de blocs remplissant des fonctions caractérisées par des relations entre grandeurs de sortie et d'entrée. Plusieurs schémas fonctionnels existent à ce niveau selon le type d'application. Citons à titre d'exemple :

- systèmes logiques. Les grandeurs sont binaires, les blocs fonctionnels sont des opérateurs logiques réalisant les fonctions ET, OU, NON. L'algèbre de Boole est l'outil mathématique le plus utilisé. Selon que le temps intervient ou non, on parle de systèmes séquentiels ou combinatoires.

- **Circuits de télécommunications.** Les grandeurs sont soit des signaux continus, soit des grandeurs binaires; les blocs fonctionnels sont des modulateurs, oscillateurs, filtres, etc... Une méthode mathématique couramment utilisée est l'analyse de Fourier.

Niveau 4 : systèmes. A ce niveau, on schématise en un bloc fonctionnel un ensemble de blocs du niveau 3. Un ordinateur est par exemple une interconnexion de différents systèmes logiques réalisant chacun une fonction particulière : mémoires, organes d'entrée et de sortie, processeurs. Comme l'ordinateur contient des milliers de systèmes logiques, il n'est pas rationnel de l'étudier au niveau 3. Il y a entre ces niveaux une différence plus quantitative que qualitative.

Niveau 5 : logiciel. A partir de ce niveau, l'ingénieur n'ajoute plus de dispositifs supplémentaires, ne les combine plus en des systèmes plus vastes, mais il se contente de programmer la machine. Les méthodes théoriques se rapprochent davantage de la linguistique que de la mathématique.

* * *

Le problème est moins de savoir à quel niveau se situer que d'apprendre quelles sont les *limites* du modèle. Le contexte, l'expérience, voire le bon sens, imposent le modèle, mais on est tenté de superposer à ses propriétés intrinsèques d'autres qui proviennent des modèles voisins ou encore de l'expérience physique. C'est ce que l'on appelle dans le jargon technique "raisonner physiquement". Cette méthode peu rigoureuse mène facilement à des contresens.

Une bonne approche de ce problème est de présenter des cas limites, analysables simultanément dans les deux modèles voisins et de montrer ce que le modèle plus raffiné apporte en plus. C'est l'endroit de mettre en valeur les hypothèses simplificatrices et l'appauvrissement qui en résulte.

Une autre approche consiste à présenter des paradoxes, énoncés apparemment rigoureux qui débouchent cependant sur des résultats absurdes parce que l'on a "raisonné physiquement" (paradoxe des deux condensateurs, non causalité du filtre idéal, etc...). En réalité, on a mal raisonné sur une formule mathématique qui ne tient pas compte de *toutes* les propriétés physiques.

Par ailleurs, il est très important de montrer ce que les modèles ont en commun. Par exemple, la conservation de l'énergie régit les niveaux 0 à 2. Il ne s'agit pas d'un postulat unique, mais d'une propriété que l'on peut déduire des différentes équations fondamentales : ce qui résulte d'une simple sommation au niveau 2 requiert une intégrale de surface au niveau 1. Il est intéressant de recenser systématiquement les propriétés importantes (passivité, causalité, stabilité, linéarité, etc...), de montrer pour quels niveaux elles sont pertinentes et quelles formes elles y adoptent.

* * *

Entre les modèles utilisés par le physicien et ceux de l'ingénieur, il y a une différence fondamentale qui résout en partie le dilemme, évoqué plus haut, entre la simplicité et l'adéquation. En technique, ce dilemme est en partie levé parce que l'art de l'ingénieur ne s'applique pas à un donné physique intangible, mais bien à des dispositifs artificiels que l'invention de l'homme peut concevoir dans le but de se rapprocher du modèle autant que possible.

A titre d'exemple, la loi d'Ohm permet d'étudier l'effet résistif d'un conducteur sous sa forme la plus simple; elle postule que la tension et le courant sont proportionnels, avec un facteur de proportionnalité constant appelé résistance. Sauf précautions spéciales, dans un circuit électrique, cet effet est inextricablement lié aux phénomènes d'emménagement d'énergie magnétique ou électrique. Cependant, par une technologie adéquate, on parvient à faire dominer le phénomène résistif. Dans ce processus, le concept mathématique de résistance a engendré un composant physique, tellement proche de l'idéal qu'une corruption de langage, très symptomatique, les désigne en français tous deux du même nom.

Ainsi l'art de l'ingénieur consiste à construire des dispositifs coïncidant de très près avec leurs modèles lorsque l'étude théorique de ceux-ci a démontré l'intérêt technique de ceux-là. Là où le physicien tâtonne avec plusieurs clés pour ouvrir ce qu'il espère être une serrure, l'ingénieur construit une serrure en fonction de la clé qu'il tient en main.

Ceci montre que le but ultime de l'ingénieur est toujours la *synthèse* (c'est-à-dire la conception d'un dispositif à construire) et non l'*analyse* (c'est-à-dire l'étude d'un dispositif existant). Cette dernière n'est qu'un exercice préalable, qui délimite la classe des dispositifs présentant un comportement souhaitable. Ce mouvement de va-et-vient entre l'analyse et la synthèse est propre à l'ingénieur : il faut qu'il apparaisse très clairement à l'esprit de l'étudiant.

* * *

Ce qui précède justifie la conception de ce Traité.

Le volume I constitue une introduction à l'électrotechnique. Il passe en revue les lois fondamentales de l'électricité et il indique les différentes applications de celle-ci. Ce volume est en somme un carrefour où l'on essaie de donner une idée d'ensemble de ce qui va suivre sans trop s'embarrasser de détails ou d'excès de rigueur. Il a un but essentiellement pédagogique : assurer une transition pour le débutant avant que celui-ci aborde le développement approfondi des volumes ultérieurs. Vient ensuite un premier groupe de cinq volumes (vol. II à VI) qui est consacré à l'étude de la hiérarchie des modèles couvrant les niveaux 0 à 3. Le volume II (Matériaux de l'électrotechnique) couvre le niveau 0, le volume III (Electromagnétisme) étudie le niveau 1, le volume IV (Théorie des réseaux de Kirchhoff) est consacré au niveau 2, les volumes V (Analyse et synthèse des systèmes logiques) et VI (Analyse et traitement des signaux) se situent au niveau 3.

Comme un modèle est en fait une représentation mathématique de la réalité expérimentale, il est opportun d'adopter, dans ce groupe de volumes, une démarche axiomatique. D'un petit nombre de postulats, propres à chaque modèle, clairement désignés comme tels, on déduit un grand nombre de résultats sans recourir au *deus ex machina* de la prétendue intuition physique.

Bien entendu, cette formulation rigoureuse ne peut faire perdre de vue l'usage technique des modèles. On indiquera donc en marge de l'exposé théorique, dans des commentaires distincts, quelle est la signification technique de ces résultats. Cet artifice de composition vise à établir clairement dans l'esprit du lecteur un principe méthodologique. Par la force des choses, ces volumes doivent adopter tantôt la rigueur du mathématicien, tantôt le bon sens de l'ingénieur. Il faut cependant pouvoir toujours mesurer à leur juste valeur les assertions énoncées. Si la confusion des genres est ici obligée et du reste féconde, il ne faut pas qu'elle mène à la confusion des idées.

On trouvera peut-être que dans ce difficile compromis, la meilleure part a été faite à la rigueur. Ceci peut se comprendre en réfléchissant à la puissance et à la faiblesse du concept de modèle. Si l'on travaille sur un modèle, c'est pour éviter de nombreuses manipulations expérimentales. Il est plus commode de modifier la valeur d'un coefficient dans une équation que de changer physiquement un composant. Il est moins coûteux d'étudier sur le papier les limites de la dissipation d'énergie dans une machine que de provoquer réellement la destruction de celle-ci.

La puissance de cette méthode suppose que ces opérations soient équivalentes. Si la mesure permet toujours à l'expérimentateur de vérifier la validité d'une manoeuvre, l'utilisateur de modèle n'a pour seule sauvegarde que la rigueur de sa démarche. Aussi est-il dangereux de croire que la mathématique puisse en quelque sorte devenir moins rigoureuse parce qu'elle est utilisée à simuler une situation concrète. Par le fait même qu'une méthode mathématique est dépourvue de rigueur, elle perd sa raison d'être. Elle devient un leurre où l'ingénieur se dupe par l'étalage de théories incertaines et trompeuses.

* * *

Sur cette base vient s'appuyer un second groupe de volumes (vol. VII à X) qui traitent des applications classiques de l'électricité : l'électronique et l'électromécanique. Dans l'un et l'autre cas, le problème consiste à construire des dispositifs remplissant une fonction relativement simple : amplifier, détecter, moduler, transformer l'énergie mécanique en énergie électrique et réciproquement.

Enfin, un troisième groupe de volumes à partir du volume XI traite des systèmes que l'on peut construire en assemblant les dispositifs fonctionnels du deuxième groupe. Il s'agit ici soit des installations de distribution de puissance, soit de réseaux de télécommunications, soit des ordinateurs, etc... La liste des applications est extensible en fonction même du développement de l'électricité.

Ces deux derniers groupes concernent évidemment la formation pratique de l'ingénieur. Il y est fait usage des divers modèles évoqués plus haut en y faisant chaque fois une référence explicite. Le même parti pris de clarté est ici de mise, mais la part de la rigueur est forcément estompée par les considérations économiques ou historiques qui décident en fin de compte les solutions retenues. Ces divers impératifs sont clairement énoncés, de façon à expliquer au lecteur la raison de certains choix.

Jacques Neiryneck

INTRODUCTION AU VOLUME I

Place du volume I dans le Traité d'Electricité

Ce premier volume est une introduction générale au domaine des applications techniques de l'électricité : il permet de se familiariser avec le langage et certaines méthodes de calculs utilisées par les ingénieurs de cette branche.

L'expérience de l'enseignement à de jeunes étudiants entrant dans une université polytechnique montre que ceux-ci n'ont, dans leur majorité, qu'une connaissance livresque des principales lois de l'électricité. La préparation au baccalauréat n'inclut, en général, aucune formation pratique approfondie. Il faut aussi tenir compte de l'extrême diversité des formations acquises, parfois à l'étranger. Il apparaît que beaucoup d'étudiants ont grand peine à identifier ce qu'ils ont appris avec les principes régissant le fonctionnement des dispositifs électriques et électroniques les plus familiers : lumière électrique, sonnerie domestique, chauffage ou cuisson électrique, fusibles, appareils électro-ménagers, appareils de radio ou de télévision, enregistreur à bande magnétique, électrophone, trolleybus, traction électrique, etc.

Le rôle prépondérant d'un premier cours d'électrotechnique doit être à la fois l'apprentissage — ou le rappel — des notions élémentaires d'électricité et l'initiation aux principales applications techniques de cette forme d'énergie.

Cet ouvrage est conçu pour servir de support à un enseignement familiarisant progressivement l'étudiant avec l'art de l'ingénieur électricien par une approche développant à la fois les deux pôles de la formation : méthodologie théorique et habileté expérimentale. Cet objectif n'est atteignable, bien sûr, qu'en complétant l'enseignement théorique par des travaux pratiques de laboratoire.

Il serait agréable de pouvoir présenter, dans un premier cours d'électrotechnique, une introduction à toutes les méthodes de calcul de l'ingénieur électricien et à la hiérarchie complète des modèles qu'il utilise. Ce livre est toutefois destiné au lecteur débutant dont la formation en mathématique et en physique est encore modeste (niveau du baccalauréat). C'est pourquoi nous nous sommes, pour l'essentiel, limités à une brève initiation au calcul des modèles de circuits électriques à éléments localisés, basé sur les lois de Kirchhoff, dont l'emploi est très général lorsque les temps de propagation des phénomènes dans le circuit sont négligeables. Cette approche ne fait appel qu'à des notions élémentaires d'analyse (dérivation et intégration de fonctions) et d'algèbre (opération sur les nombres réels ou complexes). Elle offre également un intérêt pédagogique et méthodologique. Il est, en effet, souhaitable qu'avant d'aborder l'analyse de systèmes électriques par de puissantes méthodes globales, l'étudiant apprenne à résoudre des problèmes d'une complexité modérée en les transcrivant sous forme d'une succession de problèmes plus simples.

Les notions présentées sont celles dont la connaissance fait partie du bagage fondamental de tout ingénieur électricien. Elles fournissent déjà des bases théoriques suffisantes pour pouvoir aborder avec profit un programme progressif d'expériences élémentaires de laboratoire développant le sens de l'observation, l'esprit critique et le savoir-faire expérimental.

Organisation générale du volume I

Ce volume est organisé en quatre parties. La première est constituée par les chapitres 1 à 4 qui forment une introduction générale. Le chapitre 1 est une brève introduction au contexte général de l'électrotechnique (y compris l'électronique) et à son langage spécialisé. Les lois fondamentales de l'électricité, telles qu'elles sont généralement vues dans les études secondaires sont rappelées au chapitre 2. On décrit ensuite les principaux secteurs d'application technique de l'électricité, tant dans le domaine de l'énergie (chap. 3) que dans celui de l'information (chap. 4).

La deuxième partie, qui comprend les chapitres 5 à 9, est une initiation au calcul élémentaire des circuits électriques décrits par le modèle de Kirchhoff. On a cherché ici à développer le bon sens de l'étudiant en montrant, au chapitre 5, comment on passe du dispositif matériel à son modèle mathématique, puis en lui apprenant progressivement à maîtriser les principales méthodes de simplification de circuits (chap. 6). Les chapitres 7, 8 et 9 constituent une présentation relativement classique du calcul des circuits en régimes continu, sinusoïdal monophasé et sinusoïdal triphasé. Ce n'est qu'après avoir maîtrisé ces notions fondamentales que l'étudiant pourra s'aventurer dans le domaine plus complexe de la théorie générale des réseaux (vol. IV) et de l'électromagnétisme (vol. III). On notera que les phénomènes transitoires ne sont pas présentés ici, afin de rendre ce volume accessible au lecteur dont la formation mathématique n'inclut pas encore la théorie des équations différentielles et leur méthode de résolution basée sur la transformée de Laplace. Ce sujet est traité, par contre, dans le volume IV.

Pour compléter cette formation de base dans une optique plus pratique, on a inclus une troisième partie, formée des chapitres 10 et 11, qui est orientée vers la métrologie et la technologie électrique. Cette partie est destinée à faciliter l'accès à l'observation expérimentale et à la construction de dispositifs électriques. Le chapitre 10 est une initiation aux méthodes courantes de mesure électrique et électronique. Il fournit le bagage minimum pour entreprendre des exercices pratiques de laboratoire. Le chapitre 11 donne un aperçu de la technologie des principaux composants électriques. La matière présentée est succincte, mais suffisante toutefois pour mettre en lumière la nature et les limitations des modèles utilisés pour décrire le comportement électrique des composants réels.

La dernière partie est composée des chapitres 12 à 14. Le chapitre 12 propose un bref historique des premières découvertes faites dans le domaine de l'électricité. Les notions indispensables d'algèbre des nombres complexes sont rappelées au chapitre 13. Des annexes diverses sont enfin regroupées au chapitre 14.

Les chapitres 1 à 11, pris dans l'ordre, constituent une séquence normale de lecture. Toutefois, les chapitres 3 et 4, dont le caractère n'est pas fondamental, peuvent être réservés à une lecture ultérieure ou servir à l'organisation de séminaires.

Si des travaux pratiques accompagnent l'acquisition des connaissances théoriques,

la matière présentée dans les chapitres 10 et 11 devra faire l'objet d'une présentation anticipée, introduite au fur et à mesure des besoins.

Le lecteur abordant l'électrotechnique sans connaissance préalable du calcul complexe doit étudier le chapitre 13 avant de lire les chapitres 8 et 9. Inversement, une formation initiale adéquate en physique permet de sauter le chapitre 2.

Conventions

Le Traité d'Electricité est composé de volumes (vol.) repérés par un chiffre romain (vol. V). Chaque volume est partagé en chapitres (chap.) repérés par un nombre arabe (chap. 2). Chaque chapitre est divisé en sections (sect.) repérées par deux nombres arabes séparés par un point (sect. 2.3). Chaque section est divisée en paragraphes (§) repérés par trois nombres arabes séparés par deux points (§ 2.3.11). Les références internes stipulent le volume, le chapitre, la section ou le paragraphe du Traité auquel on renvoie. Dans le cas de la référence à une partie du même volume, on omet le numéro de celui-ci.

Un terme apparaît en *italique maigre* la première fois qu'il est défini dans le texte. Un passage important est mis en évidence lorsqu'il est composé en *italique gras*.

Les équations hors texte sont numérotées continûment par chapitre et repérées par deux nombres arabes placés entre parenthèses et séparés par un point (3.14); une équation est mise en évidence par son numéro imprimé en caractère gras. Les figures et tableaux sont numérotés continûment par chapitre et repérés par deux nombres arabes précédés de Fig. (Fig. 4.12) ou Tableau (Tableau 4.13).

TABLE DES MATIÈRES

	INTRODUCTION AU TRAITÉ D'ÉLECTRICITÉ	v
	INTRODUCTION AU VOLUME I	xi
CHAPITRE 1	ÉLECTROTECHNIQUE	
	1.1 Electrotechnique et société	1
	1.2 Langage de l'électrotechnique	3
CHAPITRE 2	LOIS FONDAMENTALES DE L'ÉLECTRICITÉ	
	2.1 Introduction	9
	2.2 Charge et champ électriques	10
	2.3 Courant électrique : lois d'Ohm, de Joule et de Kirchhoff	18
	2.4 Champ et induction magnétiques, forces électromagnétiques	22
	2.5 Exercices	38
CHAPITRE 3	PRODUCTION, DISTRIBUTION ET UTILISATION DE L'ÉNERGIE ÉLECTRIQUE	
	3.1 Economie énergétique	41
	3.2 Conversion d'énergie électromécanique	50
	3.3 Conversion d'énergie électrique-électrique	61
	3.4 Production et distribution de l'énergie électrique	66
	3.5 Installations électriques industrielles et domestiques	74
	3.6 Véhicules électriques	81
CHAPITRE 4	ACQUISITION, TRANSMISSION ET TRAITEMENT DE L'INFORMATION PAR SIGNAUX ÉLECTRIQUES	
	4.1 Information et signaux électriques	91
	4.2 Electronique	102
	4.3 Transmission de l'information	114
	4.4 Traitement de l'information	121
	4.5 Systèmes automatiques	124
CHAPITRE 5	PRINCIPAUX ÉLÉMENTS DE CIRCUIT	
	5.1 Notion de modèle d'un circuit électrique	127
	5.2 Sources de tension et de courant	128

5.3	Résistance	129
5.4	Capacité	134
5.5	Inductance	137
5.6	Inductance mutuelle	141
5.7	Exercices	142
CHAPITRE 6	COMBINAISONS SIMPLES D'ÉLÉMENTS LINÉAIRES ET MÉTHODES DE SIMPLIFICATION	
6.1	Circuits équivalents	145
6.2	Éléments en série	146
6.3	Éléments en parallèle	150
6.4	Circuits combinés série-parallèle	154
6.5	Circuits diviseurs de tension et de courant	158
6.6	Transformation T - Π	162
6.7	Source avec résistance interne	165
6.8	Principe de superposition	174
6.9	Phénomènes transitoires	176
6.10	Exercices	180
CHAPITRE 7	CIRCUITS EN RÉGIME CONTINU	
7.1	Régime permanent continu	183
7.2	Mise en équations des circuits linéaires à résistances	184
7.3	Pont de Wheatstone	187
7.4	Circuits avec éléments non linéaires	190
7.5	Exercices	194
CHAPITRE 8	CIRCUITS EN RÉGIME SINUSOÏDAL MONOPHASÉ	
8.1	Régime permanent sinusoïdal	197
8.2	Grandeurs sinusoïdales	198
8.3	Représentation complexe des grandeurs sinusoïdales	201
8.4	Impédance et admittance	209
8.5	Puissance et facteur de puissance	214
8.6	Source avec impédance interne	220
8.7	Réseaux d'impédances	222
8.8	Exercices	232
CHAPITRE 9	CIRCUITS EN RÉGIME SINUSOÏDAL TRIPHASÉ	
9.1	Systèmes polyphasés	237
9.2	Systèmes triphasés symétriques	238
9.3	Charge en étoile ou en triangle	242
9.4	Puissance en régime triphasé	246
9.5	Conversion triangle-étoile	247
9.6	Systèmes triphasés non symétriques	249
9.7	Exercices	255

CHAPITRE 10	INITIATION AUX MESURES ÉLECTRIQUES	
	10.1 Principe des mesures	259
	10.2 Caractéristiques des appareils mesureurs	265
	10.3 Mesurage du courant, de la tension et de la puissance	269
	10.4 Mesures d'impédances	272
CHAPITRE 11	APERÇU SUR LA TECHNOLOGIE DES COMPOSANTS ÉLECTRIQUES	
	11.1 Introduction	277
	11.2 Résistances	281
	11.3 Condensateurs	289
	11.4 Bobines d'inductance	298
	11.5 Piles et accumulateurs	304
CHAPITRE 12	HISTOIRE DES DÉBUTS DE L'ÉLECTRICITÉ	
	12.1 Préambule	309
	12.2 Dates principales	309
	12.3 Le XXème siècle	312
CHAPITRE 13	NOMBRES COMPLEXES	
	13.1 Origine et définitions	313
	13.2 Algèbre des nombres complexes	314
	13.3 Représentation géométrique	315
	13.4 Forme exponentielle	317
	13.5 Puissances et racines d'un nombre complexe	322
	13.6 Exercices	324
CHAPITRE 14	ANNEXES	
	14.1 Alphabet grec	327
	14.2 Constantes principales	327
	14.3 Fonctions trigonométriques circulaires	328
	14.4 Organisations de normalisation	331
	SOLUTIONS DES EXERCICES	333
	BIBLIOGRAPHIE	341
	INDEX ANALYTIQUE	343

CHAPITRE 1

ÉLECTROTECHNIQUE

1.1 ÉLECTROTECHNIQUE ET SOCIÉTÉ

1.1.1 Définition de l'électrotechnique

Le terme *électrotechnique* doit être compris dans une acception moderne signifiant : utilisation technique de l'électricité, soit en tant que support *d'énergie*, soit en tant que support *d'information*.

1.1.2 Commentaire

Il est encore fréquent que l'on oppose l'électrotechnique à l'électronique, en restreignant le premier terme au domaine touchant à la technique de l'énergie électrique (appelée parfois technique des courants forts) et en associant le second à la technique de l'information électrique (appelée, par contraste, technique des courants faibles).

Cette terminologie désuète et cette distinction quelque peu simpliste sont aujourd'hui périmées, tant est grande l'interpénétration de tous les secteurs d'applications de l'électricité.

1.1.3 Importance de l'électrotechnique

L'électrotechnique connaît un développement relativement récent puisqu'elle remonte, pour l'essentiel, au milieu du XIX^e siècle (on trouvera quelques repères historiques en annexe, au chapitre 12). Toutefois de nos jours, ce développement est extrêmement rapide et conditionne de nombreux secteurs de l'activité humaine.

Peu de domaines ont été aussi fertiles en réalisations ayant autant d'influence sur l'économie des pays et le comportement social des individus. Il suffit, pour s'en convaincre, de répertorier tous les dispositifs électriques et électroniques qui environnent chacun dans sa vie de tous les jours. Nous dépendons aujourd'hui de l'électricité pour nos besoins quotidiens, que ce soit dans le domaine des transports, des loisirs, du travail, de la santé, de l'information, pour la conservation des aliments, et pour bien d'autres applications encore dont nous ne savons plus nous passer.

1.1.4 Énergie et information

On peut, pour l'essentiel, regrouper toutes les applications de l'électricité en deux domaines principaux (voir chap. 3 et 4) :

- celui du traitement de l'énergie électrique;
- celui du traitement de l'information électrique.

Le traitement de l'énergie électrique recouvre l'ensemble des techniques liées à la production, à la distribution, et à l'utilisation (en particulier par des dispositifs électromécaniques, électrothermiques et électrochimiques) de l'énergie électrique. Le traitement de l'information électrique, pris ici dans son sens le plus large, comprend les techniques d'acquisition (mesures), de transmission (télécommunications), et d'exploitation (ordinateurs, systèmes automatiques, etc.) de l'information portée par des signaux électriques. Chacun de ces domaines est à l'origine d'une véritable révolution industrielle ayant de profondes répercussions sur la vie économique et sociale.

La première révolution industrielle, consécutive à la domestication de l'énergie, date du XIX^e siècle. Elle s'est caractérisée par le remplacement progressif de la force de travail humain par la machine. Très tôt, l'énergie électrique s'est avérée être l'un des éléments moteurs de cette évolution prodigieuse. Jusqu'à la récente crise énergétique (1973), l'énergie électrique a vu sa consommation croître à l'allure du doublement tous les dix à quinze ans environ. Cet extraordinaire succès est dû au fait que l'électricité est produite de façon simple et relativement économique et que, presque sans pertes, elle se transporte, se transforme et se divise pratiquement sans limite.

La seconde révolution industrielle, qui doit beaucoup aux premiers développements des télécommunications et de la radioélectricité, a débuté après la dernière guerre mondiale. Elle se traduit aujourd'hui de plus en plus par la mise en oeuvre d'équipements qui ont pour tâche d'amplifier les aptitudes intellectuelles de l'homme et de lui permettre de communiquer avec ses semblables, ou avec ses nouveaux esclaves : les machines. L'électronique et l'informatique jouent un rôle dominant dans cette évolution nouvelle, l'illustration la plus spectaculaire en étant l'ordinateur qui permet des investigations et des recherches difficilement imaginables il y a quelques décennies seulement.

1.1.5 Electrotechnique et nuisances

L'influence positive des applications de l'électricité dans la vie économique, scientifique et culturelle, ainsi que dans l'organisation des loisirs est évidente. L'évolution technologique moderne et future ne peut que confirmer cette influence en renforçant son importance. Toutefois, cette évolution soulève de nombreux problèmes : atteinte à la vie privée, pouvoir contraignant sur les individus, centralisation excessive, nouvelles possibilités si dangereuses par leur nature même qu'elles ont de grandes chances d'être utilisées de façon désastreuse, enfin changements trop rapides pour être assimilés sans heurt.

Toute activité industrielle, si bénéfique soit-elle, contient en elle-même des germes de nuisance. L'électrotechnique, bien qu'elle soit l'une des disciplines techniques les moins controversées en raison de l'aide efficace qu'elle apporte aux hommes dans de nombreuses tâches, n'échappe pas à cette règle.

On peut en effet s'interroger sur le bénéfice réel qu'apporte à l'humanité un progrès technologique en croissance si rapide. Si l'électricité n'est pas, par elle-même, une forme d'énergie polluante, sa production massive requiert la transformation d'une énergie primaire (chute d'eau, charbon, gaz, pétrole, uranium) grâce à des installations techniques (barrages hydro-électriques, usines thermiques à combustible fossile ou nucléaire) dont la multiplication pose de sérieux problèmes écologiques. Les lignes à haute tension servant au transport de cette énergie déparent souvent nos plus beaux sites. La prolifération des gadgets électroniques qui envahissent notre vie, professionnelle et privée, porte en elle-même des risques de pollution subtile, agissant non sur le milieu naturel,

mais peut-être sur l'avenir de notre culture. L'explosion des moyens électroniques d'information, qui rendent pourtant des services immenses, risque fort de contribuer à l'asservissement de l'homme, s'il n'y prend garde.

Il importe, en définitive, que les futurs développements technologiques de l'électricité soient orientés vers des aspects fondamentaux utiles à l'épanouissement de l'homme et à l'amélioration de son milieu. C'est à la fois un pari à gagner et une responsabilité à assumer.

1.2 LANGAGE DE L'ÉLECTROTECHNIQUE

1.2.1 Normalisation

L'utilité d'une terminologie claire et universelle et d'une normalisation des systèmes de référence et de la symbolique mathématique et graphique est évidente dans tous les domaines des sciences techniques. La nécessité d'un tel effort de normalisation a été reconnue très tôt en électrotechnique.

Afin de présenter un ensemble d'ouvrages cohérent, les auteurs de ce Traité d'Electricité ont décidé de suivre, dans toute la mesure du possible, les recommandations élaborées par la Commission électrotechnique internationale (CEI) concernant la terminologie, les symboles graphiques et les symboles littéraux. Le système d'unités employé est le système international (SI) adopté par la Conférence générale des poids et mesures en 1960. Les symboles mathématiques sont ceux préconisés par l'Organisation internationale de normalisation (ISO).

1.2.2 Convention d'écriture des symboles littéraux

En raison de l'importance internationale des symboles littéraux et dans un but de simplification, les symboles des grandeurs et des unités sont empruntés aux seuls alphabets latin et grec, parfois avec indices ou signes complémentaires (diacritiques).

Cette limitation n'est pas sans poser des problèmes si l'on considère les centaines de grandeurs et d'unités à représenter, dont certaines doivent de plus pouvoir se différencier en grandeurs scalaires, complexes ou vectorielles.

Une première distinction est introduite par le choix des caractères :

- les symboles des grandeurs sont en principe imprimés en caractères *italiques*,
- les symboles des unités, des nombres et des opérateurs mathématiques sont imprimés en caractères romains (droits).

Une deuxième distinction est utilisée, dans toute la mesure du possible, pour les grandeurs variables dans le temps : les *valeurs instantanées* sont représentées par des lettres minuscules (exemple : u , i) et les *valeurs moyennes* (obtenues par intégration) sont représentées par des lettres majuscules (exemple : U , I). Cette règle ne peut toutefois pas être systématiquement suivie, certains risques de confusion proscrivant parfois l'emploi d'une notation minuscule ou d'une notation majuscule.

Le caractère **complexe** d'une grandeur (écriture symbolique des phénomènes sinusoïdaux et des grandeurs associées, voir chap. 8) est exprimé en soulignant le symbole (exemple : $\underline{u}$, $\underline{U}$, $\underline{i}$, $\underline{I}$).

Le caractère **vectoriel** d'une grandeur est indiqué en utilisant des lettres italiques en caractères gras (exemple : $\vec{H}$). Cette notation ne peut toutefois être employée que pour des textes imprimés. Dans d'autres situations (textes manuscrits ou dactylographiés), on dénote usuellement le caractère vectoriel en plaçant une flèche au dessus du symbole ordinaire (exemple : $\vec{H}$).

1.2.3 Système international d'unités

L'étude quantitative des formules obtenues par le physicien ou l'ingénieur suppose l'emploi d'un système cohérent d'unités. Le système international d'unités – en abréviation SI – est le système universellement accepté dans le domaine de l'électrotechnique. Cette extension du système MKSA, ou Giorgi, comprend trois classes d'unités :

- unités de base,
- unités supplémentaires,
- unités dérivées.

Ces unités ne sont liées les unes aux autres que par le facteur 1.

Le SI est actuellement fondé sur les sept unités de base et les deux unités géométriques supplémentaires présentées dans le tableau 1.1. Ce sont des quantités mesurables faisant l'objet de définitions très précises.

Tableau 1.1

Grandeur		Unité	
Nom	Symbole	Nom	Symbole
longueur	l	mètre	m
masse	m	kilogramme	kg
temps	t	seconde	s
intensité de courant électrique	I	ampère	A
température thermodynamique	T	kelvin	K
quantité de matière	n	mole	mol
intensité lumineuse	I_v	candela	cd
angle plan	α, β, γ	radian	rad
angle solide	Ω	stéradian	sr

Les unités dérivées sont exprimées algébriquement en fonction des unités de base et des unités supplémentaires. Certaines d'entre elles possèdent des noms et des symboles spéciaux. Une liste des principales grandeurs et unités dérivées utilisées en électrotechnique est donnée dans le tableau 1.2.

On trouve encore dans la littérature scientifique certaines grandeurs exprimées dans d'autres systèmes d'unités (en particulier C.G.S. électromagnétique). C'est entre autre le cas de la force, de l'énergie, du flux magnétique et de l'induction magnétique. Le tableau 1.3 indique les équivalences existant avec les unités SI.

En physique électronique, il est fréquent d'exprimer l'énergie en électronvolt (abréviation eV). Un électronvolt est l'énergie cinétique acquise par un électron en traversant une différence de potentiel de 1 volt dans le vide ($1 \text{ eV} \cong 1,60219 \cdot 10^{-19} \text{ J}$).

Tableau 1.2

Grandeur		Unité SI		Expression en fonction des unités SI de base ou supplémentaires ou en fonction d'autres unités SI dérivées
Nom	Symbole	Nom	Symbole	
fréquence	f	hertz	Hz	$1 \text{ Hz} = 1 \text{ s}^{-1}$
pulsation	ω	radian par seconde	$\text{rad} \cdot \text{s}^{-1}$	
force	F	newton	N	$1 \text{ N} = 1 \text{ kg} \cdot \text{m}/\text{s}^2 = 1 \text{ W} \cdot \text{s}/\text{m}$
pression, contrainte	p	pascal	Pa	$1 \text{ Pa} = 1 \text{ N}/\text{m}^2$
énergie, travail	W	joule	J	$1 \text{ J} = 1 \text{ N} \cdot \text{m} = 1 \text{ W} \cdot \text{s}$
puissance	P	watt	W	$1 \text{ W} = 1 \text{ J}/\text{s} = 1 \text{ V} \cdot \text{A}$
charge électrique, quantité d'électricité	Q	coulomb	C	$1 \text{ C} = 1 \text{ A} \cdot \text{s}$
différence de potentiel, tension	U	volt	V	$1 \text{ V} = 1 \text{ W}/\text{A} = 1 \text{ J}/\text{C}$
capacité électrique	C	farad	F	$1 \text{ F} = 1 \text{ C}/\text{V} = 1 \text{ A} \cdot \text{s}/\text{V}$
résistance électrique	R	ohm	Ω	$1 \Omega = 1 \text{ V}/\text{A}$
conductance électrique	G	siemens	S	$1 \text{ S} = 1 \Omega^{-1} = 1 \text{ A}/\text{V}$
flux magnétique	Φ	weber	Wb	$1 \text{ Wb} = 1 \text{ V} \cdot \text{s}$
induction magnétique	B	tesla	T	$1 \text{ T} = 1 \text{ Wb}/\text{m}^2$
inductance	L	henry	H	$1 \text{ H} = 1 \text{ Wb}/\text{A} = 1 \text{ V} \cdot \text{s}/\text{A}$
champ magnétique	H	ampère par mètre	A/m	
champ électrique	E	volt par mètre	V/m	
déplacement électrique	D	coulomb par mètre carré	C/m^2	
flux lumineux	Φ_v	lumen	lm	$1 \text{ lm} = 1 \text{ cd} \cdot \text{sr}$
éclairage	E	lux	lx	$1 \text{ lx} = 1 \text{ lm}/\text{m}^2$

Tableau 1.3

Grandeur	Unité SI	Unité C.G.S.	Equivalence
force	newton (N)	dyne	$1 \text{ dyne} = 10^{-5} \text{ N}$
énergie	joule (J)	erg	$1 \text{ erg} = 10^{-7} \text{ J}$
flux magnétique	weber (Wb)	maxwell (Mx)	$1 \text{ Mx} = 10^{-8} \text{ Wb}$
induction magnétique	tesla (T)	gauss (Gs)	$1 \text{ Gs} = 10^{-4} \text{ T}$

Pour former les noms et les symboles des multiples et sous-multiples décimaux des unités SI, on utilise les préfixes donnés dans le tableau 1.4.

1.2.4 Symboles graphiques

L'expression graphique est, pour l'ingénieur, un moyen de communication essentiel. Tous les domaines de l'électrotechnique font un large usage de symboles graphiques conventionnels qui permettent de dessiner des schémas électriques et électroniques sous une forme interprétable quasi universellement.

Tableau 1.4

Facteur	Préfixe		Exemple
	Nom	Symbole	
10^{18}	exa	E	1 EJ = 10^{18} J
10^{15}	péta	P	1 PΩ = 10^{15} Ω
10^{12}	téra	T	1 TW = 10^{12} W
10^9	giga	G	1 GHz = 10^9 Hz
10^6	méga	M	1 MΩ = 10^6 Ω
10^3	kilo	k	1 kV = 10^3 V
10^{-3}	milli	m	1 mA = 10^{-3} A
10^{-6}	micro	μ	1 μH = 10^{-6} H
10^{-9}	nano	n	1 ns = 10^{-9} s
10^{-12}	pico	p	1 pF = 10^{-12} F
10^{-15}	femto	f	1 fW = 10^{-15} W
10^{-18}	atto	a	1 aC = 10^{-18} C

La Commission électrotechnique internationale se préoccupe également d'unifier ce langage symbolique. Le nombre des symboles couramment utilisés est si important qu'il n'est pas possible de les reproduire, sous forme de tableaux récapitulatifs, dans cet ouvrage. Ils seront progressivement introduit, selon les besoins, dans chaque volume de ce Traité.

On s'est contenté de représenter dans le tableau 1.5 les principaux symboles graphiques apparaissant dans ce volume d'introduction.

1.2.5 Convention relative au sens du courant et au sens de référence de la tension

On sait que, physiquement, le courant électrique correspond à un déplacement de charges électriques. On admet, arbitrairement, que le sens de ce courant est celui du déplacement des charges positives et, par conséquent, le sens inverse du déplacement des charges négatives (électrons par exemple).

Dans l'établissement d'un calcul de circuit électrique, ce sens physique du courant n'est généralement pas connu a priori et bien souvent (courants alternatifs) il s'inverse périodiquement. Aussi l'ingénieur électricien doit-il attribuer à chaque courant auquel il s'intéresse un *sens conventionnel algébrique*, parfaitement arbitraire. En courant continu, si le calcul conduit à une valeur numérique positive, le sens conventionnel coïncide avec le sens physique. Dans le cas d'une valeur négative, le sens conventionnel et le sens physique du courant sont en opposition.

Il est d'usage presque universel d'indiquer dans un schéma le sens conventionnel algébrique d'un courant par une flèche (généralement placée sur la ligne de liaison des éléments) dirigée dans le sens dans lequel les charges positives sont transportées quand le courant est positif. Ainsi, le point le plus positif de la tension U apparaissant aux bornes d'une résistance parcourue par un courant positif I est situé à la borne d'entrée du courant (fig. 1.6).

Comme pour les courants, les tensions électriques entre paires de bornes d'un circuit ne sont pas connues a priori et doivent donc recevoir un sens algébrique arbitraire. La manière d'indiquer graphiquement le sens positif des tensions ne fait malheureuse-

Tableau 1.5

Symbole	Légende
	résistance (R), impédance (Z)
	capacité, condensateur
	inductance
	source idéale de tension
	source idéale de courant
	croisement de 2 conducteurs sans contact
	croisement de 2 conducteurs avec contact
	mise à terre
	mise à la masse
	bobine d'inductance
	condensateur polarisé
	transformateur
	résistance ou impédance variable
	potentiomètre, résistance variable
	fusible
	diode
	diode commandée (thyristor)
	lampe
	moteur
	générateur
	appareil indicateur, galvanomètre
	ampèremètre
	voltmètre
	interrupteur
	commutateur
	pile, accumulateur (pôle positif correspondant au trait long)
	bloc fonctionnel
	amplificateur

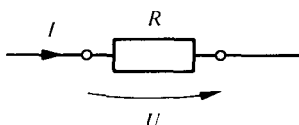


Fig. 1.6

ment pas encore l'unanimité chez les électriciens, malgré les efforts de la Commission électrotechnique internationale. Ce sens positif est indiqué généralement sur un schéma de circuit, soit à l'aide d'une flèche orientée placée le long de l'élément concerné, soit en recourant à des signes plus (+) et moins (-). Les trois manières fréquemment rencontrées dans la littérature technique sont représentées dans les figures 1.7, 1.8 et 1.9.

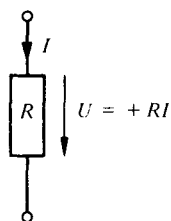


Fig. 1.7

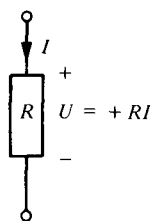


Fig. 1.8

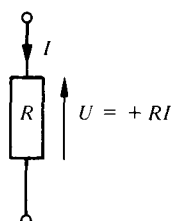


Fig. 1.9

Les solutions 1.7 et 1.8 sont recommandées par la Commission électrotechnique internationale. La solution 1.7, dans laquelle le sens de référence de la tension est indiqué par une flèche orientée du point au potentiel le plus élevé vers le point au potentiel le plus bas, est la solution d'usage en Suisse *et est adoptée pour l'ensemble de ce Traité*. Elle présente l'avantage d'orienter les flèches du courant et de la tension dans le même sens lorsque ces grandeurs sont de même signe. La solution 1.8 est actuellement préconisée par les Américains. La solution 1.9, dans laquelle la flèche est orientée du point au potentiel le plus bas vers le point au potentiel le plus élevé, est encore fréquemment utilisée en France, en Belgique et en Grande-Bretagne. Un auteur en faisant usage doit le spécifier explicitement.

LOIS FONDAMENTALES DE L'ÉLECTRICITÉ

2.1 INTRODUCTION

2.1.1 Domaines de l'électricité

Les phénomènes regroupés sous le vocable d'électricité sont liés à certaines propriétés des composants de l'atome, principalement de l'électron. En tant que science, l'électricité se préoccupe essentiellement des propriétés globales ou macroscopiques des phénomènes associés à l'électron libre.

Ces phénomènes sont généralement classés en catégories selon leurs propriétés.

On peut distinguer principalement :

- l'électrostatique qui régit les propriétés des charges au repos;
- l'électrocinétique qui décrit les propriétés des charges en mouvement, ou courants, en régime continu;
- l'électromagnétisme qui analyse les propriétés des courants variables ou alternatifs.

L'électromagnétisme peut à son tour se décomposer en trois catégories :

- le domaine des fréquences industrielles, inférieures à 1 kHz; il coïncide avec l'utilisation de l'électricité comme moyen de transport et de conversion d'énergie;
- le domaine des fréquences moyennes de 1 kHz à 1 MHz; il correspond à des applications telles que l'acoustique, la conversion électromécanique d'informations, les capteurs, etc.;
- le domaine des hautes fréquences, supérieures à 1 MHz; il est caractérisé par la possibilité de transformation du courant électrique en ondes électromagnétiques utilisées en radio, télévision ou radar.

Partant d'un bagage mathématique relativement restreint, les relations qui suivent se limitent essentiellement au domaine des basses fréquences.

2.1.2 Méthodologie adoptée

Dans les ouvrages portant sur l'étude approfondie des relations fondamentales de l'électricité (électromagnétisme) ou de leurs applications (électronique, machines électriques, etc.), la démarche consiste généralement à partir des relations fondamentales de l'électricité, les relations de Maxwell (sect. III.1.2). Elles constituent alors une base assimilable à un postulat. Historiquement, c'est au contraire une démarche expérimentale qui a présidé à la progression des connaissances en électricité, puis en électrotechnique.

Ce n'est que lorsque l'ensemble de ces connaissances a formé un tout cohérent qu'il a été possible d'en faire la synthèse. Celle-ci est contenue dans les relations de Maxwell. Dans le cadre de ce chapitre, une démarche proche de la progression historique sera adoptée.

2.2 CHARGES ET CHAMP ÉLECTRIQUES

2.2.1 Expériences qualitatives. Electricité statique

Certains corps ont la propriété de s'électriser par frottement. Ce phénomène se traduit par diverses propriétés expérimentales connues depuis l'Antiquité. Citons principalement :

- la génération d'une force par interaction de deux corps chargés;
- la transmission de l'électrisation par contact, par décharge (arc) ou par influence;
- l'existence de deux types de charges statiques de caractères différents, qualifiées de positives et négatives (fig. 2.1);
- deux corps porteurs de charges de même signe se repoussent;
- deux corps porteurs de charges opposées s'attirent.

Physiquement, le phénomène est lié à un transfert d'électrons.

Si l'électrostatique joue un rôle déterminant dans les connaissances de base de l'électricité, les applications en sont restreintes.

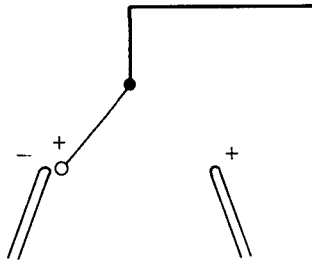


Fig. 2.1

2.2.2 Définition : charge électrostatique

La *charge électrostatique* est une quantité d'électricité statique. Le symbole représentatif est Q . L'unité de mesure est le coulomb dont le symbole est C. On a l'équivalence suivante :

$$1 \text{ C} = 1 \text{ As}$$

2.2.3 Expression : forces électrostatiques

Basée sur les phénomènes expérimentaux décrits au § 2.2.1, la *loi de Coulomb* établit la relation entre la notion de force électrostatique (conséquence) et celle de la charge (cause).

Soit F l'amplitude de la force s'exerçant entre deux charges ponctuelles Q et Q' :

$$F = - \frac{1}{4 \pi \epsilon} \frac{Q Q'}{d^2} \quad (2.1)$$

- Q et Q' sont les charges respectives des deux corps en présence, elles sont positives ou négatives selon la nature de la charge;
- d est la distance entre les deux charges considérées;
- ϵ est une constante dimensionnelle spécifique du milieu ambiant;
- une force positive correspond à une attraction et une force négative à une répulsion.

2.2.4 Définition : permittivité ou constante électrique

La *permittivité* est la constante dimensionnelle spécifique du milieu ambiant, intervenant dans le calcul de la force d'interaction entre deux charges électrostatiques. Elle a pour symbole ϵ . Elle a pour dimension des F/m ou des As/Vm. Dans le vide, elle a pour valeur :

$$\epsilon_0 = 8,85416 \cdot 10^{-12} \text{ F/m} \quad (2.2)$$

Il s'agit d'une constante électrique fondamentale. Elle est pratiquement identique pour le vide et pour l'air.

2.2.5 Définition : permittivité relative

La *permittivité relative* ϵ_r d'un milieu est le quotient de sa permittivité et de celle du vide. On a donc :

$$\epsilon = \epsilon_0 \epsilon_r \quad (2.3)$$

2.2.6 Cas limite : charge d'un électron

La notion de charge étant liée à celle de l'électron, elle apparaît sous forme quantifiée :

$$Q = n e \quad (2.4)$$

Dans cette relation n est un nombre entier et e représente la charge électrique élémentaire correspondant à l'électron ou au proton. Cette dernière vaut :

$$e = 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ C} \quad (2.5)$$

2.2.7 Analogie : gravitation universelle

On peut tirer un parallèle entre la relation de Coulomb et celle de la gravitation, qui s'exprime comme suit :

$$F_g = G \frac{m m'}{d^2} \quad (2.6)$$

$$G = 6,673 \cdot 10^{-11} \text{ Nm}^2/\text{kg}^2 \quad (2.7)$$

Les grandeurs intervenant dans la relation sont :

- la force d'attraction F_g ;
- la constante G ;
- les masses en présence m et m' ;
- la distance entre celles-ci d .

Par analogie, on parle de masses électriques à propos de charges. On peut remarquer qu'il n'existe pas de masses de signes différents pouvant provoquer des forces de répulsion.

2.2.8 Exemple numérique. Forces s'exerçant sur l'électron

Soit deux électrons distants de 10^{-9} m. Cette distance correspond au double du diamètre de deux atomes importants. La force électrostatique s'exerçant entre eux vaut, par (2.1) et (2.5) :

$$F = - \frac{1}{4 \pi \epsilon_0} \frac{Q_e^2}{d^2} = -2,31 \cdot 10^{-10} \text{ N}$$

$$e = 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ C}$$

Compte tenu d'une masse de $9,108 \cdot 10^{-31}$ kg, l'accélération imposée par une telle force vaut :

$$F = m a$$

$$a = F/m = 2,31 \cdot 10^{-10} / 9,108 \cdot 10^{-31} = 2,536 \cdot 10^{20} \text{ m/s}^2$$

Simultanément, l'effort d'interaction de gravitation vaut (§ 2.2.7) :

$$\begin{aligned} F_g &= 6,673 \cdot 10^{-11} m^2/d^2 \\ &= 5,536 \cdot 10^{-53} \text{ N} \end{aligned}$$

La force de gravitation est totalement négligeable eu égard à la force de répulsion électrostatique.

2.2.9 Définition : champ électrique

La force s'exerçant sur une charge peut être caractérisée par un vecteur dont l'amplitude est définie par la relation (2.1). Sa direction est radiale pour une force associée à une charge ponctuelle. On peut donc caractériser l'influence de la charge Q sur la charge Q' par un champ vectoriel appelé *champ électrique* E . On définit ce champ par les relations suivantes, valables dans le vide :

$$E = F/Q' = \frac{1}{4 \pi \epsilon_0} \frac{Q}{r^2} \quad \text{V/m} \quad (2.8)$$

$$E = F/Q' \quad (2.9)$$

De façon plus générale, les lignes de champ électrique sont tangentes en tout point aux lignes de force s'exerçant sur une charge ponctuelle Q' .

2.2.10 Définition : différence de potentiel électrique

La *différence de potentiel électrique* entre deux points A et B est définie comme la circulation du champ électrique le long d'un contour reliant A à B, changée de signe (fig. 2.2). Le symbole du potentiel électrique est V , il se mesure en volt (V). On écrit par conséquent :

$$V_A - V_B = - \int_B^A \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s} = \int_A^B \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s} \quad (2.10)$$

soit encore

$$dV = -\mathbf{E} \cdot d\mathbf{s} \quad (2.11)$$

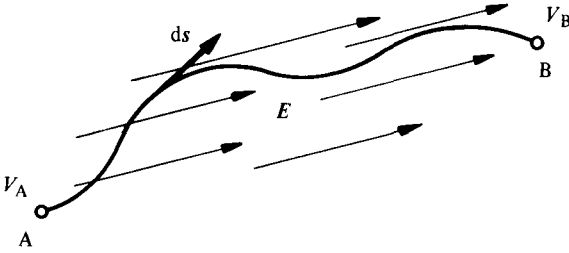


Fig. 2.2

L'accroissement dV défini par (2.11) est une différentielle totale exacte. Il en résulte que $V_A - V_B$ ne dépend pas du chemin choisi entre A et B.

Les potentiels électriques en A et en B ne sont définis par (2.10) qu'à une constante additive près.

2.2.11 Potentiel créé par une charge ponctuelle

Dans le vide, le champ électrique créé par une charge ponctuelle est radial, et son module ne dépend que de la distance r à la charge (§ 2.2.9). Par conséquent (fig. 2.3) :

$$V_A - V_B = \int_A^B E \, dr$$

Par (2.8), il vient :

$$\begin{aligned} V_A - V_B &= \int_A^B \frac{1}{4\pi\epsilon} \frac{Q}{r^2} \, dr \\ V_A - V_B &= \frac{Q}{4\pi\epsilon} \left(\frac{1}{r_A} - \frac{1}{r_B} \right) \end{aligned} \quad (2.12)$$

Le potentiel électrique relatif à une charge ponctuelle peut s'écrire :

$$V = \frac{Q}{4\pi\epsilon r} + V_0$$

Le potentiel V_0 est un potentiel de référence. Le potentiel à l'infini est admis nul,

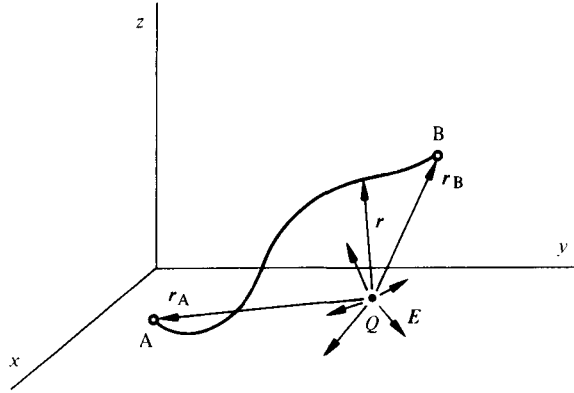


Fig. 2.3

d'où :

$$V = \frac{Q}{4 \pi \epsilon r} \quad (2.13)$$

2.2.12 Définition : tension électrique

De façon générale, V est le potentiel électrique associé à la charge. La différence de potentiel entre deux points est la *tension électrique*. Elle est caractérisée par le symbole U . On a donc la relation suivante, par (2.10) :

$$U_{AB} = V_A - V_B \quad (2.14)$$

2.2.13 Propriétés du potentiel électrique

A partir des relations qui précèdent, on peut définir le potentiel lié à un ensemble de k charges ponctuelles connues comme étant la somme des potentiels partiels :

$$V = \frac{1}{4 \pi \epsilon} \sum_{j=1}^k Q_j / r_j \quad (2.15)$$

Par ailleurs, on peut exprimer le potentiel résultant en fonction des composantes du champ électrique dans un référentiel cartésien :

$$V = - \int_C \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s} = - \int_x E_x dx - \int_y E_y dy - \int_z E_z dz$$

Inversement, les composantes du champ électrique deviennent :

$$E_x = - \frac{\partial V}{\partial x} \quad ; \quad E_y = - \frac{\partial V}{\partial y} \quad ; \quad E_z = - \frac{\partial V}{\partial z} \quad (2.16)$$

2.2.14 Expression. Energie électrostatique

Le déplacement d'une charge Q' d'un point A à un point B, sous l'influence d'un champ électrique indépendant E , implique une certaine énergie mécanique ou travail ;

son expression devient par (2.9) et (2.10):

$$W_{AB} = \int_A^B \mathbf{F} \cdot d\mathbf{s} = \int_A^B Q' \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s} = Q' \int_A^B \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s}$$

$$W_{AB} = Q' (V_A - V_B) \quad (2.17)$$

L'énergie correspondante est égale au produit de la charge et de la différence de potentiel associée au déplacement. Elle est donc également indépendante du chemin parcouru.

2.2.15 Propriété

Soit une charge ponctuelle Q placée successivement dans un milieu 1 de permittivité ϵ_1 , puis dans un milieu 2 caractérisé par ϵ_2 . On peut écrire :

$$E_1 = \frac{Q}{4\pi\epsilon_1 r^2} \quad ; \quad E_2 = \frac{Q}{4\pi\epsilon_2 r^2}$$

Pour un rayon r donné, on a :

$$E_1/E_2 = \epsilon_2/\epsilon_1$$

$$\epsilon_1 E_1 = \epsilon_2 E_2 \quad (2.18)$$

On constate que le produit du champ et de la permittivité est indépendant du milieu.

2.2.16 Définition : déplacement électrique

Le *déplacement électrique* est un vecteur égal au produit du vecteur champ électrique et de la permittivité du milieu correspondant. Il a pour symbole D . Il a pour expression :

$$D = \epsilon E \quad C/m^2 \text{ ou } As/m^2 \quad (2.19)$$

2.2.17 Théorème de Gauss

Soit une charge ponctuelle Q située au centre d'une sphère de rayon r . On suppose le système sphère-charge placé dans le vide. Le champ électrique créé par Q est perpendiculaire à la surface de la sphère en tout point de celle-ci. Le module de E variant en raison inverse du carré de la distance à Q (2.8), le flux de E à travers la sphère complète ne varie pas en fonction du rayon de celle-ci. En désignant par dA un élément de surface de la sphère on a :

$$\int E \cdot dA = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \cdot 4\pi r^2 = \frac{Q}{\epsilon_0} \quad (2.20)$$

Ce résultat constitue le théorème de Gauss, qu'il est facile de généraliser (sect. III.1.2) au cas d'une surface S fermée quelconque contenant un ensemble de charges quelconques, ponctuelles ou non. Si S et l'ensemble des charges sont placés dans un milieu

homogène de permittivité ϵ , il vient :

$$\int_S \mathbf{E} \cdot d\mathbf{A} = \frac{Q}{\epsilon}$$

Dans cette expression, Q représente la somme algébrique des charges à l'intérieur de S . On remarque que le flux total de $\mathbf{E}$ à travers une surface fermée ne contenant pas de charges est égal à zéro.

Le théorème de Gauss résulte directement de la loi de Coulomb, à laquelle il est entièrement équivalent.

2.2.18 Propriétés. Le condensateur

Lorsqu'on place en regard deux surfaces conductrices et qu'on leur applique une différence de potentiel électrique, on constate l'apparition d'une accumulation de charges (fig. 2.4). Tout élément présentant une telle propriété est un condensateur (§ 2.2.19).

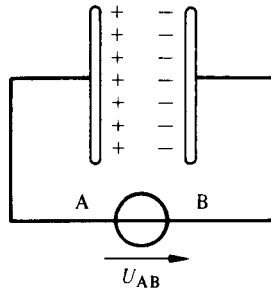


Fig. 2.4

Tout se passe comme si ce système était un réservoir de charges. Après un temps suffisamment long, le condensateur, même privé d'alimentation, contient une certaine quantité de charges et présente une différence de potentiel à ses bornes identique à celle de la source.

2.2.19 Définition : condensateur et capacité

Le *condensateur* est caractérisé par la propriété d'accumuler des charges sous l'action d'une différence de potentiel.

Cette possibilité est associée à la *capacité* C du condensateur. Elle est définie comme suit :

$$C = Q/U_{AB} \quad (2.21)$$

L'unité de capacité est le farad, de symbole F. On a la relation :

$$1 \text{ F} = 1 \text{ As/V}$$

2.2.20 Calcul de la capacité d'un condensateur plan

Soit un condensateur (fig. 2.5) formé de deux électrodes planes de surface A chacune, séparées par une distance δ l'une de l'autre. Entre ces électrodes se trouve un diélectrique de permittivité ϵ .

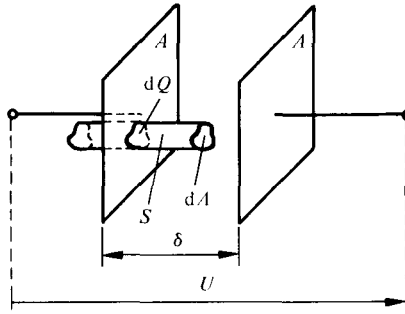


Fig. 2.5

Le théorème de Gauss appliqué au cylindre S de section infinitésimale dA donne :

$$\mathbf{E} \cdot d\mathbf{A} = \frac{dQ}{\epsilon}$$

En effet, par raison de symétrie, le champ électrique est parallèle à la surface latérale du cylindre.

D'autre part, $\mathbf{E}$ est nul hors du condensateur.

En intégrant la dernière expression sur toute la surface des électrodes, et en admettant que $\mathbf{E}$ reste perpendiculaire au plan des électrodes jusqu'au bord de celles-ci, on obtient :

$$EA = \frac{Q}{\epsilon}$$

où Q est la charge totale portée par une électrode.

Finalement, puisque par (2.10)

$$U = \delta E$$

la définition (2.21) conduit à l'expression suivante de la capacité d'un condensateur plan :

$$C = \epsilon \frac{A}{\delta} \quad (2.22)$$

2.2.21 Exemple numérique : condensateur

Soit un condensateur plan dans l'air, de 1 m^2 de surface, dont les plaques sont distantes de 1 mm . Par (2.22), la capacité correspondante vaut :

$$\begin{aligned} C &= A \epsilon_0 / \delta = 8,854 \cdot 10^{-12} / 10^{-3} = 8,854 \cdot 10^{-9} \text{ F} \\ &= 8,854 \text{ nF} \end{aligned}$$

Le champ électrique maximum $\hat{E}$ que l'on puisse appliquer à un tel élément placé dans l'air (limite de claquage) est d'environ $3 \cdot 10^6 \text{ V/m}$. Il en résulte la différence de potentiel suivante par (2.10) :

$$U = \hat{E} \delta = 3 \cdot 10^6 \cdot 10^{-3} = 3000 \text{ V}$$

La charge correspondante vaut par (2.21):

$$Q = UC = 3000 \cdot 8,854 \cdot 10^{-9} = 2,66 \cdot 10^{-5} \text{ C}$$

Cette charge correspond à une accumulation d'environ $1,66 \cdot 10^{14}$ électrons.

2.3 COURANT ÉLECTRIQUE : LOIS D'OHM, DE JOULE ET DE KIRCHHOFF

2.3.1 Définitions : courant et conducteur

Le *courant électrique* est le débit de charges s'écoulant dans un conducteur.

$$I = dQ/dt \quad \text{A} \quad (2.23)$$

Le *conducteur* est un milieu qui contient des électrons libres ou de conduction (chap. II.2). L'ensemble des charges, portées par ces électrons, se déplace parallèlement aux parois du conducteur.

2.3.2 Définition : densité de courant

Par définition, la *densité de courant* est le courant par unité de section du conducteur.

$$J = \frac{dI}{dA} \frac{dI}{dl} \quad \text{A/m}^2 \quad (2.24)$$

L'accroissement dl est l'élément de longueur du conducteur.

La densité de courant est une grandeur vectorielle, dont le sens et la direction sont définis par le trajet des charges dans le conducteur. Inversement, le courant est l'intégrale de surface (ou flux) de la densité du courant.

$$I = \int_S J \cdot dA \quad (2.25)$$

2.3.3 Expression : puissance électrique

Par la relation (2.17), l'énergie liée au transfert d'une charge Q d'un point A à un point B est donnée par la relation :

$$W_{AB} = Q U_{AB}$$

La puissance électrique correspondante vaut alors :

$$P = dW_{AB}/dt = U_{AB} dQ/dt = U_{AB} I \quad (2.26)$$

La puissance est égale au produit de la tension électrique et du courant associé à un déplacement de charges.

2.3.4 Propriété : pertes Joule

Tout milieu conducteur parcouru par un courant assure la conversion d'une énergie électrique en énergie thermique. Il s'y produit un phénomène assimilable à un frottement, qui provoque un échauffement. Les pertes qui en résultent sont dites *pertes Joule*. On constate expérimentalement que la puissance transformée est proportionnelle au carré du courant :

$$P = RI^2 \quad (2.27)$$

L'énergie thermique correspondante vaut :

$$W_{th} = \int_t RI^2 dt \quad (2.28)$$

2.3.5 Définition : résistance électrique

Le facteur de proportionnalité entre les pertes Joule et le carré du courant est la *résistance électrique* du conducteur. Son symbole est R et son unité l'ohm ou Ω . On a la relation :

$$1 \Omega = 1 \text{ V/A}$$

2.3.6 Propriétés de la résistance

Expérimentalement, on peut constater que la résistance est fonction de trois paramètres :

- la longueur l du conducteur;
- l'inverse de la section du conducteur;
- le matériau, par l'intermédiaire d'un coefficient caractéristique.

On a ainsi la relation :

$$R = \rho l/A \quad (2.29)$$

De façon plus générale, on a la relation :

$$R_{AB} = \int_A^B \frac{\rho ds}{A} \quad (2.30)$$

2.3.7 Définition : résistivité et conductivité

Le coefficient caractéristique du matériau affectant la résistance est la *résistivité* ρ . Elle se mesure en Ωm .

On définit également son inverse, la *conductivité* σ ($1/\Omega\text{m}$).

2.3.8 Loi d'Ohm

Des relations (2.26) et (2.27), on peut tirer l'expression :

$$U_{AB} = R_{AB}I \quad (2.31)$$

Cette relation de proportionnalité associée à un conducteur est désignée par le nom de *loi d'Ohm*. Inversement, on caractérisera la résistance par une tension aux bornes proportionnelle au courant la traversant :

$$R = U/I \quad (2.32)$$

2.3.9 Expression : loi d'Ohm localisée

La relation (2.31) peut se développer, compte tenu de (2.10) et (2.30) :

$$\int_A^B \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s} = R_{AB} I = \int_A^B \frac{\rho ds}{A} I = \int_A^B \rho J ds = \int_A^B \rho \mathbf{J} \cdot d\mathbf{s}$$

Il vient ainsi :

$$\mathbf{E} = \rho \mathbf{J} \quad (2.33)$$

Il s'agit de la loi d'Ohm sous forme locale.

2.3.10 Définitions : mailles et noeuds

Lorsqu'un circuit électrique est formé de divers éléments constitutants, il est possible de définir plusieurs dispositions relatives. Parmi celles-ci, on distinguera (fig. 2.6) :

- le *noeud* n , qui est le point de convergence de trois conducteurs ou plus;
- la *branche* b , qui regroupe les éléments situés entre deux noeuds et traversés par un même courant;
- la *maille* m , qui est formée d'un ensemble de branches parcourues en partant d'un noeud pour y revenir, sans passer deux fois par la même branche.

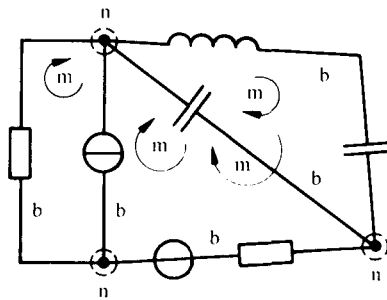


Fig. 2.6

2.3.11 Loi de Kirchhoff pour les noeuds

Cette loi exprime la conservation des courants. Au niveau d'un noeud, elle s'exprime comme suit :

$$\sum_j I_j = 0 \quad (2.34)$$

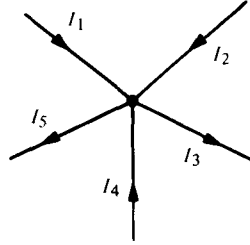


Fig. 2.7

Il s'agit de la somme algébrique, compte tenu du sens des courants. A titre d'exemple, le sens positif est choisi convergent. On obtient alors pour le cas ci-dessus (fig. 2.7) :

$$I_1 + I_2 - I_3 + I_4 - I_5 = 0$$

2.3.12 Loi de Kirchhoff pour les mailles

Partant de la définition du potentiel électrique (2.10), on peut exprimer l'intégrale du champ électrique le long d'une maille (en l'absence de tension induite : cf. § 2.4.18).

$$\oint_C \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = 0 = \sum_j U_j \quad (2.35)$$

Là, également, il s'agit de la somme algébrique des différences de potentiel, un sens étant défini pour chacune d'elles. A titre d'exemple, on choisira un sens positif horaire. On obtient ainsi pour l'exemple ci-dessous (fig. 2.8) :

$$U_1 + U_2 - U_3 - U_4 + U_5 = 0$$

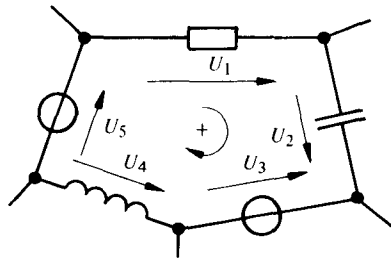


Fig. 2.8

2.3.13 Exemple numérique

Considérons deux ampoules électriques portant respectivement les inscriptions suivantes :

- Ampoule 1 : 12 V 60 W
- Ampoule 2 : 12 V 40 W

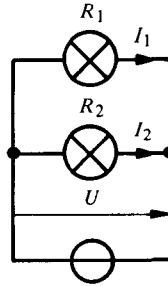


Fig. 2.9

Avec une batterie de 12 V, le schéma de branchement sera celui de la figure (2.9).

La résistance R_1 de la première lampe vaut :

$$R_1 = U/I_1$$

$$I_1 = P_1/U = 60/12 = 5 \text{ A}$$

$$R_1 = 12/5 = 2,4 \Omega$$

De même pour la résistance R_2 :

$$I_2 = P_2/U = 40/12 = 3,33 \text{ A}$$

$$R_2 = 12/3,33 = 3,6 \Omega$$

En appliquant la loi de Kirchhoff pour les noeuds (2.34), il vient :

$$I = I_1 + I_2 = 8,33 \text{ A}$$

La puissance correspondante vaut alors :

$$P \simeq UI = 12 \cdot 8,33 = 100 = 60 + 40 \text{ W}$$

La résistance équivalente aux deux lampes vaut :

$$R = U/I = 12/8,33 = 1,44 \Omega$$

2.4 CHAMP ET INDUCTION MAGNÉTIQUES. FORCES ÉLECTROMAGNÉTIQUES

2.4.1 Expérience d'Ampère. Forces électromagnétiques

Soient deux conducteurs parallèles de longueur l situés à une distance r et parcourus respectivement par des courants I et I' (fig. 2.10).

On constate l'apparition de forces d'interaction associées au mouvement des charges. On obtient expérimentalement l'expression :

$$F_m = \frac{\mu}{2\pi} \frac{II'l}{r} \quad (2.36)$$

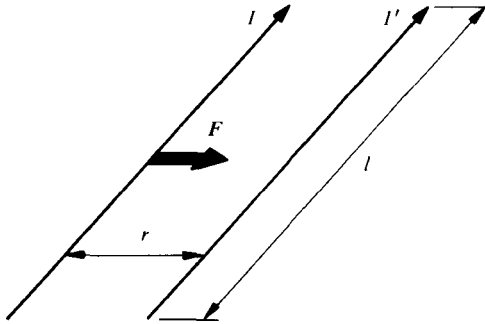


Fig. 2.10

Cette force électromagnétique est proportionnelle aux courants respectifs des deux conducteurs, à la longueur de ceux-ci et à l'inverse de leur distance. Cette relation n'est valable que pour un rapport l/r nettement supérieur à l'unité. Il s'agit d'une force d'attraction pour des courants de même sens et de répulsion pour des courants de sens contraire.

2.4.2 Définition : perméabilité ou constante magnétique

La *perméabilité* est la constante dimensionnelle spécifique du milieu ambiant, intervenant dans le calcul de la force d'interaction entre deux courants. Elle a pour symbole μ et pour dimension des H/m ou des Vs/Am. Dans le vide, elle a pour valeur :

$$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Vs/Am} \quad (2.37)$$

Il s'agit d'une constante fondamentale, au même titre que la permittivité du vide ϵ_0 .

2.4.3 Définition. La perméabilité relative

La *perméabilité relative* μ_r d'un milieu est le quotient de sa perméabilité et de celle du vide. On a donc la relation :

$$\mu = \mu_0 \mu_r \quad (2.38)$$

2.4.4 Propriété

Dans un système d'unités cohérent, la perméabilité et la permittivité du vide sont liées à la vitesse de la lumière par la relation suivante :

$$\mu_0 \epsilon_0 c_0^2 = 1 \quad (2.39)$$

Dans cette relation, c_0 est la vitesse de propagation de la lumière dans le vide, avec :

$$c_0 = 2,99 \cdot 10^8 \text{ m/s} \quad (2.40)$$

2.4.5 Définition : champ d'induction magnétique

Par analogie avec le champ électrique associé à une charge, il est possible de définir un champ caractéristique de l'interaction d'un courant I avec un autre courant I' de

longueur l . Le champ dû à I seul au niveau de I' est donné par :

$$B = \frac{F_m}{I' l} = \frac{\mu I}{2\pi r} \quad (2.41)$$

Le champ B est dit *champ d'induction magnétique* ou induction magnétique. Il se mesure en Tesla (symbole T). On a la relation :

$$1 \text{ T} = 1 \text{ Vs/m}^2$$

2.4.6 Propriétés du champ d'induction magnétique

On constate expérimentalement que la direction des lignes d'induction est circulaire relativement au conducteur qui les génère (fig. 2.11). Le sens est défini par la règle du tire-bouchon (fig. 2.12).

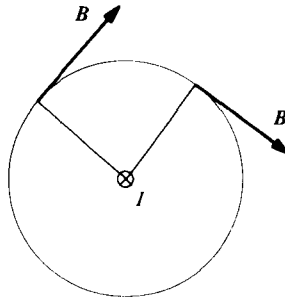


Fig. 2.11

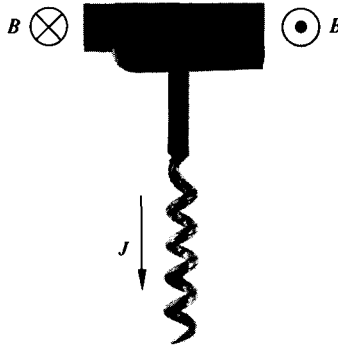


Fig. 2.12

Les propriétés de l'induction conduisent à la relation suivante pour la forme vectorielle de la force électromagnétique :

$$\mathbf{F}_m = I' \mathbf{l} \times \mathbf{B} \quad (2.42)$$

Celle-ci s'écrit localement (fig. 2.13) :

$$d\mathbf{F}_m = I' d\mathbf{l} \times \mathbf{B} \quad (2.43)$$

Il s'agit de l'équation de Laplace.

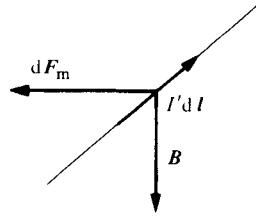


Fig. 2.13

2.4.7 Expression : force généralisée

Les forces électrostatiques (F_e) sont liées à la présence de charges. Les forces d'origine électromagnétique (F_m) sont liées au mouvement des charges. En conséquence, l'existence d'une force électromagnétique implique l'existence d'une force électrostatique. On peut définir une force totale F_t :

$$F_t = F_e + F_m$$

Par (2.9)

$$F_e = Q' E$$

Par (2.42)

$$F_m = I' l \times B = Q' v \times B$$

Dans cette dernière relation, v est la vitesse de déplacement des charges Q' .

$$F_t = Q' (E + v \times B) \quad (2.44)$$

Il s'agit de l'expression de la *force généralisée de Lorentz*, s'exerçant sur une charge libre Q' en mouvement.

2.4.8 Définition : champ magnétique

On constate, par la relation (2.41), que l'induction magnétique est une fonction du milieu, par l'intermédiaire de la perméabilité μ . On définit un vecteur *champ magnétique* qui est proportionnel au vecteur induction, mais indépendant du milieu homogène dans lequel est placé le courant.

$$H = B/\mu = I/(2\pi r) \quad (2.45)$$

$$H = B/\mu \quad (2.46)$$

2.4.9 Définition : potentiel magnétique

La *différence de potentiel magnétique* entre deux points A et B est définie comme la circulation du champ magnétique, le long d'un contour reliant deux points A et B (fig. 2.14) :

$$d\Theta = H \cdot ds \quad (2.47)$$

$$\Theta_B - \Theta_A = \int_A^B H \cdot ds = \Theta_{AB} \quad (2.48)$$

Le symbole du potentiel magnétique est Θ . Il se mesure en ampère (A).

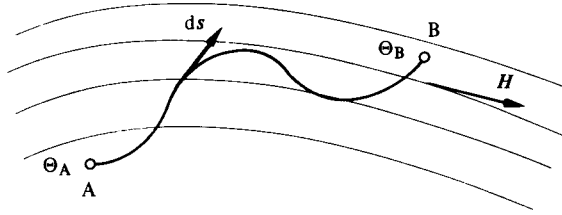


Fig. 2.14

2.4.10 Propriétés du potentiel magnétique

En appliquant les relations (2.45) et (2.48) le long d'un cercle de rayon r , on obtient :

$$\oint_C \mathbf{H} \cdot d\mathbf{s} = \Theta = I$$

De façon plus générale, on peut écrire :

$$\oint_C \mathbf{H} \cdot d\mathbf{s} = \int_S \mathbf{J} \cdot d\mathbf{A} = \sum_I I_j = \Theta \quad (2.49)$$

L'intégrale de surface ainsi que la somme des courants sont définies à l'intérieur du contour fermé.

On peut remarquer l'analogie entre les notions de champs électrique et magnétique, ainsi qu'entre les potentiels électrique et magnétique.

2.4.11 Définition : flux d'induction magnétique

Le *flux d'induction magnétique* est l'intégrale de surface, ou flux, de l'induction magnétique :

$$\Phi = \int_S \mathbf{B} \cdot d\mathbf{A} \quad (2.50)$$

Le symbole du flux est Φ . Il se mesure en weber de symbole Wb. On a la relation :

$$1 \text{ Wb} = 1 \text{ Vs}$$

2.4.12 Définition : tube de flux

On appelle *tube de flux* un tube dont les parois sont formées par des lignes de champ s'appuyant sur un contour fermé.

Les tubes de flux relatifs au champ d'induction magnétique (fig. 2.15) revêtent une importance particulière.

2.4.13 Propriété des tubes de flux d'induction magnétique

Un tube d'induction magnétique est caractérisé par la propriété de conservation du flux. En d'autres termes, on a la relation (fig. 2.15) :

$$\int_S \mathbf{B}_1 \cdot d\mathbf{A}_1 = - \int_S \mathbf{B}_2 \cdot d\mathbf{A}_2 = \Phi \quad (2.51)$$

$$\int_S \mathbf{B} \cdot d\mathbf{A} = 0 \quad (2.52)$$

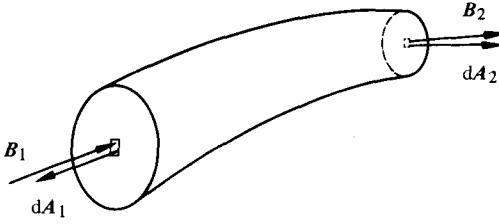


Fig. 2.15

2.4.14 Développement

De même qu'une ligne d'induction, un tube de flux est toujours fermé sur lui-même. On peut donc le caractériser par la relation suivante, résultant de (2.49) :

$$\oint_C \mathbf{H} \cdot d\mathbf{s} = \Theta = \oint_C H ds$$

En considérant une section A perpendiculaire aux lignes d'induction, on peut poser :

$$\Phi = B A = \mu H A$$

$$H = \frac{\Phi}{\mu A}$$

$$\int_C \frac{\Phi}{\mu A} ds = \Theta$$

Le flux étant conservatif (2.52), donc constant le long d'un tube, on peut le sortir de l'intégrale.

$$\Phi \oint_C \frac{ds}{\mu A} = \Theta \quad (2.53)$$

Si on considère un bobinage formé de N spires parcourues par un courant I générant le potentiel magnétique Θ , on a par (2.49) :

$$\Theta = N I$$

De plus, le flux total traversant le bobinage vaut (§ IX.1.2.3) :

$$\Phi_t = N \Phi \quad (2.54)$$

Ces trois dernières relations établissent la proportionnalité entre le flux total et le courant.

2.4.15 Définition : inductance propre

L'*inductance propre* d'un bobinage est le facteur de proportionnalité entre le flux total et le courant associé. On a la relation :

$$L = \Phi_t / I = N \Phi / I \quad (2.55)$$

$$L = \frac{N^2}{\int_C \frac{ds}{\mu A}} \quad (2.56)$$

Le symbole de l'inductance est L . Elle se mesure en henry (symbole H). On a la relation :

$$1 \text{ H} = 1 \text{ Vs/A}$$

2.4.16 Exemple : inductance d'une bobine

Soit une bobine de section A et de longueur l (fig. 2.16). L'inductance correspondante vaut donc par (2.56) :

$$L = \frac{N^2}{\oint_C \frac{ds}{\mu A}}$$

On peut décomposer l'intégrale en deux termes, à l'intérieur et à l'extérieur de la bobine :

$$\oint_C \frac{ds}{\mu A} = \int_{\text{int}} \frac{ds}{\mu A} + \int_{\text{ext}} \frac{ds}{\mu A}$$

Lorsque la section externe peut être considérée comme infinie, on a

$$\oint_C \frac{ds}{\mu A} = \frac{l}{\mu_0 A}$$

D'où l'inductance :

$$L = N^2 \mu_0 A / l \quad (2.57)$$

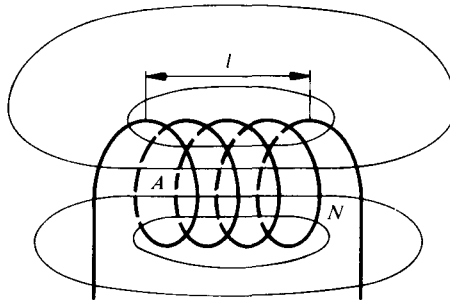


Fig. 2.16

2.4.17 Définition : tension induite

On appelle *tension induite* U_i associée à un bobinage la circulation du vecteur E le long d'un contour fermé sur lui-même, associé au bobinage.

$$U_i = \oint_C E \, ds$$

2.4.18 Propriété : loi de la tension induite

On constate expérimentalement que la tension induite U_i est égale à la dérivée du flux d'induction embrassé par le contour fermé (fig. 2.17), changée de signe.

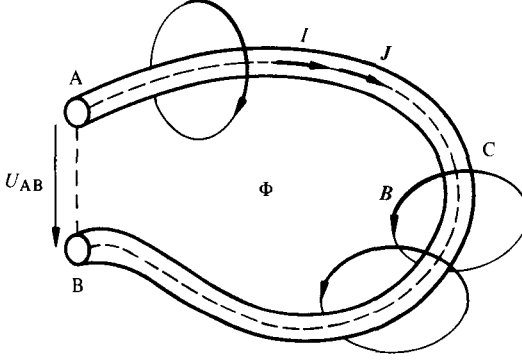


Fig. 2.17

$$U_i = \oint_C E \, ds = - \frac{d\Phi}{dt} \quad (2.58)$$

L'induction est créée par le courant lui-même, conformément à la convention de signes de la figure 2.17.

La circulation du vecteur E peut être décomposée en deux intégrales, l'une le long du chemin ACB dans le conducteur, l'autre par le plus court chemin BA. Dans le conducteur, on a par (2.33): $E = \rho J$, d'où

$$\int_{ACB} E \, ds = \int_{ACB} \rho \frac{I}{A} \, ds = RI \quad (2.59)$$

Dans cette expression, R est la résistance du conducteur ACB. La seconde partie de l'intégrale devient :

$$\int_{BA} E \, ds = -U_{AB} \quad (2.60)$$

En substituant les deux intégrales partielles (2.59) et (2.60) dans la relation (2.58), on obtient :

$$U_i = RI - U_{AB} = - \frac{d\Phi}{dt}$$

$$U_{AB} = RI + \frac{d\Phi}{dt} \quad (2.61)$$

La grandeur U_{AB} est la *tension aux bornes* entre A et B. Sa valeur dépend du chemin parcouru pour aller de A vers B.

Pour un tel circuit, le flux d'induction est lui-même proportionnel au courant I selon la relation (2.55).

$$U_{AB} = RI + d(LI)/dt \quad (2.62)$$

Pour une inductance propre constante, on obtient :

$$U_{AB} = RI + L dI/dt \quad (2.63)$$

2.4.19 Phénomène d'induction mutuelle

On considère deux bobines 1 et 2 disposées de telle façon que le flux créé par l'une traverse partiellement l'autre (fig. 2.18). Si la bobine 1 est alimentée, elle génère un flux que l'on peut séparer en deux termes principaux :

$$\Phi_1 = \Phi_{12} + \Phi_{\sigma 1} \quad (2.64)$$

Avec :

- Φ_{12} , le flux commun aux bobines 1 et 2;
- $\Phi_{\sigma 1}$, le flux de fuite, spécifique à la bobine 1.

Si la bobine (2) est ouverte ($i_2 = 0$), on peut poser les équations suivantes, par (2.59) :

$$\begin{aligned} u_1 &= R_1 i_1 + d(N_1 \Phi_1)/dt \\ u_2 &= d(N_2 \Phi_{12})/dt \end{aligned} \quad (2.65)$$

Une tension électrique peut apparaître aux bornes de la bobine 2, sans qu'elle soit alimentée directement. Il s'agit du *phénomène d'induction mutuelle*.

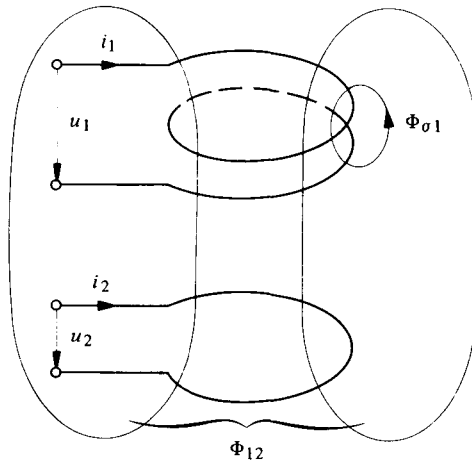


Fig. 2.18

2.4.20 Développement

Par (2.64), on peut écrire pour les flux totaux :

$$N_1 \Phi_1 = N_1 \Phi_{12} + N_1 \Phi_{\sigma 1} = L_{12} I_1 + L_{\sigma 1} I_1$$

$$L_{12} = \frac{N_1 \Phi_{12}}{I_1} = \frac{N_1^2}{\int_C \frac{ds}{\mu A_{12}}}$$

La grandeur L_{12} est l'inductance de champ principal de la bobine (1). Le flux commun s'écrit :

$$\Phi_{12} = L_{12} I_1 / N_1$$

Le flux total créé par la bobine (1), traversant la bobine (2), s'écrit (2.65) :

$$\Phi_{12t} = N_2 \Phi_{12} = (L_{12} I_1) N_2 / N_1$$

Par (2.56), on peut poser :

$$\Phi_{12t} = \frac{N_1 N_2 I_1}{\oint_C \frac{ds}{\mu A_{12}}} \quad (2.66)$$

2.4.21 Définition : inductance mutuelle

L'*inductance mutuelle* relative à deux bobinages (1) et (2) est le facteur de proportionnalité entre le flux total, créé par le bobinage (1) et traversant le bobinage (2), et le courant associé au bobinage (1). On a la relation :

$$L_{12} = \frac{N_2 \Phi_{12}}{I_1} = \frac{N_1 N_2}{\oint_C \frac{ds}{\mu A_{12}}} \quad (2.67)$$

Le symbole de l'inductance mutuelle est le même que celui de l'inductance propre, avec en indice les numéros d'ordre des bobinages.

2.4.22 Propriété de réversibilité

On peut montrer (sect. III.4.6) que la relation suivante est toujours vérifiée :

$$L_{12} = L_{21} \quad (2.68)$$

L'inductance mutuelle est réversible.

2.4.23 Loi de la tension induite pour deux circuits

Lorsque deux circuits électriques sont fermés (fig. 2.19), les expressions de la tension induite se généralisent comme suit, par (2.59), (2.63), (2.67) et (2.68) :

$$\begin{aligned} u_1 &= R_1 i_1 + d(L_{11} i_1 + L_{12} i_2) / dt \\ u_2 &= R_2 i_2 + d(L_{22} i_2 + L_{12} i_1) / dt \end{aligned} \quad (2.69)$$

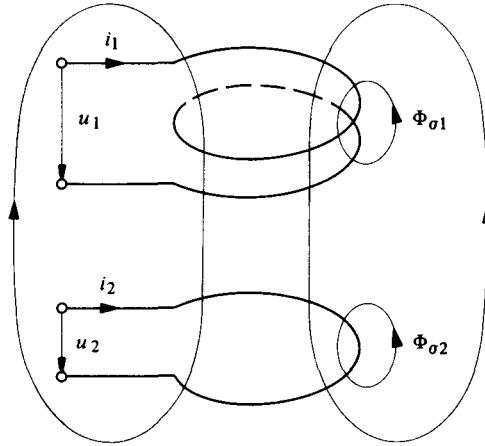


Fig. 2.19

2.4.24 Loi de Lenz

Soit un circuit électrique (1) agissant sur un circuit fermé (2), par induction (fig. 2.20). Par (2.69), on peut écrire :

$$\begin{aligned} u_2 &= 0 \\ R_2 i_2 + d(L_{22} i_2) / dt &= -d(L_{12} i_1) / dt = -u_{20} \end{aligned} \quad (2.70)$$

La tension u_{20} est la tension induite dans la bobine lorsqu'elle est ouverte (fig. 2.20). Le phénomène associé au courant induit i_2 crée une tension opposée à cette tension u_{20} .

En d'autres termes, le courant qui prend naissance dans un circuit fermé tend à s'opposer à la variation de flux qui le produit et, de façon plus générale, à la cause de cette variation. Il s'agit de la *loi de Lenz*, de caractère essentiellement qualitatif.

2.4.25 Propriétés : changements de milieu

Considérons deux milieux séparés par une surface A (fig. 2.21). Une ligne de champ magnétique traversant cette frontière obéit à des propriétés de continuité liées aux perméabilités respectives.

Des lignes de champ d'induction normales à la surface A (B_{1n}, B_{2n}) permettent de définir des tubes de flux (§ 2.4.12) élémentaires :

$$\begin{aligned} d\Phi_1 &= B_{1n} \cdot dA \\ d\Phi_2 &= B_{2n} \cdot dA \end{aligned}$$

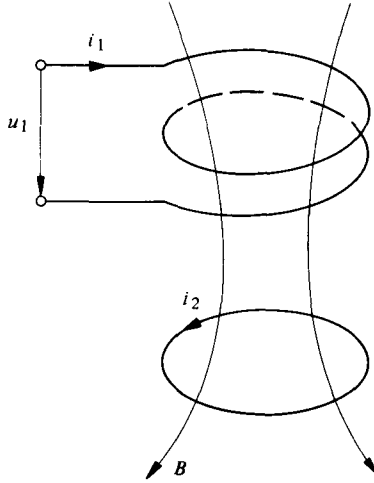


Fig. 2.20

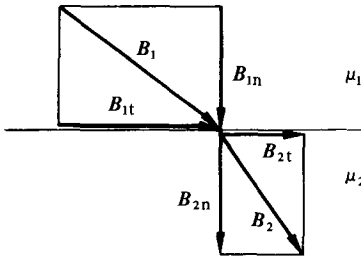


Fig. 2.21

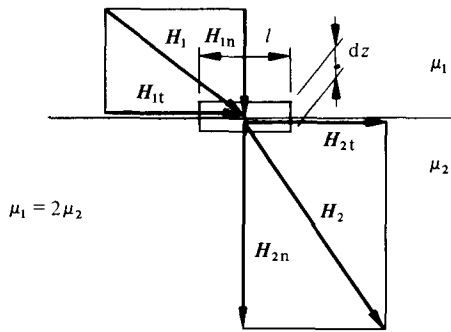


Fig. 2.22

Le flux étant conservatif, il en résulte la propriété suivante :

$$B_{1n} = B_{2n} \quad (2.71)$$

Il y a donc continuité de la composante normale de l'induction magnétique lors d'un changement de milieu.

Considérons d'autre part deux lignes de champ magnétiques tangentes à la même frontière (fig. 2.22).

Définissons un contour rectangulaire de hauteur dz et de longueur l à cheval sur la frontière. Par (2.49), on a :

$$\begin{aligned} \oint_C \mathbf{H} \cdot d\mathbf{s} &= \int_S \mathbf{J} \cdot d\mathbf{A} = 0 \\ &= -(H_{1n} + H_{2n})dz/2 + H_{1t}l + (H_{1n} + H_{2n})dz/2 - H_{2t}l \end{aligned}$$

D'où :

$$H_{1t} = H_{2t} \quad (2.72)$$

Il y a donc continuité de la composante tangentielle du champ magnétique lors d'un changement de milieu.

2.4.26 Propriétés de réfraction

Compte tenu des relations (2.71) et (2.72), on peut définir un indice de réfraction du champ magnétique (fig. 2.23). On a les relations :

$$\begin{aligned} \mu_1 H_{1n} &= \mu_2 H_{2n} \\ H_{1t} &= H_{2t} \\ \frac{H_{1n}}{H_{1t}} &= \frac{\mu_2}{\mu_1} \frac{H_{2n}}{H_{2t}} \\ \tan \alpha_2 &= \frac{\mu_2}{\mu_1} \tan \alpha_1 \end{aligned} \quad (2.73)$$

Les angles α_1 et α_2 apparaissent entre le vecteur champ magnétique correspondant et la normale à la surface.

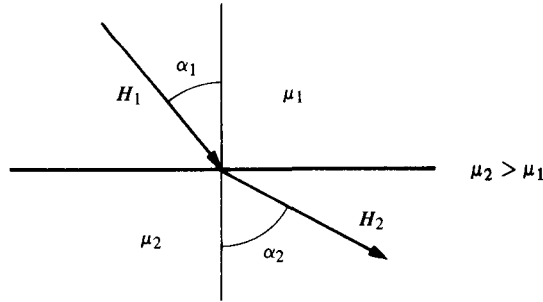


Fig. 2.23

2.4.27 Propriétés : milieux ferromagnétiques

La plupart des matériaux ont une perméabilité très proche de celle du vide, μ_0 . Seuls trois métaux — le fer, le nickel et le cobalt, ainsi que certains de leurs alliages — présentent des perméabilités relatives importantes (de 100 à 10000). De tels matériaux sont dits *ferromagnétiques*. Si l'on compare deux milieux tels que le fer et l'air, on peut établir les relations suivantes liées à la création d'une induction B_0 entre deux points A et B, distants d'une longueur l . Pour l'air, on peut poser :

$$\begin{aligned} H_a &= \frac{B_0}{\mu_0} \\ \Theta_a &= \int_A^B \frac{B}{\mu_0} ds = \frac{B_0}{\mu_0} l \end{aligned}$$

Pour le fer :

$$\Theta_f = \frac{B_0}{\mu} l$$

On a donc le quotient :

$$\frac{\Theta_f}{\Theta_a} = \frac{\mu_0}{\mu} = \frac{1}{\mu_r} \quad (2.74)$$

La différence de potentiel magnétique nécessaire à la circulation d'un champ d'induction magnétique est inversement proportionnelle à la perméabilité relative du milieu. C'est la raison pour laquelle on recourt fréquemment à l'utilisation de fer dans la construction de machines électriques, transformateurs, etc.

Par la relation (2.73), on peut écrire l'expression suivante relative à un passage de l'air (indice 1) au fer (indice 2) :

$$\tan \alpha_2 = \frac{\mu}{\mu_0} \tan \alpha_1 = \mu_r \tan \alpha_1 \quad (2.75)$$

Il en résulte que l'angle α_1 est beaucoup plus petit que l'angle α_2 . On peut admettre que l'incidence des lignes de champ d'un milieu tel que l'air sur un milieu ferromagnétique est pratiquement perpendiculaire.

2.4.28 Propriété : saturation et hystérésis

Lorsqu'on accroît le champ magnétique traversant un milieu ferromagnétique, on voit apparaître deux phénomènes liés aux propriétés de la matière (fig. 2.24) :

- la saturation, faisant tendre progressivement la perméabilité vers celle du vide μ_0 ;
- l'hystérésis, associée à un changement de sens de la variation du champ magnétique.

Le phénomène de saturation limite les performances de certaines machines électriques. Le phénomène d'hystérésis conduit à des pertes dans les machines à courant alternatif (sect. IX.1.5). En revanche, il peut être exploité avantageusement dans le cas d'aimants permanents. En effet, ces éléments sont constitués de matériaux présentant un cycle d'hystérésis important.

2.4.29 Caractéristiques de l'aimant permanent

L'aimant permanent est caractérisé par sa courbe d'hystérésis. Soit un aimant permanent de forme simple, associé à un entrefer δ (fig. 2.25). Par (2.48), on peut écrire :

$$\oint \mathbf{H} \cdot d\mathbf{s} = H l + H_\delta \delta = 0$$

Par la propriété de conservation du flux (2.52), on a :

$$B A = B_\delta A_\delta$$

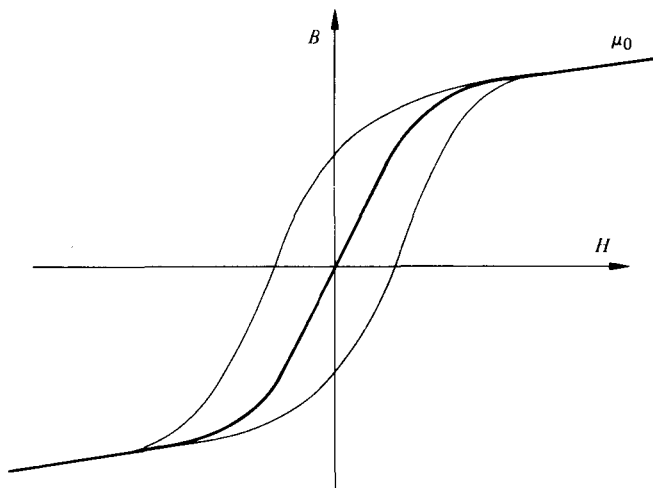


Fig. 2.24

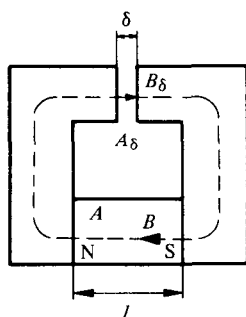


Fig. 2.25

Par (2.46) :

$$B_{\delta} = \mu_0 H_{\delta}$$

Par substitution :

$$B A = -\mu_0 H A_{\delta} l / \delta$$

$$\frac{B}{H} = -\mu_0 \frac{A_{\delta}}{A} \frac{l}{\delta} \quad (2.76)$$

C'est l'équation d'une droite passant par l'origine, dans le plan $B - H$. Le point de fonctionnement de l'aimant permanent se trouve à l'intersection de cette droite et de la caractéristique d'hystérésis du matériau (fig. 2.26).

On définit ainsi les points B_0 , H_0 . On peut montrer (chap. IX.3) que l'aimant permanent peut être assimilé à une source de potentiel magnétique externe de valeur suivante :

$$\Theta_e = H_0 l \quad (2.77)$$

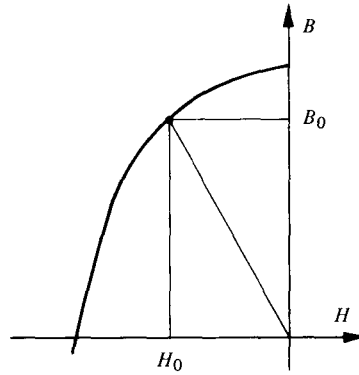


Fig. 2.26

L'intérêt de l'aimant permanent réside dans la possibilité de créer une force ou un potentiel magnétique sans pertes Joule.

2.4.30 Exemple numérique. Force sur un conducteur

Soient deux conducteurs parallèles distants de 10 mm et parcourus par des courants de 100 A. La force d'attraction par unité de longueur qui s'exerce sur eux dans l'air vaut par (2.36) :

$$F_m/l = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{II'}{r} = 0,2 \text{ N/m}$$

Si un même conducteur est placé dans l'entrefer d'un aimant générant un champ d'induction de 1 T, cette force spécifique devient par (2.43) :

$$F_m/l = IB = 100 \text{ N/m}$$

2.4.31 Exemple numérique. Le transformateur idéal

La figure 2.27 montre un exemple de construction d'un transformateur. Il comprend un circuit ferromagnétique formé de tôles et deux bobines comprenant respectivement 100 (N_1) et 10 (N_2) spires.

Dans un cas idéal, tout le flux créé par la première bobine traverse la seconde.

Par (2.57) et (2.68), on peut poser :

$$L_1 = \frac{N_1^2}{\oint_C \frac{ds}{\mu A}} = N_1^2 \Lambda$$

$$L_2 = N_2^2 \Lambda$$

$$L_{12} = N_1 N_2 \Lambda$$

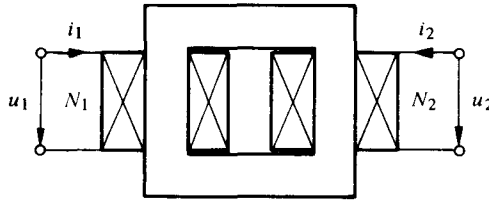


Fig. 2.27

Les équations (2.49) deviennent :

$$u_1 = R_1 i_1 + d(N_1^2 \Lambda i_1 + N_1 N_2 \Lambda i_2) / dt$$

$$u_2 = R_2 i_2 + d(N_2^2 \Lambda i_2 + N_1 N_2 \Lambda i_1) / dt$$

$$u_1 - R_1 i_1 = N_1 d(N_1 \Lambda i_1 + N_2 \Lambda i_2) / dt$$

$$u_2 - R_2 i_2 = N_2 d(N_1 \Lambda i_1 + N_2 \Lambda i_2) / dt$$

A condition que les dérivées soient non nulles, ce qui implique que les courants i_1 et i_2 sont variables dans le temps, on obtient :

$$(u_1 - R_1 i_1) / (u_2 - R_2 i_2) = N_1 / N_2$$

Si les chutes de tension ohmique sont négligeables, on obtient la relation :

$$u_1 / u_2 = N_1 / N_2 = 10$$

C'est le principe du transformateur idéal.

2.5 EXERCICES

2.5.1 Déterminer la vitesse de rotation orbitale d'un électron autour du noyau d'un atome d'hydrogène, sachant que les forces d'attraction électrostatique et centrifuge s'équilibrent. La masse de l'électron est de $9,108 \cdot 10^{-31}$ kg. La charge du noyau d'hydrogène est égale et opposée à celle de l'électron. On admettra un rayon de $0,5 \cdot 10^{-10}$ m.

2.5.2 Un condensateur plan est constitué par deux disques parallèles de 0,1 m de rayon, distants de $2 \cdot 10^{-3}$ m. Déterminer les grandeurs suivantes :

- la capacité dans le vide;
- la capacité dans un milieu de permittivité relative égale à 5;
- le champ électrique entre les disques, dans les deux cas, toujours pour une tension aux bornes de 1000 V.

2.5.3 Un condensateur plan est constitué par deux disques parallèles, de 0,1 m de rayon, distants de $2 \cdot 10^{-3}$ m. L'espace entre les disques est constitué d'une couche de $1 \cdot 10^{-3}$ m, de permittivité relative égale à 5 et d'une couche de même épaisseur, de per-

mittivité relative égale à 1. Déterminer les grandeurs suivantes :

- la capacité résultante;
- les champs électriques respectifs dans les deux milieux pour une tension de 1000 V.

2.5.4 Les ampoules définies au § 2.3.13 sont branchées en série sous une tension de 12 V. Déterminer le courant résultant et la puissance consommée par chacune d'elles.

2.5.5 Pour le même montage qu'en 2.5.4, quelle est la tension totale maximum applicable aux bornes sans risque de détérioration (une détérioration peut intervenir dès que la puissance nominale est dépassée) ? Déterminer alors les puissances consommées dans chaque ampoule.

2.5.6 Une ligne de transport d'énergie électrique a une longueur de 200 km. Elle est formée de conducteurs de 20 mm de diamètre. Le courant qui les parcourt est de 800 A. Le matériau constituant présente une résistivité de $30 \text{ n}\Omega\text{m}$. Déterminer la résistance et les pertes Joule par conducteur.

2.5.7 Une ligne de transport d'énergie électrique est parcourue par un courant de 1000 A. Elle est disposée perpendiculairement au champ magnétique terrestre. Son intensité est de 40 A/m. Déterminer la force par unité de longueur de ligne due à l'effet du champ.

2.5.8 Déterminer les tensions U_3 et U_5 du schéma de la figure 2.28, sachant que les autres tensions valent :

- $U_1 = U_6 = 2 \text{ V}$
- $U_2 = -3 \text{ V}$
- $U_4 = 5 \text{ V}$
- $U_7 = 1 \text{ V}$

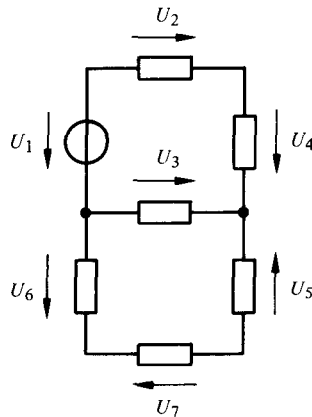


Fig. 2.28

2.5.9 Déterminer les courants I_4 et I_8 du schéma de la figure 2.29, sachant que les autres courants valent :

- $I_1 = -5 \text{ A}$
- $I_2 = 2 \text{ A}$
- $I_3 = -I_5 = 3 \text{ A}$
- $I_6 = -2 \text{ A}$
- $I_7 = 1 \text{ A}$

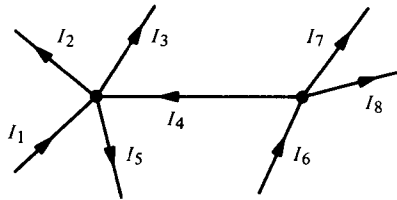


Fig. 2.29

2.5.10 Deux bobines sont caractérisées par des résistances nulles. Leurs inductances respectives valent $L_1 = 5 \text{ mH}$ et $L_2 = 4 \text{ mH}$. Leur inductance mutuelle L_{12} vaut 3 mH . La première bobine est alimentée par une tension $u_1 = 100 \sin 314 t$. La seconde bobine est en court-circuit ($u_2 = 0$). Déterminer les courants dans les deux bobines en régime permanent (composantes sinusoïdales uniquement).

PRODUCTION, DISTRIBUTION ET UTILISATION DE L'ÉNERGIE ÉLECTRIQUE

3.1 ÉCONOMIE ÉNERGÉTIQUE

3.1.1 Rôle de l'énergie électrique

L'énergie électrique est une forme secondaire d'énergie, qui ne présente que peu d'intérêt et d'utilisations en tant que telle. En revanche, elle représente une forme intermédiaire d'énergie très intéressante par sa facilité de transport et de distribution, par sa souplesse lors de transformations, par ses possibilités de réglage et par le rendement généralement élevé de sa conversion.

La production d'énergie électrique est due pour plus de 99 % à une conversion mécanique-électrique.

Inversement, l'énergie électrique est convertie en des formes diversifiées d'énergie de consommation :

- l'énergie lumineuse (lampes à filaments, à gaz, à décharge gazeuse, etc.);
- l'énergie mécanique (moteurs, relais, etc.);
- l'énergie thermique (fours, radiateurs, chauffe-eau, etc.);
- l'énergie chimique (électrolyse).

Le tableau 3.1 illustre l'interdépendance des principales formes d'énergie.

Signalons qu'une part non négligeable de l'utilisation de l'énergie électrique vise un but particulier, sans considération de conversion d'énergie. Il s'agit de la transmission et du traitement de l'information (calculatrices, téléphone, radio, télévision, etc.) pour lesquels l'électricité est un vecteur (chap. 4).

3.1.2 Production d'énergie électrique

Actuellement, on peut distinguer trois sources principales de production d'énergie électrique, utilisant toutes la filière mécanique :

- l'énergie hydraulique potentielle ou cinétique participant au cycle climatique naturel. Le rendement global de la conversion est de 80 à 85 % ;
- l'énergie thermique d'origine fossile (charbon ou pétrole), conduisant à un rendement énergétique d'environ 30 à 35 %. Le bilan économique peut être amélioré par une combinaison de la production d'énergie électrique avec un système de chauffage à distance, récupérant une partie des pertes ;
- l'énergie thermique d'origine nucléaire (fission), conduisant à des rendements comparables à ceux des centrales à combustible fossile.

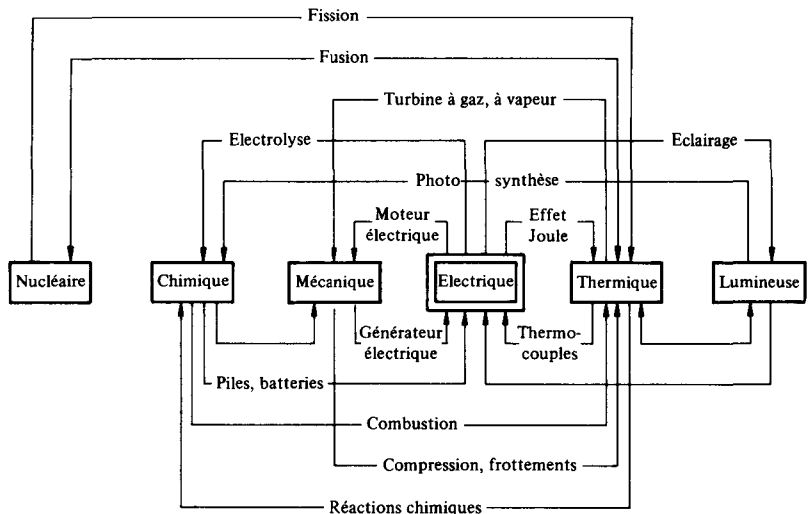


Fig. 3.1

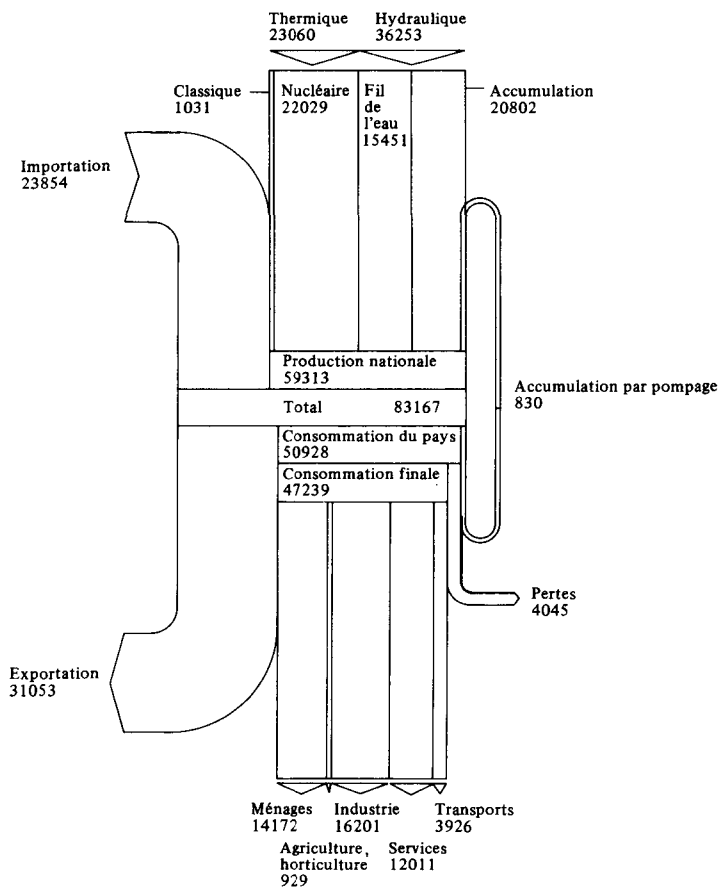


Fig. 3.2 Production et consommation d'énergie électrique Suisse en 1993. Chiffres en GWh.

Les centrales thermiques à vapeur supportent mal de fortes variations de puissance, car certaines parties de la machine peuvent subir un vieillissement exagéré sous l'effet des contraintes thermiques résultantes. De plus, les coûts de production par unité d'énergie s'accroissent lorsque la puissance diminue. Par ailleurs, les centrales hydrauliques au fil de l'eau ont une puissance disponible fortement liée aux conditions hydrologiques saisonnières. Ce seront donc essentiellement des centrales hydrauliques à accumulation qui permettront d'assurer un réglage de la puissance fournie.

Dans des pays sans ressources hydrauliques, ce réglage s'effectue en partie par l'intermédiaire des centrales thermiques et en partie par des groupes diesel ou des turbines à gaz.

La figure 3.2 illustre la répartition de la production et de la consommation annuelles d'énergie électrique en Suisse. La figure 3.3 montre l'évolution de cette répartition au cours de l'année.

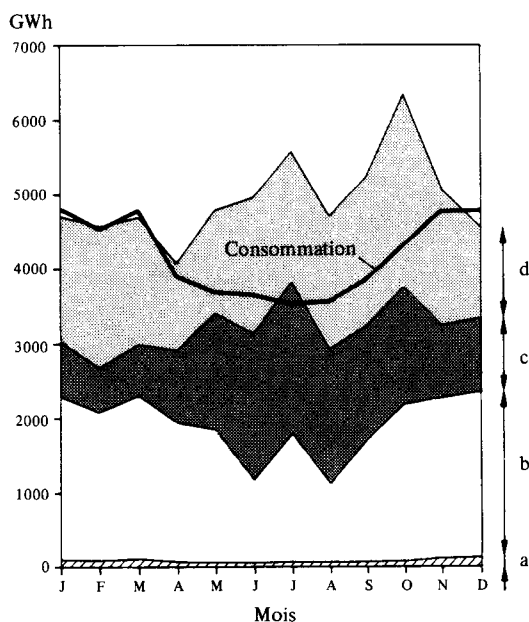


Fig. 3.3 Diagramme de la production et de la consommation mensuelles d'énergie électrique en Suisse au cours de l'année 1993: (a) production des centrales thermiques classiques; (b) production des centrales nucléaires; (c) production des centrales au fil de l'eau; (d) production des centrales hydrauliques à accumulation.

3.1.3 Consommation d'énergie électrique

La consommation d'énergie électrique journalière suit une courbe plus ou moins périodique. Elle est influencée par les saisons, le jour de la semaine (différence entre le samedi, le dimanche et les autres jours), le taux d'industrialisation du pays et le climat. A titre d'exemple, on constate l'apparition d'une pointe de consommation en Suisse entre 11 h et 12 h, par suite de l'enclenchement de nombreuses cuisinières électriques. Une seconde pointe apparaît en hiver vers 17h, par la superposition de l'activité industrielle, de l'éclairage et de l'usage domestique. Au sud des Etats-Unis, en été, la pointe se

situé entre 16 h et 17 h, lorsque toutes les installations de conditionnement de l'air fonctionnent à pleine charge.

L'énergie consommée peut se répartir suivant les formes d'utilisation ou les groupes de consommateurs.

La figure 3.4 montre la répartition annuelle selon les formes d'utilisation pour la Suisse. On constate que la chaleur représente une part très importante de la consommation, alors que la lumière ne représente que 0,5% environ.

La figure 3.5 donne la répartition énergétique par groupes de consommateurs, toujours pour la Suisse.

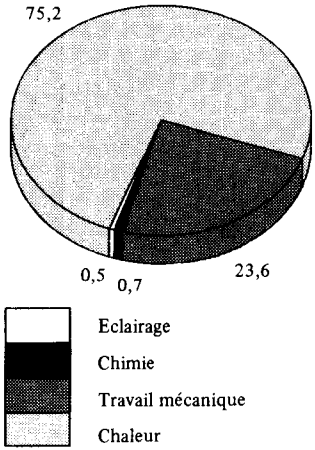


Fig. 3.4 Répartition de la consommation d'énergie électrique d'après les formes d'utilisation. Suisse 1993. Chiffres en %.

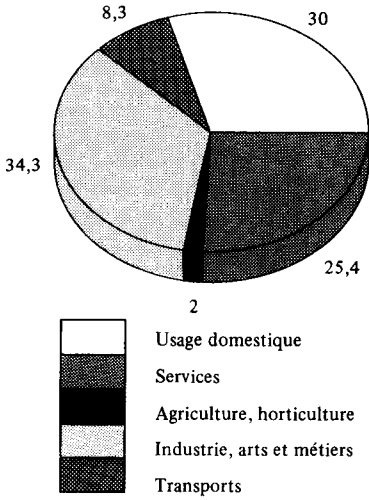


Fig. 3.5 Répartition de la consommation totale d'énergie électrique par groupes de consommateurs. Suisse 1993.

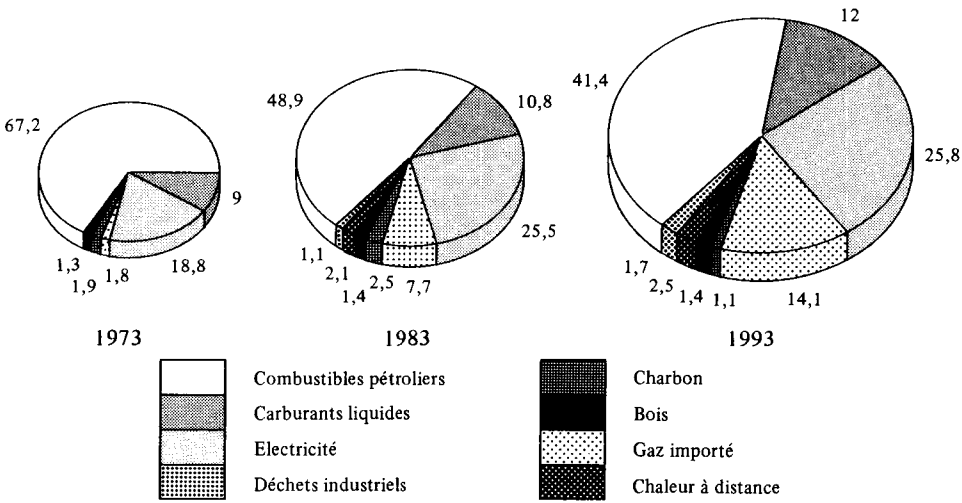


Fig. 3.6 Part des différentes sources énergétiques à la consommation globale Suisse. Chiffres en % du total.

A titre comparatif, la figure 3.6 correspond à la répartition de la consommation globale d'énergie en Suisse selon les diverses formes de production. On constate que les parts respectives de l'électricité et des combustibles pétroliers ont beaucoup évolué au cours des vingt années considérées.

Pratiquement, la production d'énergie électrique doit s'adapter à la consommation. On constate que l'écart entre les puissances de pointes et les puissances de creux tend à s'accroître avec les années (voir fig. 3.3). Il en résulte une augmentation de l'investissement au niveau de la production. Les installations devraient être conçues pour la fourniture de la puissance de pointe avec une certaine réserve. Certaines solutions, telles que les centrales réversibles, permettent d'accroître la souplesse d'exploitation des réseaux de production.

3.1.4 Centrales réversibles

Selon les conditions saisonnières, l'ensemble de la production moyenne d'énergie peut être assuré par des centrales de base, au fil de l'eau ou thermiques. Seules les pointes dans la matinée et en fin d'après-midi doivent alors être assurées par d'autres moyens. Inversement, des creux, par rapport à la production idéale, apparaissent de nuit (fig. 3.7). Un meilleur équilibre peut être trouvé par les mesures suivantes, de caractère passif, pour combler les périodes de creux :

- la production d'eau chaude;
- le chauffage par accumulateurs de chaleur;
- la charge de batteries d'accumulateurs.

Une solution active consiste à réaliser un stockage d'énergie aux heures de creux dans les centrales de pompage à accumulation ou par des centrales à réservoir d'air compri-

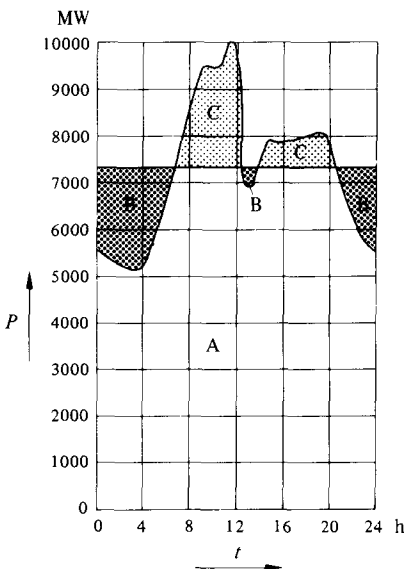


Fig. 3.7 Diagramme de la puissance journalière avec équilibrage des énergies de pointe et de creux. (A) énergie de base; (B) énergie accumulée; (C) énergie de pointe d'accumulation.

mé. Il s'agit de convertir de l'énergie électrique excédentaire en énergie potentielle mécanique, puis de la restituer aux heures de pointe. L'ensemble de l'opération peut s'effectuer avec un rendement de l'ordre de 72 à 77% (fig. 3.8), alors que le rapport des coûts de l'unité d'énergie de pointe et de creux est de l'ordre de 5 à 1.

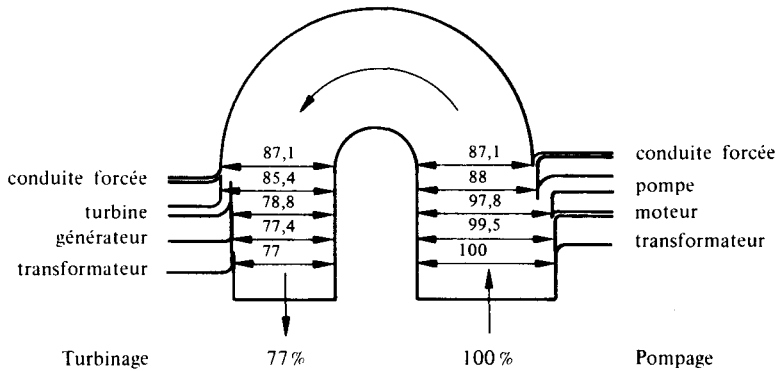


Fig. 3.8 Rendement global d'un aménagement de turbinage-pompage. Rendements en %.

Une centrale de pompage peut être de type *binaire* ou *ternaire*. Dans le premier cas, elle comprend une pompe-turbine réversible et un moteur-alternateur synchrone (§ 3.2.13). Dans le second cas, la pompe et la turbine sont séparées (fig. 3.9). Elle implique un site géographique permettant la réalisation de deux bassins séparés par une différence de niveau d'environ 200 m au moins. Selon la situation géographique, le pompage-turbinage journalier peut se combiner avec un caractère saisonnier. Par exemple, le

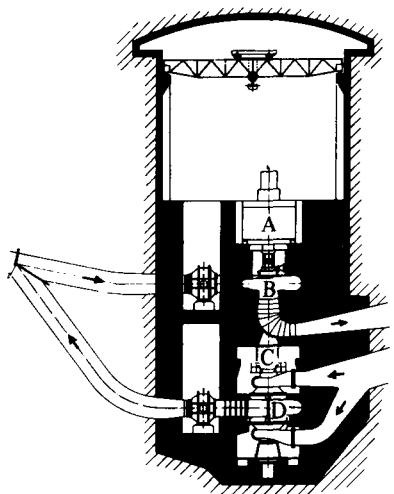


Fig. 3.9 Installation réversible du type ternaire. (A) moteur-générateur; (B) turbine; (C) accouplement débrayable; (D) pompe.

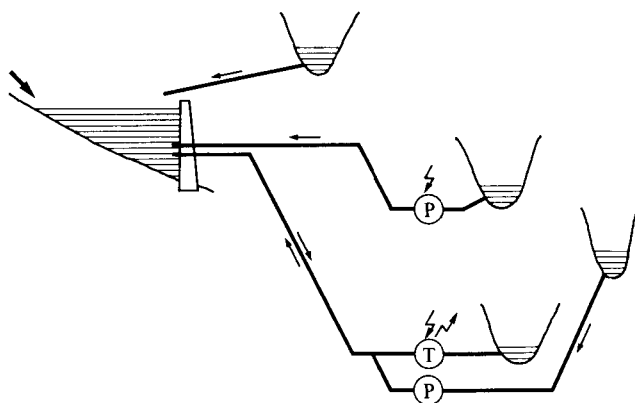


Fig. 3.10 Installation combinée de turbinage et de pompage. (T) turbine; (P) pompage.

pompage peut être excédentaire en été, le turbinage prenant plus d'importance en hiver. D'autres combinaisons peuvent être envisagées (fig. 3.10).

Les centrales à turbines à gaz avec réservoir d'air, moins répandues, permettent de réaliser les mêmes fonctions. On recourt à cette solution lorsque les conditions géologiques se prêtent mal à la réalisation de deux bassins avec une hauteur de chute suffisante. La figure 3.11 illustre une solution possible. L'avantage principal réside dans la possibilité de réaliser un réservoir de volume nettement inférieur à celui imposé par une accumulation hydraulique.

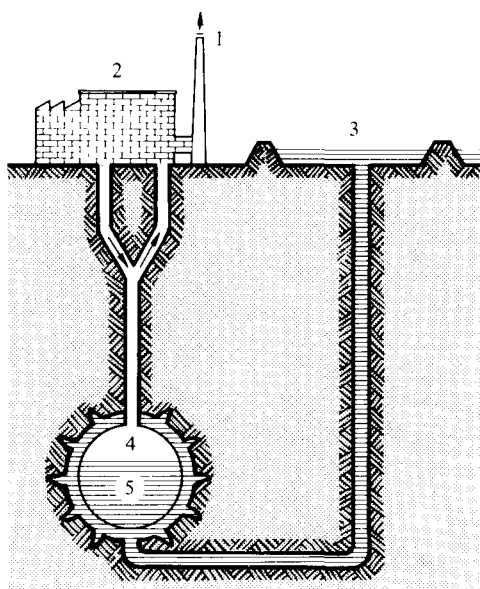


Fig. 3.11 Représentation schématique d'une centrale à turbines à gaz avec réservoir d'air à pression constante. (1) échappement; (2) centrale à turbines à gaz; (3) bassin d'eau de compensation; (4) air; (5) eau.

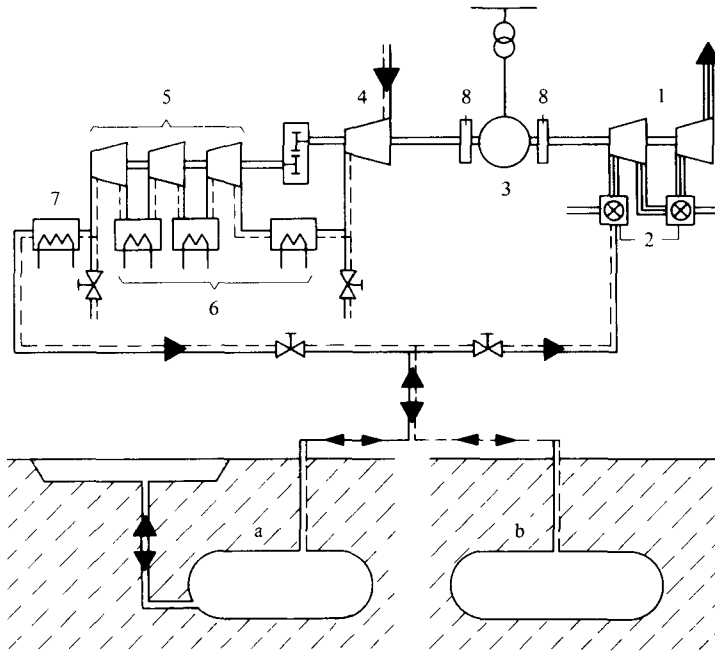


Fig. 3.12 Schéma d'une installation à turbines à gaz avec réservoir d'air. (a) réservoir souterrain avec bassin d'équilibrage; (b) réservoir à volume constant; (1) turbine à gaz; (2) chambre de combustion; (3) moteur alternateur; (4) compresseur basse pression; (5) compresseur haute pression; (6) réfrigérants intermédiaires; (7) réfrigérants à la sortie du compresseur; (8) accouplements.

3.1.5 Perspectives

La période précédant les années 1970 se caractérisait par un développement économique constant et une hausse correspondante de la consommation d'énergie électrique. Une augmentation annuelle de la demande de 5% et plus était considérée comme normale. Depuis la première crise du pétrole des années 1970, les problèmes énergétiques ont pris une importance économique accrue. Avant 1973, l'accent était mis sur la gestion de la production électrique (*SSM Supply Side Management*): la construction à temps et en quantité suffisante de centrales électriques et des moyens de transport de l'énergie.

Un changement d'attitude a été imposé après 1972-73. Le taux d'accroissement de la demande a baissé et, bien qu'il ait remonté à nouveau pendant les années 1983-1985, le taux d'augmentation relative par habitant pour la Suisse est devenu négatif en 1992-1993 (fig. 3.13(a)). Le problème de la production énergétique future est conditionné par les facteurs suivants:

- la limite des ressources naturelles,
- l'intérêt croissant envers les formes alternatives de production d'énergie électrique,
- le développement de nouveaux équipements, conformes aux contraintes écologiques,
- les activités de gestion de l'énergie au niveau distribution et consommation (*DSM Demand Side Management*).

Ces dernières montrent un développement sensible de nos jours. Les essais dans la gestion automatique des réseaux de distribution ont pour but leur fonctionnement optimal, sûr et avec peu de pertes. Le but du DSM – gestion au niveau des consommateurs – est d'entraîner la participation de ces derniers aux activités d'utilisation rationnelle de l'énergie, pour que leur consommation corresponde à leurs besoins réels. De cette manière, une contribution effective à la conservation des ressources naturelles peut être assurée et la satisfaction des consommateurs sera meilleure.

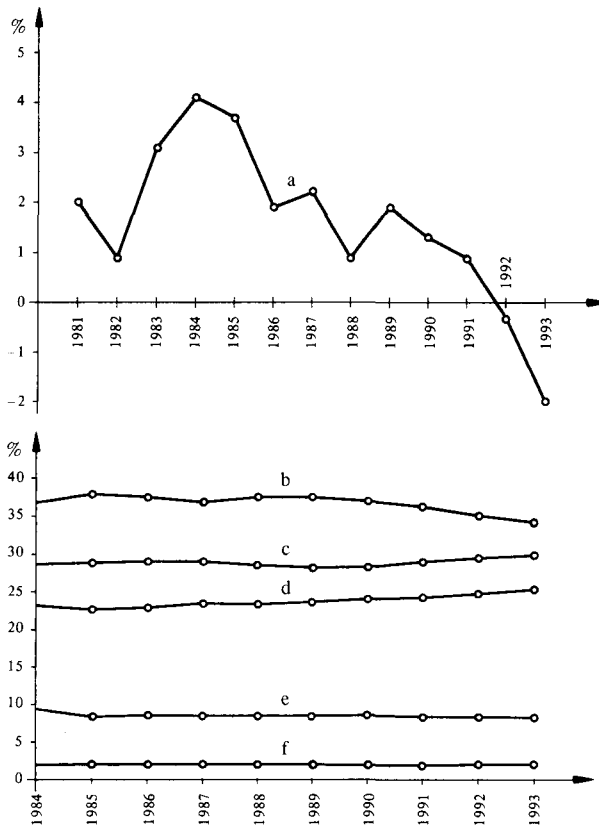


Fig. 3.13 Evolution et répartition de la consommation d'énergie électrique en Suisse: (a) variation de la consommation totale par habitant; (b) industrie; (c) ménages; (d) services; (e) transports; (f) agriculture.

3.1.6 Economies d'énergie

Compte tenu de la raréfaction des sources d'énergies conventionnelles et de l'accroissement du gaspillage en la matière, c'est bien l'action sur ce dernier point qui doit être au centre des préoccupations. Il s'agit principalement d'agir dans les domaines du chauffage, de la climatisation et des transports. Un autre aspect est souvent ignoré. C'est l'énergie considérable pour mettre en oeuvre des objets d'une utilité secondaire. L'énergie nécessaire à la fabrication d'un couteau électrique est beaucoup plus grande que l'énergie musculaire ainsi économisée.

Par ailleurs, la carte de répartition mondiale de la consommation d'énergie électrique par habitant (fig. 3.14) est une mesure indirecte du niveau de vie. A long terme, une telle situation n'est pas admissible et un meilleur équilibre doit être trouvé, principalement au détriment des nations riches.

Si la fin du 19ème siècle et la première moitié du 20ème siècle ont vu le développement quantitatif de l'utilisation de l'énergie, la fin du 20ème siècle doit être axée sur l'amélioration de la notion de qualité en cette matière.

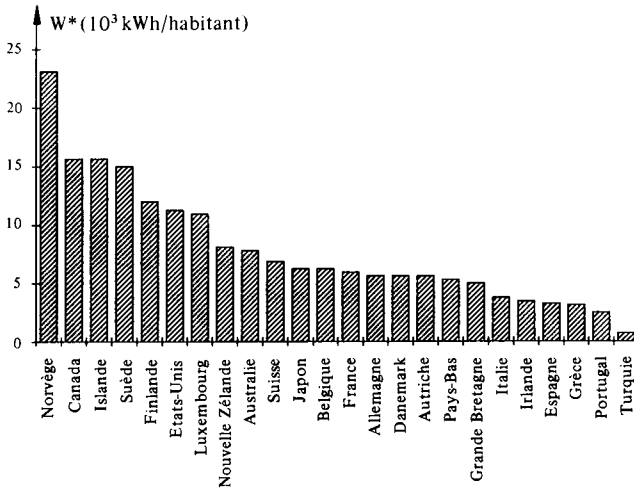


Fig. 3.14 Consommation d'énergie électrique par habitant (W*) dans les pays de l'OECD en 1992.

3.2 CONVERSION D'ÉNERGIE ÉLECTROMÉCANIQUE

3.2.1 Rôle de la conversion électromécanique

Comme déjà signalé au paragraphe 3.1.1, plus de 99 % de la production d'énergie électrique résulte d'une conversion mécanique-électrique.

De même, une part importante de l'énergie mécanique résulte de la conversion inverse. Parmi les principales applications, on signalera la traction électrique, l'entraînement de pompes, de machines-outils, de laminoirs, de dispositifs de réglage, d'appareils électroménagers, etc.

3.2.2 Définitions : moteurs et transducteurs

On classera les convertisseurs électromécaniques en deux principales catégories :

- les *moteurs électriques* d'une puissance de quelques watts (réglage) jusqu'à environ 500 mégawatts (pompage), assurant principalement une conversion d'énergie;
- les *transducteurs électromécaniques*, d'une puissance de quelques microwatts à quelques kilowatts, assurant avant tout un transfert d'information avec une conversion d'énergie plus ou moins importante.

3.2.3 Définitions. Composants d'un moteur

La plupart des moteurs et des transducteurs sont des systèmes tournants. La terminologie suivante définit les principaux composants :

- le *stator* correspond à la partie fixe de l'appareil;
- le *rotor* correspond à la partie tournante;
- l'*entrefer* correspond à l'espace d'air séparant le stator et le rotor et traversé par un champ d'induction magnétique, lors d'une conversion électromécanique.

3.2.4 Caractères généraux de la conversion électromécanique

La conversion électromécanique s'accompagne de diverses transformations intermédiaires (fig. 3.15). On peut citer :

- une conversion électrothermique liée à la circulation de courants dans des conducteurs, produisant des pertes Joule (§ 2.3.4);
- le transfert d'énergie entre le stator et le rotor implique une forme intermédiaire d'énergie. Elle se situe principalement dans l'entrefer. Il s'agit de l'*énergie magnétique* (sect. III.9.2);
- des phénomènes de conversion électrothermique secondaires apparaissent dans les circuits ferromagnétiques, parcourus par un flux alternatif.

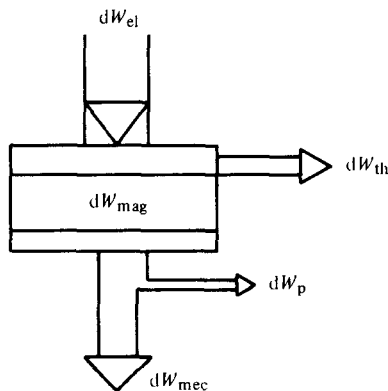


Fig. 3.15

Le principe de conservation de l'énergie permet d'établir le bilan de la conversion de l'énergie électrique en énergie mécanique, en prenant en considération les phénomènes secondaires. On a la relation suivante liant les accroissements d'énergie :

$$dW_{el} = dW_{mag} + dW_{th} + dW_{mec} + dW_p \quad (3.1)$$

Cette expression fait intervenir les formes d'énergie suivantes :

- W_{el} est l'énergie électrique;
- W_{mag} est l'énergie magnétique;
- W_{th} est l'énergie thermique par effet Joule;
- W_{mec} est l'énergie mécanique;
- W_p est l'énergie associée aux pertes mécaniques.

Pour un fonctionnement en régime permanent, on a les relations ci-après, pour les puissances :

$$P = dW/dt \quad (3.2)$$

$$P_{\text{mag}} = dW_{\text{mag}}/dt = 0 \quad (3.3)$$

Cette relation est démontrée dans le chapitre IX.2.

$$P_{\text{el}} = P_{\text{mec}} + P_{\text{th}} \quad (3.4)$$

Le rendement η de la conversion électromécanique s'établit alors comme suit :

$$\eta = \frac{P_{\text{mec}}}{P_{\text{el}}} = \frac{P_{\text{mec}}}{P_{\text{mec}} + P_{\text{th}}} = 1 - \frac{P_{\text{th}}}{P_{\text{el}}} \quad (3.5)$$

De façon plus générale, la puissance mécanique peut se décomposer en deux termes :

- la puissance mécanique utile P_u ;
- les pertes liées aux frottements internes de la machine P_f .

On obtient alors pour le rendement :

$$\eta = \frac{P_u}{P_u + P_f + P_{th}} \quad (3.6)$$

3.2.5 Principes de la conversion électromécanique

Deux phénomènes principaux sont à l'origine des forces de nature électromécanique, soit :

- la variation d'une inductance en fonction d'une position, associée à la déformation d'un circuit magnétique ;
- l'interaction d'un champ d'induction magnétique et d'un courant, caractérisée par la loi de Laplace (§ 2.4.6).

Il est possible de montrer (chap. IX.2) que ces deux phénomènes peuvent être décrits par une même relation.

3.2.6 Phénomène d'inductance variable

Un système de conversion électromécanique à inductance variable comprend, sous sa forme la plus simple, un circuit ferromagnétique déformable et un bobinage. La figure 3.16 correspond à un tel dispositif. S'il possède un degré de liberté caractérisé par une variable x , la force qui résulte de l'excitation de la bobine par un courant i vaut (sect. IX.2.8) :

$$F_x = \frac{1}{2} \frac{dL}{dx} i^2 \quad (3.7)$$

La force F_x est dirigée dans la direction x . L'inductance L est celle de la bobine.

Toute inductance variable en fonction d'un degré de liberté d'un circuit magnétique permet de générer une force. De même, pour un système tournant, il est possible de

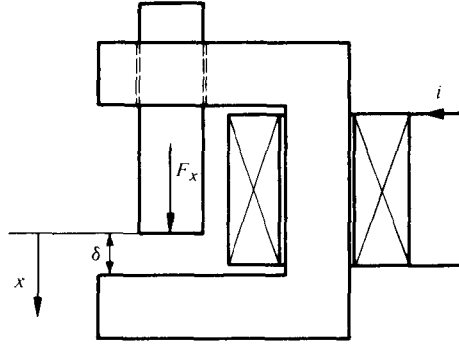


Fig. 3.16

créer un couple, caractérisé par la relation :

$$M_{\alpha} = \frac{1}{2} \frac{dL}{d\alpha} i^2 \quad (3.8)$$

Le couple M_{α} est associé à la rotation définie par l'angle α . Le phénomène d'inductance ou de réluctance (sect. IX.1.3) variable est à la base du fonctionnement de nombreux transducteurs ou moteurs de faible puissance. On peut citer les *relais*, les *électro-aimants*, les *vannes électromagnétiques* (chap. IX.7), certains *moteurs pas à pas* (chap. IX.11) ou *synchrones*, etc.

3.2.7 Exemple. Electro-aimant

L'électro-aimant à noyau plongeur (sect. IX.7.2) de la figure 3.16 est caractérisé par les paramètres suivants :

- le bobinage, constitué de 500 spires (N) parcourues par un courant (i) de 1 A;
- le noyau ferromagnétique, de section A , vaut 10^{-4} m^2 ;
- l'entrefer minimum δ_0 est de 10^{-3} m .

En première approximation, on négligera les chutes de potentiel magnétique dans le fer (§ 2.4.26).

De plus, les lignes de champ dans l'entrefer seront supposées limitées à la section du noyau et perpendiculaires à celle-ci (fig. 3.16). En conséquence, l'inductance de la bobine peut s'écrire (§ 2.4.15) :

$$L = \frac{N^2}{\oint_C \frac{ds}{\mu A}} \quad (3.9)$$

$$L = \frac{N^2}{(\delta - x)/(\mu_0 A)} = N^2 \mu_0 A / (\delta - x) \quad (3.10)$$

Par (3.7), la force s'exerçant sur le noyau vaut :

$$F_x = \frac{1}{2} \frac{dL}{dx} i^2 = \frac{1}{2} N^2 \frac{\mu_0 A}{\delta^2} i^2 \quad (3.11)$$

Compte tenu des valeurs numériques, on obtient :

$$F_x = \frac{1,571 \cdot 10^{-5}}{\delta^2} \quad \text{N} \quad (3.12)$$

La figure 3.17 montre l'évolution de cette force en fonction de l'entrefer. Pour un entrefer de 1 mm, cette force vaut :

$$F_x = 15,71 \text{ N} \quad (3.13)$$

Pour un entrefer nul, l'expression de la force tend vers une valeur infinie. Ce fait est lié à l'hypothèse consistant à négliger la chute de potentiel dans le fer.

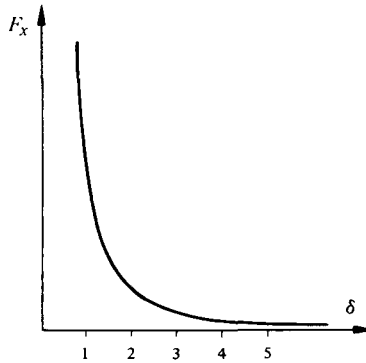


Fig. 3.17

3.2.8 Forces de Laplace

La relation (2.43), connue sous le nom de loi de Laplace, lie une force électromagnétique à l'interaction d'un courant et d'un champ d'induction magnétique :

$$\mathbf{F} = \int_C I \, d\mathbf{s} \times \mathbf{B} \quad (3.14)$$

Le courant est associé à un conducteur dont le contour est défini par l'élément de longueur ds . Le champ d'induction magnétique $\mathbf{B}$ est créé par une bobine auxiliaire ou par un aimant permanent, associé à un circuit magnétique concentrant ce champ au niveau du conducteur.

3.2.9 Exemple : haut-parleur

La membrane 3 d'un haut-parleur est excitée par un transducteur électromécanique 4, selon la figure 3.18. Elle comprend une première bobine 1, associée à un circuit ferromagnétique 5. Cette bobine est parcourue par un courant continu constant I_1 (fig. 3.18). La seconde bobine 2 est placée dans l'entrefer 6 du circuit magnétique. Elle est liée à la membrane 3. Elle est excitée par un courant associé au son à reproduire, i_2 .

Pour l'étude du système, on négligera la chute de potentiel dans le fer. En appliquant la relation (2.49) au trajet d'une ligne de champ créée par la bobine 1, on obtient :

$$\int_C \mathbf{H} \cdot d\mathbf{s} = \Theta_1 = N_1 I_1 = H_1 \delta \quad (3.15)$$

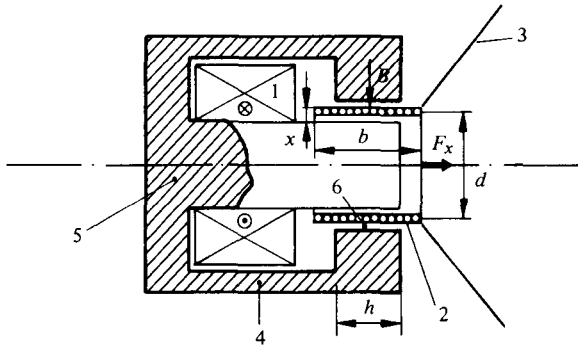


Fig. 3.18

$$B_1 = \mu_0 H_1 = \mu_0 N_1 I_1 / \delta \quad (3.16)$$

Le champ d'induction B_1 a une distribution radiale dans l'entrefer. Le courant i_2 a donc une direction perpendiculaire à l'induction B_1 . Il en résulte une force axiale. Celle-ci est proportionnelle à la longueur relative de la bobine engagée dans l'entrefer. On obtient ainsi par (2.42) :

$$F_x = N_2 \frac{h}{b} i_2 \pi d B_1 = N_1 N_2 \frac{\mu_0}{\delta} \frac{h}{b} \pi d I_1 i_2 \quad (3.17)$$

Appliquons ces relations à un cas particulier pour lequel la bobine 1 est caractérisée par 1000 spires et un courant de 1 A, la bobine 2 par 200 spires et 0,5 A. Les dimensions principales sont les suivantes :

- le diamètre d est de 0,015 m;
- la longueur de bobine b vaut 0,02 m;
- la largeur de pôle h est de 0,012 m;
- l'entrefer δ est de 0,002 m.

Dans ces conditions, on obtient les résultats suivants :

- l'induction B_1 vaut 0,628 T;
- la force F_x vaut 1,78 N.

Il est à remarquer que cette technique de construction du transducteur d'un haut-parleur n'est pratiquement plus réalisée. La bobine 1 est remplacée par un aimant permanent, intégré dans le circuit magnétique.

3.2.10 Machines électriques classiques

L'étude des machines électriques conventionnelles fait l'objet du volume X. Compte tenu de leur degré de technicité, une analyse superficielle n'est pratiquement pas possible. Celles-ci seront brièvement décrites du point de vue de la conception et des caractéristiques externes.

Parmi toutes les variantes de machines électriques, trois sont utilisées couramment :

- le *moteur asynchrone*;
- la *machine synchrone*;
- la *machine à courant continu*.

3.2.11 Principe de construction des stators triphasés alternatifs

Les machines asynchrones et synchrones sont caractérisées par un stator supportant des bobines alimentées par un système de courants triphasé alternatif (§ 3.4.2). Il a pour but de générer un champ magnétique tournant à distribution spatiale sinusoïdale (fig. 3.19), (vol. X). La vitesse angulaire de ce champ magnétique est définie par la relation suivante :

$$n = f/p \quad (3.18)$$

La vitesse de rotation n est exprimée en tours par seconde. La grandeur f est la fréquence du réseau alternatif. La grandeur p correspond au nombre de périodes du champ d'induction magnétique réparties sur la périphérie du stator. C'est donc toujours un nombre entier. Une demi-période est appelée *pôle* d'un moteur.

A titre d'exemple, un stator de 4 pôles comporte 2 périodes. Alimenté à une fréquence de 50 Hz, le champ magnétique tourne à une vitesse de 25 Hz, soit 1500 tours par minute.

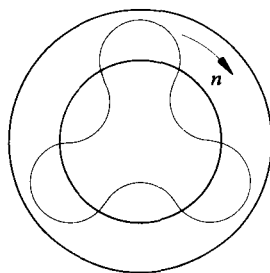


Fig. 3.19

3.2.12 Caractéristiques du moteur asynchrone

Le moteur asynchrone est caractérisé par un stator alternatif triphasé et par un rotor constitué d'un bobinage fermé sur lui-même (fig. 3.20 et 3.21). Ce dernier n'est donc pas alimenté par une source externe. Le phénomène d'induction mutuelle (§ 2.4.18) entre les bobinages du stator et du rotor crée une tension induite dans ce dernier. Celle-ci génère à son tour un courant qui permet la création d'un couple par une interaction électromécanique caractérisée par la relation de Laplace (2.42).

La figure 3.22 présente l'allure du couple M d'un tel moteur, en fonction de sa vitesse de rotation Ω . Le rotor tend à rattraper le champ tournant du stator. Il résulte de cette caractéristique que le moteur asynchrone présente une vitesse de rotation stabilisée quasi constante. Elle est comprise entre la vitesse nominale Ω_N et la vitesse du champ tournant Ω_s .

Grâce à son prix bas et à sa robustesse, c'est un moteur utilisé pour de nombreux entraînements électriques à vitesse constante. On peut citer le pompage, la ventilation, les machines-outils, etc.

3.2.13 Caractéristiques de la machine synchrone

Comme le moteur asynchrone, la machine synchrone possède un stator alternatif triphasé (§ 3.2.11).

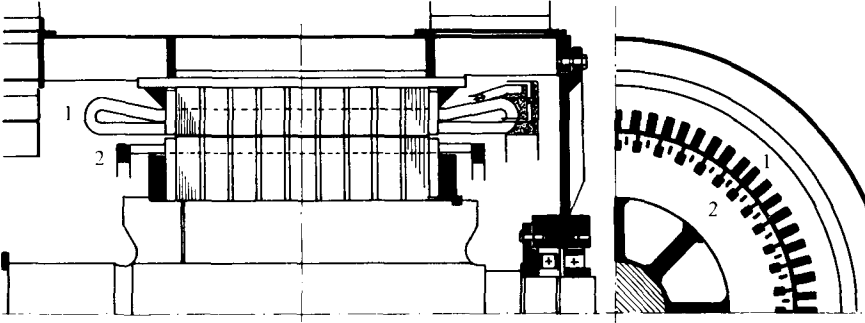


Fig. 3.20 Coupe d'un moteur asynchrone à cage. (1) bobinage statorique; (2) bobinage rotorique.

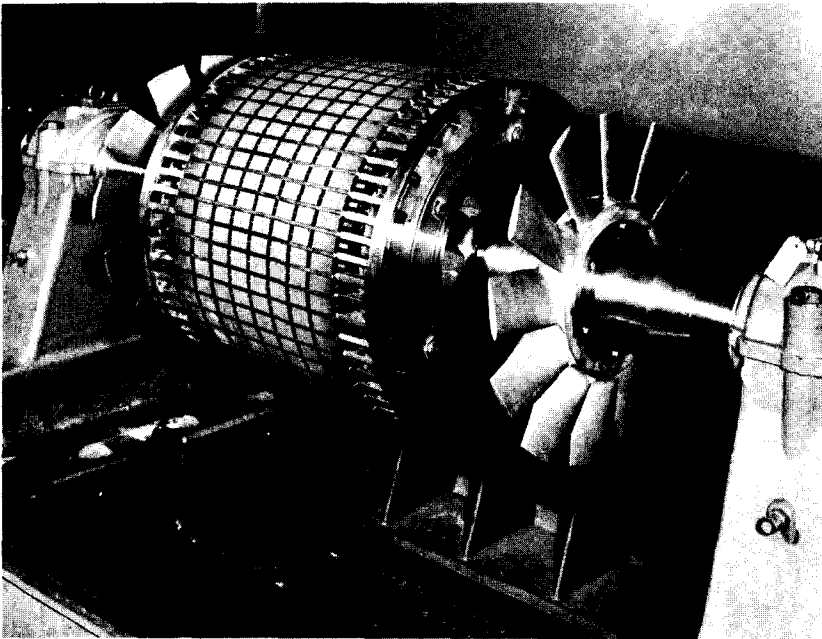


Fig. 3.21 Rotor d'un moteur asynchrone à cage de 1,5 MW.

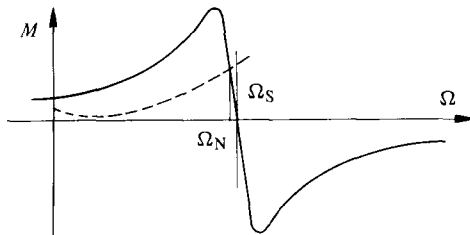


Fig. 3.22

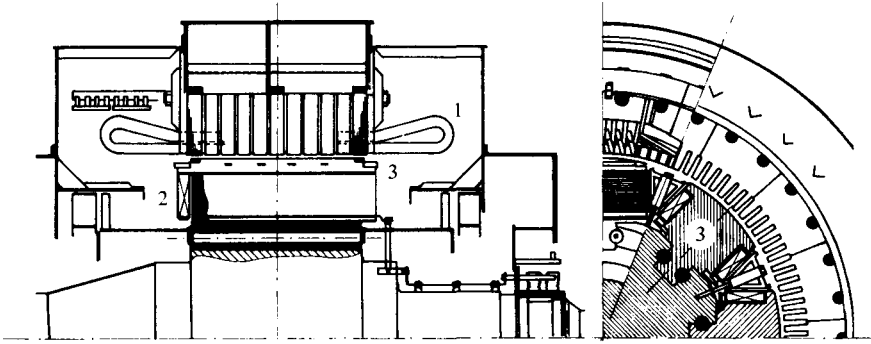


Fig. 3.23 Coupe d'une machine synchrone à pôles saillants. (1) bobinage statorique; (2) bobinage rotorique; (3) pôle.

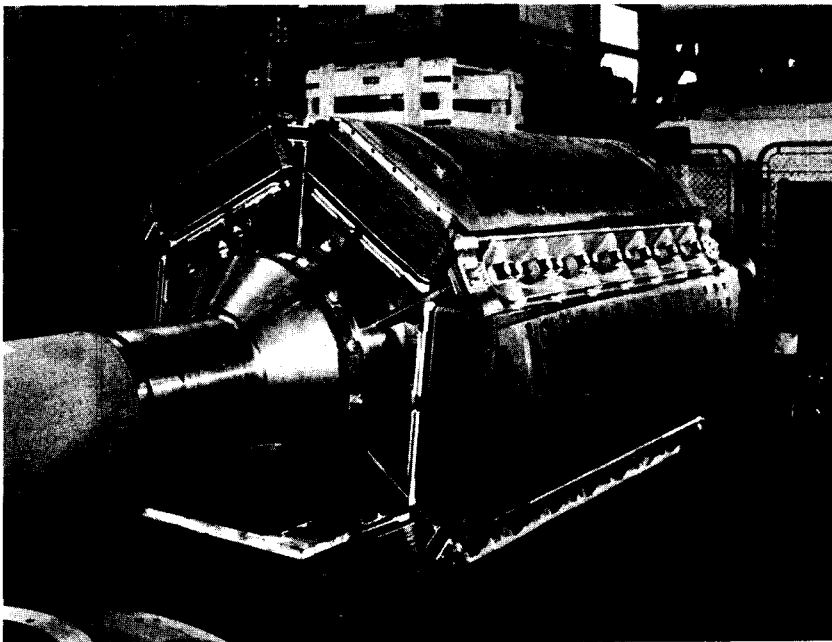


Fig. 3.24 Rotor d'une machine synchrone de 45 MVA à 6 pôles.

Dans la variante d'exécution la plus fréquente, le rotor est formé de pôles ferromagnétiques (fig. 3.23 et 3.24). Ils sont le support de bobinages coaxiaux. Deux bobines adjacentes sont de sens inverse. Elles sont parcourues par un courant continu, généré par une machine à courant continu auxiliaire ou par un redresseur statique (§ 3.3.4). Le rotor permet ainsi de générer des champs magnétiques alternativement positifs et négatifs.

La rotation du rotor induit une tension alternative dans les bobinages statoriques. Sa fréquence est déterminée par la relation (3.18).

Inversement, l'interaction des champs magnétiques du stator et du rotor crée un couple lorsque leurs vitesses sont identiques. La machine synchrone étant caractérisée par une seule vitesse, définie par la fréquence d'alimentation du stator, son démarrage doit être assuré par un moyen auxiliaire. Il s'agit généralement d'une turbine, plus rarement d'un moteur auxiliaire ou d'une marche provisoire en régime asynchrone.

Les machines synchrones assurent la production de la majeure partie de l'énergie électrique par conversion de l'énergie mécanique fournie par des turbines. Elles sont également utilisées comme moteurs de grande puissance, en particulier pour le pompage.

3.2.14 Caractéristiques de la machine à courant continu

La machine à courant continu est constituée d'un stator muni de pôles ferromagnétiques saillants (fig. 3.25 et 3.26). Ils sont le support de bobines coaxiales, alimentées en courant continu. L'ensemble de ces bobines forme le *bobinage d'excitation*. Ce dispositif permet de générer un champ magnétique fixe alternativement positif et négatif.

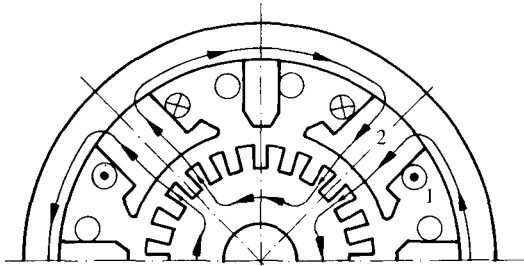


Fig. 3.25 Coupe d'une machine à courant continu. (1) bobinage statorique; (2) pôles d'excitation.

Le rotor est le support d'un bobinage distribué le long de sa périphérie. Par le mouvement de rotation, le stator y induit (§ 2.4.17) une tension alternative. Celle-ci est transformée en tension continue par le *collecteur* (fig. 3.27) qui joue un rôle de redresseur mécanique. Il est formé de lames de cuivre reliées régulièrement au bobinage et sur lesquelles frottent les charbons.

Le moteur à courant continu est caractérisé par une possibilité de réglage de la vitesse. Celle-ci est définie par la relation ci-dessous :

$$n = k_n (U - RI) / \Phi \quad (3.19)$$

Dans cette relation, k_n est une constante spécifique du moteur, U est la tension aux bornes, R est la résistance totale du rotor, I est le courant rotorique et Φ est le flux créé par un pôle statorique.

La vitesse du moteur peut être réglée soit par la tension d'alimentation, soit par l'intensité du flux statorique. Dans ce dernier cas, le réglage est assuré par le courant d'excitation (2.55).

Le couple de la machine à courant continu est caractérisé par la relation suivante :

$$M = \frac{1}{2\pi k_n} \Phi I \quad (3.20)$$

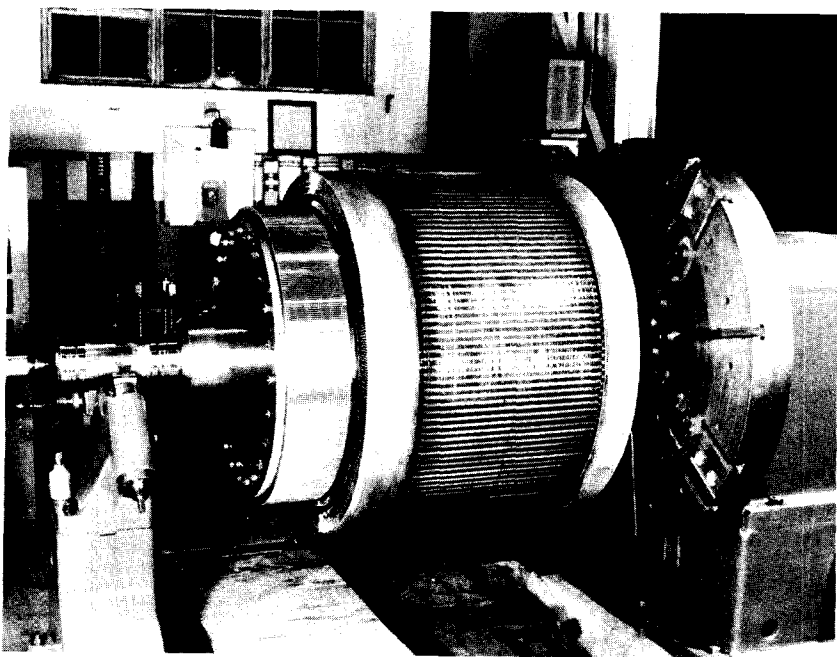


Fig. 3.26 Rotor d'un moteur à courant continu de 1000 kW à 600 t/min.

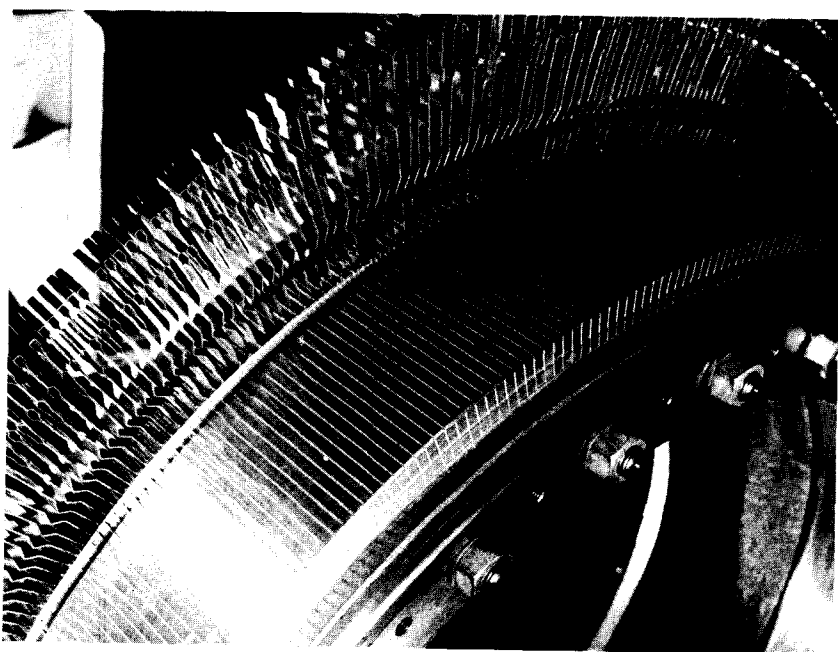


Fig. 3.27 Collecteur d'une machine à courant continu avant le montage.

Le courant d'excitation peut être généré par une source indépendante, par la tension d'alimentation ou être le même que le courant rotorique.

Compte tenu de ses qualités de réglage, le moteur à courant continu trouve de nombreuses applications pour les entraînements à vitesse variable. On peut citer la traction, les laminoirs, et toutes les fonctions de réglage.

Si le bobinage d'excitation est en série avec le rotor (fig. 3.28), il est possible d'alimenter un tel moteur en alternatif. On obtient ce qu'on appelle un *moteur à collecteur*.

Il présente des caractéristiques assez proches de celles du moteur à courant continu, mais avec une souplesse moins grande. Ce type de moteur est utilisé pour certains appareils électroménagers et en traction (Suisse et Allemagne).

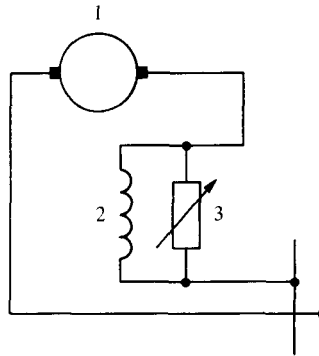


Fig. 3.28 Moteur à collecteur. (1) rotor; (2) bobinage d'excitation statorique; (3) résistance de réglage.

3.3 CONVERSION D'ÉNERGIE ÉLECTRIQUE-ÉLECTRIQUE

3.3.1 Courant alternatif

La plus grande partie de l'énergie électrique est produite et distribuée sous forme alternative sinusoïdale (fig. 3.29). La raison en est la facilité de production et de transport (sect. 3.4).

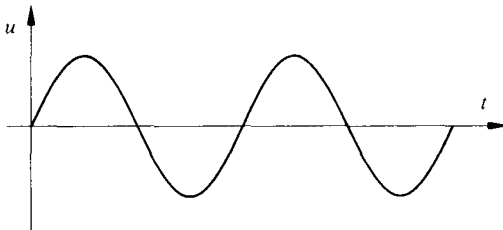


Fig. 3.29

La machine synchrone (§ 3.2.13) assure la conversion mécanique-électrique d'énergie. Cette machine, en régime de générateur électrique, est souvent appelée *alternateur*. L'alternance d'un champ d'induction magnétique tantôt positif, tantôt négatif crée un flux d'induction alternativement positif et négatif dans un bobinage statorique.

Son expression est alors :

$$\Phi = \hat{\Phi} \sin(\omega t + \alpha) \quad (3.21)$$

Par (2.59), on a la relation :

$$u = R i + d(N\Phi)/dt = R i + \omega N \hat{\Phi} \cos(\omega t + \alpha) \quad (3.22)$$

A vide ($i = 0$), il vient :

$$u = \omega N \hat{\Phi} \cos(\omega t + \alpha) = \hat{U} \cos(\omega t + \alpha) \quad (3.23)$$

La tension résultante est ainsi alternative sinusoïdale, avec une fréquence directement liée à la vitesse de rotation (3.18).

On verra au chapitre 8 qu'une tension sinusoïdale appliquée à un élément linéaire (résistance, inductance ou capacité) engendre également un courant sinusoïdal.

3.3.2 Caractéristiques du transformateur

Le *transformateur* permet de convertir de l'énergie électrique alternative en énergie de même nature, mais de niveau de tension différent. Il comprend un circuit ferromagnétique (fig. 3.30), support de deux bobinages, dont les nombres de spires sont respectivement N_1 et N_2 . L'exemple du paragraphe 2.4.30 a permis d'obtenir la relation caractéristique pour une structure idéale :

$$u_1/u_2 = N_1/N_2 \quad (3.24)$$

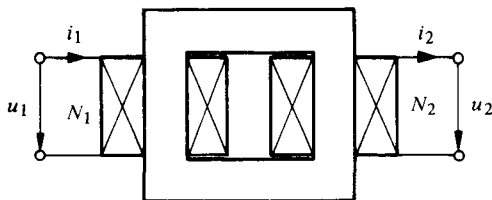


Fig. 3.30

De plus, pour un transformateur dont le circuit ferromagnétique est idéal (perméabilité infinie), on a, par la relation (2.49) :

$$\oint_C \mathbf{H} \cdot d\mathbf{s} = 0 = \Theta = N_1 i_1 - N_2 i_2$$

D'où l'expression liant les courants :

$$i_1/i_2 = N_2/N_1 \quad (3.25)$$

Les relations (3.24) et (3.25) correspondent à un cas idéal. Un transformateur réel comporte des chutes de tension internes et un courant de magnétisation. Néanmoins, les caractéristiques idéales constituent une bonne approximation pour un régime de fonctionnement nominal.

On peut rappeler qu'un transformateur ne satisfait les relations ci-dessus que pour des flux variables dans le temps (2.59). Usuellement, il s'agit de grandeurs alternatives sinusoïdales.

Pour plus de détails, on se référera au volume X.

3.3.3 Caractéristiques du redresseur

De nombreuses applications font appel à une source de tension continue. Citons principalement la traction électrique, l'électrolyse, le réglage, les circuits électroniques, etc.

La technique la plus simple fait appel à une conversion d'énergie électrique alternative en énergie électrique continue. Un tel système de conversion prend le nom de *redresseur*. Partiquement, elle est réalisée par la *diode*, élément non linéaire dont le comportement est caractérisé par la figure 3.31.

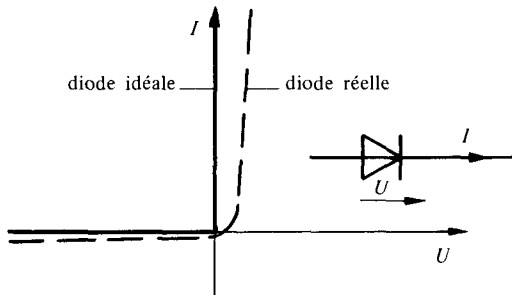


Fig. 3.31

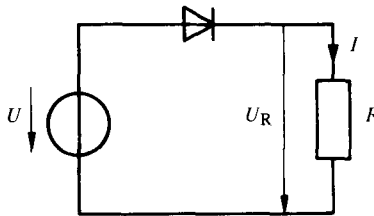


Fig. 3.32

La diode se comporte comme une *soupape électrique*, ne laissant passer le courant que dans un sens.

Le schéma de la figure 3.32 permet de passer d'une tension de source alternative sinusoïdale à une tension de charge dite redressée. La figure 3.33 donne la tension et le courant correspondants. On constate que la valeur moyenne est positive et qu'une composante pulsante importante subsiste. Une amélioration peut être apportée par un montage en *pont de Graetz* (fig. 3.34). La tension et le courant de charge correspondants sont donnés par la figure 3.35. Par rapport au montage de la figure 3.32, l'importance relative de la composante alternative, rapportée à la composante continue, est notable-

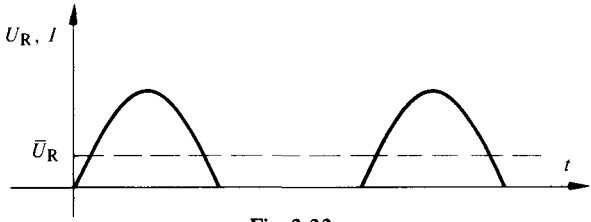


Fig. 3.33

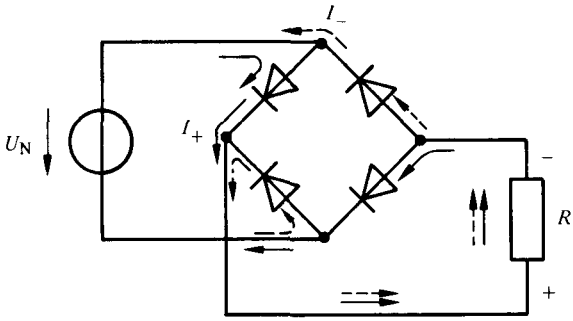


Fig. 3.34

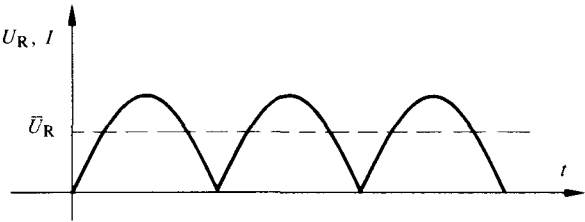


Fig. 3.35

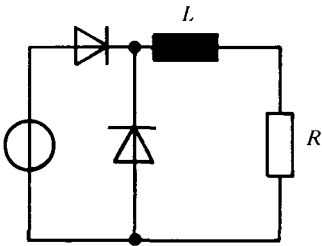


Fig. 3.36

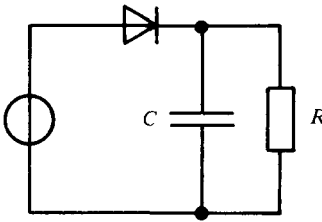


Fig. 3.37

ment réduite. On peut pratiquement l'éliminer en introduisant une bobine d'inductance en série ou un condensateur en parallèle (fig. 3.36 et 3.37).

Pour plus de détails, on se référera au volume XV.

3.3.4 Caractéristiques du redresseur commandé

Un *redresseur commandé* permet une conversion d'énergie électrique alternative en énergie électrique continue de niveau réglable. L'élément caractéristique de cette fonction est le *thyristor*. Il s'agit d'un élément non linéaire qui peut être défini comme une diode commandée. Il comprend un circuit auxiliaire (fig. 3.38) appelé *gâchette*. Une impulsion sur cette dernière permet au circuit principal de se comporter comme une diode jusqu'à l'extinction du courant. Sans impulsion de gâchette, le thyristor est assimilable à un interrupteur ouvert.



Fig. 3.38

Le montage de la figure 3.32 a son comportement modifié selon la figure 3.39 par l'introduction d'un thyristor. En réglant l'angle α , dit *angle d'allumage*, il est possible de faire varier la valeur moyenne de la tension redressée. On peut ainsi combiner la fonction de redresseur et une fonction de réglage de la tension continue.

Pour plus de détails, on se référera au volume XV.

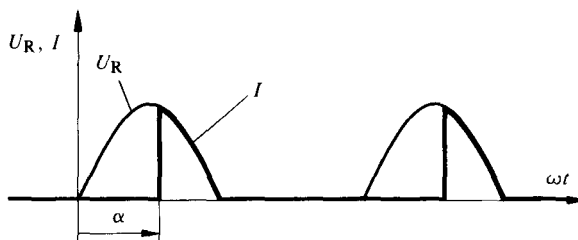


Fig. 3.39

3.3.5 Convertisseurs statiques de fréquence

On regroupe sous cette appellation l'ensemble des dispositifs permettant la transformation d'énergie électrique de fréquence fixe en énergie électrique de fréquence différente, sans passer par une phase mécanique.

Le plus simple de ceux-ci est l'*onduleur*, qui convertit de l'énergie continue en énergie alternative de fréquence définie par un réseau alternatif. C'est le fonctionnement inverse du redresseur. Il fait obligatoirement appel à des thyristors.

Le convertisseur continu-alternatif de fréquence quelconque (indépendante d'un réseau) est basé sur le principe de commutation d'une source continue (fig. 3.40 et 3.41).

On obtient ainsi facilement une tension en créneau, de fréquence définie par le rythme de fermeture des interrupteurs. Différentes techniques permettent d'obtenir

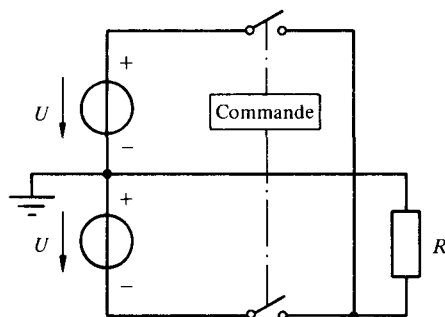


Fig. 3.40

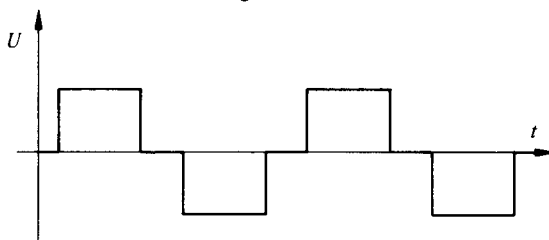


Fig. 3.41

des formes de tension plus proches de la sinusoïde. Les interrupteurs sont pratiquement réalisés par des transistors ou des thyristors. Ces générateurs sont généralement coûteux.

Les convertisseurs de fréquence alternatif-alternatif constituent une dernière catégorie. Si les rapports de fréquence sont grands (abaissement de la fréquence), la conversion peut s'effectuer directement. Pour une fréquence variable proche de la fréquence du réseau d'alimentation, le passage par une forme intermédiaire continue est nécessaire.

Pour plus de détails, on se référera au volume XV.

3.4 PRODUCTION ET DISTRIBUTION DE L'ÉNERGIE ÉLECTRIQUE

3.4.1 Centrales de production

Les centrales de production d'énergie électrique assurent la conversion mécanique-électrique. Elles comprennent principalement (fig. 3.42) :

- un système de conditionnement d'une énergie potentielle, tel que barrage (énergie hydraulique), chaudière (énergie thermique classique), réacteur (énergie thermique nucléaire);
- une turbine assurant une conversion de l'énergie mécanique d'une forme potentielle (pression) en un travail;
- un générateur électromécanique assurant la conversion de l'énergie mécanique tournante en énergie électrique alternative;
- l'appareillage électrique de réglage, de coupure, de transformation et de distribution.

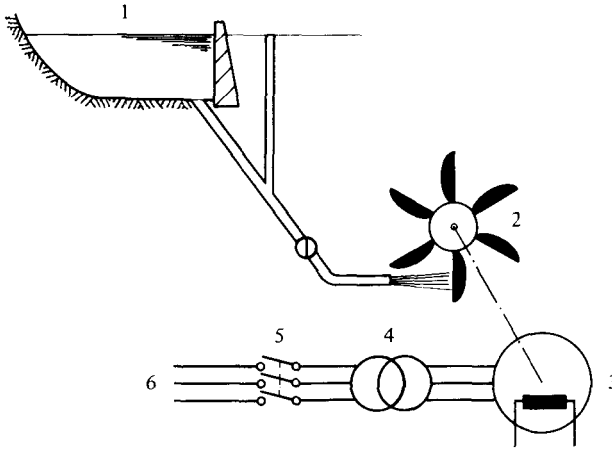


Fig. 3.42 Centrale de production d'énergie électrique. (1) barrage; (2) turbine; (3) générateur; (4) transformateur; (5) disjoncteur; (6) ligne.

A ce stade, on peut remarquer qu'une centrale de production est exceptionnellement seule à débiter sur un réseau de consommateurs. Il y a généralement *interconnexion*. L'ensemble des centrales de production débite, en parallèle, sur l'ensemble des consommateurs d'un pays ou d'un continent. Nous verrons au paragraphe 3.4.7 les avantages de cette interdépendance.

3.4.2 Générateurs alternatifs

La conversion mécanique-électrique est assurée par un générateur alternatif synchrone. Le principe en a été évoqué au paragraphe 3.3.1. A l'exception de certains générateurs utilisés en Suisse et en Allemagne pour la traction (fréquence $16 \frac{2}{3}$ Hz), ces générateurs ou alternateurs sont de type triphasé. Ils comprennent trois bobinages statoriques identiques, décalés entre eux d'un tiers de période (dans le cas particulier de la fig. 3.43, un tiers de tour). Il en résulte un système de tensions alternatives de mêmes amplitudes, déphasées dans le temps d'un tiers de période (chap. 9), soit :

$$\begin{aligned} u_1 &= \hat{U} \sin(\omega t + \alpha) \\ u_2 &= \hat{U} \sin(\omega t + \alpha - 2\pi/3) \\ u_3 &= \hat{U} \sin(\omega t + \alpha - 4\pi/3) \end{aligned} \quad (3.26)$$

Les avantages résultants d'un système de tensions ou courants triphasé seront examinés dans le volume X. On peut mentionner principalement :

- un meilleur rendement de l'ensemble des machines électriques alternatives, qu'il s'agisse de moteurs ou de générateurs;
- la suppression de composantes pulsantes de couples;
- la génération d'un phénomène électromagnétique tournant permettant la transformation en phénomène électromécanique de même nature;
- une économie d'investissement dans les installations de transport et de distribution de l'énergie électrique.

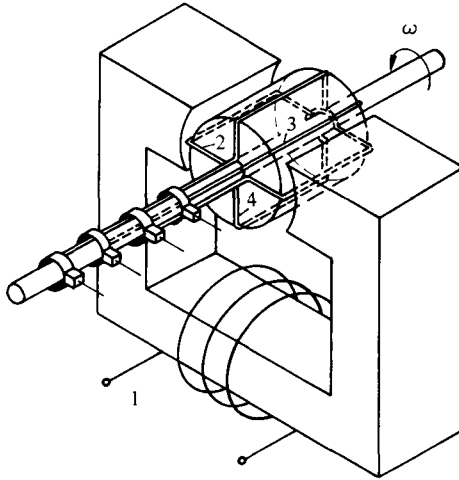


Fig. 3.43 Conception de principe d'un générateur alternatif triphasé. (1) bobinage d'excitation; (2) (3) (4) bobinages de phase.

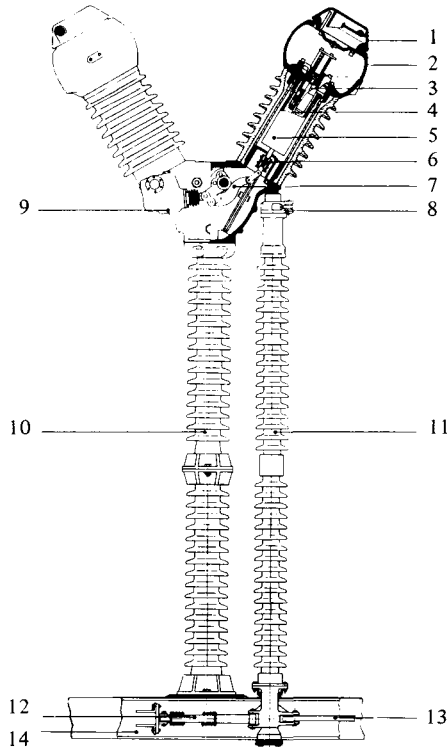


Fig. 3.44 Disjoncteur 5 GVA. (1) couvercle d'aération; (2) carter supérieur; (3) contact principal avec pompe; (4) contact mobile; (5) pot de coupure; (6) contact à rouleau; (7) levier d'entraînement; (8) manchon de la colonne tournante; (9) frein de déclenchement; (10) isolateur-support; (11) colonne tournante; (12) ressort de déclenchement; (13) barre de commande; (14) châssis.

3.4.3 Appareillage. Définitions

Comme pour tout appareil électrique, la liaison d'un générateur avec un réseau s'effectue au travers d'un interrupteur triphasé de puissance. Il en existe deux types :

- le *disjoncteur* qui permet la coupure du courant en régime normal ou en cas d'apparition d'un défaut sur le générateur ou le réseau (fig. 3.44). Ces appareils sont relativement délicats et coûteux;
- le *sectionneur* (fig. 3.45) qui assure une interconnexion ou une liaison modifiable. Il ne permet pas la coupure du courant qui le traverse.

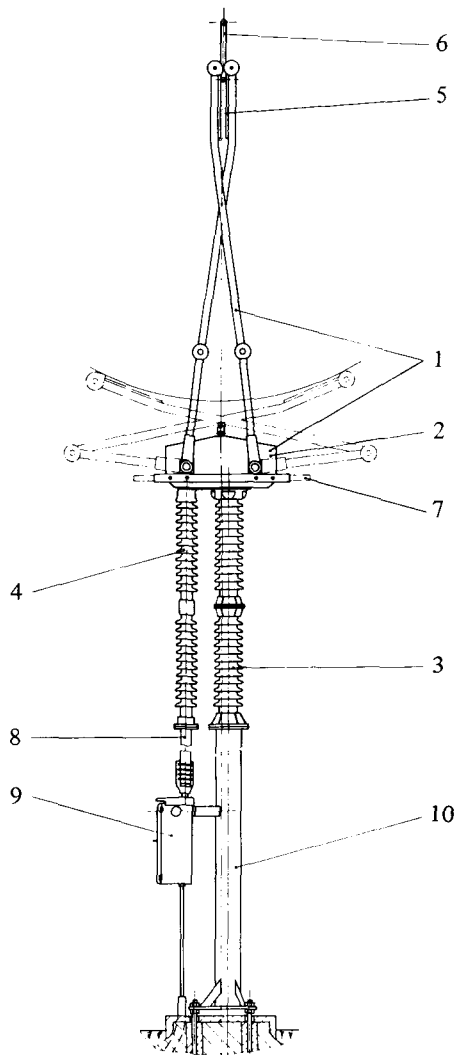


Fig. 3.45 Sectionneur de type pantographe. (1) partie supérieure; (2) mécanisme; (3) isolateur-support; (4) colonne tournante; (5) barre de contact du contact principal; (6) trapèze; (7) raccordement inférieur; (8) tube d'accouplement; (9) commande; (10) charpente-support.

L'ensemble de ces éléments est généralement regroupé, en plein air, dans un *poste de couplage*, à la sortie de la centrale (fig. 3.46).

La figure 3.47 montre un exemple du schéma d'une centrale comprenant les générateurs, les transformateurs, l'appareillage de coupure et d'interconnexion, ainsi que les lignes

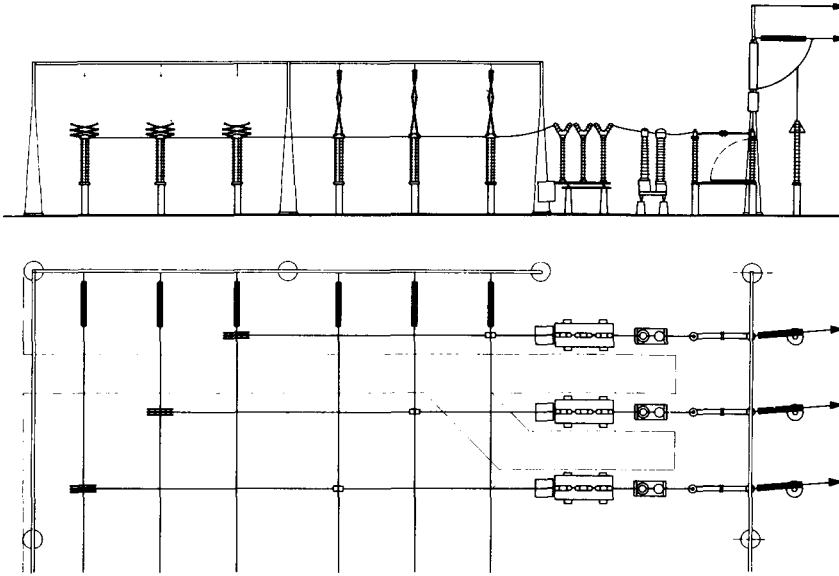


Fig. 3.46 Exemple d'un poste de couplage triphasé en plein air. (Tension 245 kV).

3.4.4 Elévation de tension

Des limites technologiques (isolants) imposent des tensions de générateurs comprises habituellement entre 380 V et 25 kV, selon la puissance.

Par ailleurs, les centrales de production sont fréquemment situées loin des centres de consommation. L'énergie doit donc être transportée entre ces points au moyen d'une ligne.

En admettant qu'en première approximation la ligne puisse être assimilée à une résistance, les relations suivantes caractérisent le transport d'une énergie électrique monophasée :

$$P_g = P_l + P_c \quad (3.27)$$

La grandeur P_g est la puissance générée par la centrale, P_l est la puissance dissipée en ligne et P_c est la puissance consommée par l'utilisateur.

Si U est la tension de référence au niveau de l'utilisateur, le courant transitant dans la ligne vaut :

$$I = P_c / U \quad (3.28)$$

De façon à maintenir un échauffement acceptable du conducteur, une certaine densité

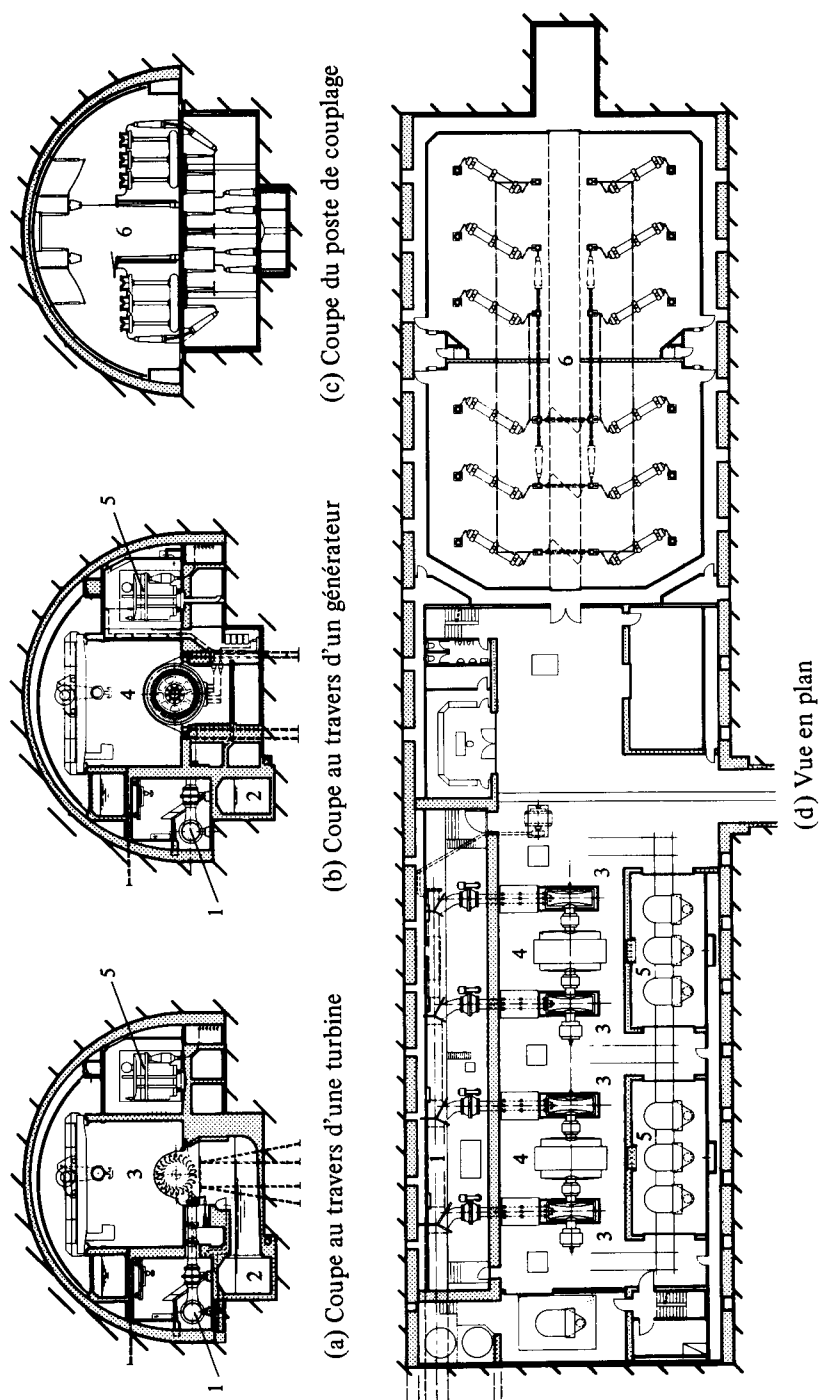


Fig. 3.47 Centrale souterraine de 172 MVA (Bavona Suisse). (1) conduite haute pression; (2) canal de fuite; (3) turbines; (4) générateurs; (5) transformateurs; (6) poste de couplage.

de courant J ne doit pas être dépassée. On en déduit la section A du conducteur par (2.25) :

$$A = I/J = P_c / (U J) \quad (3.29)$$

La résistance R de la ligne de longueur l vaut alors, d'après (2.29) :

$$R = \rho l / A = \rho l U J / P_c \quad (3.30)$$

On obtient ainsi pour les pertes en ligne :

$$P_l = R I^2 = \rho l J P_c / U \quad (3.31)$$

Ces pertes, rapportées à la puissance consommée deviennent :

$$p_l = P_l / P_c = \rho J l / U \quad (3.32)$$

Les pertes en ligne sont d'autant plus faibles que la tension est élevée. De plus, l'investissement en conducteur est inversement proportionnel à la tension. En effet, la relation (3.29) permet d'écrire pour le volume V de la ligne :

$$V = A l = P_c l / (U J) \quad (3.33)$$

3.4.5 Exemple

A titre d'exemple, les grandeurs numériques suivantes sont données pour un transport d'énergie :

- la puissance consommée P_c est de 150 MW;
- la tension au niveau de la consommation est de 15 kV;
- la densité de courant admise est de $5 \cdot 10^6$ A/m² et le matériau conducteur présente une résistivité ρ de 30 nΩm;
- la longueur l de la ligne est de 200 km.

Sans transformation intermédiaire, on obtient les valeurs suivantes par (3.28) et (3.29) :

$$\begin{aligned} I &= 10000 \text{ A} \\ A &= 2 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2 \end{aligned}$$

La grandeur I est le courant de ligne et la grandeur A est la section du conducteur. Dans ces conditions, le diamètre d'un conducteur est de 50,5 mm et sa masse de 1000 tonnes, pour une densité relative du matériau de 2,5. Les pertes relatives en ligne sont égales à 2. En d'autres termes, ces pertes valent 300 MW et la puissance générée est de 450 MW. Le rendement de la transmission est donc de 0,333.

En revanche, si un transformateur élévateur porte la tension à 150 kV, les mêmes grandeurs deviennent admissibles. Le courant I tombe à 1000 A, la section A à $2 \cdot 10^{-4}$ m² et le diamètre de conducteur à 16 mm. La masse correspondante est alors de 100 tonnes. Dans ces conditions, les pertes en lignes relatives sont de 20 %, soit une puissance générée de 180 MW ($\cos \varphi = 1$). Deux remarques s'imposent :

- l'exemple a été traité en monophasé. Il devrait bien entendu l'être en triphasé. Les conclusions du calcul restent cependant les mêmes;
- en première approximation, la tension économique du transport (en kV) est égale à la distance de transport (en km).

3.4.6 Réseau de distribution

La figure 3.48 illustre le principe de la répartition des niveaux de tension d'un réseau de distribution, du générateur à l'utilisateur. On rencontre dans l'ordre, en exprimant les puissances apparentes (sect. 8.5) et les tensions primaire et secondaire :

- des transformateurs élévateurs de tension entre l'alternateur et la ligne de 1 à 500 MVA et de tensions 3 - 6 - 10 - 20 - 25 kV / 20 - 60 - 110 - 220 kV;
- des transformateurs d'interconnexion de réseaux de 50 à 500 MVA et de tensions 110 - 150 - 220 kV / 220 - 280 - 440 (750) kV.
- des transformateurs abaisseurs pour des postes de distribution urbains de 1 à 50 MVA et de tensions 6 - 10 - 20 - 60 - 110 kV / 3 - 6 - 10 kV;
- des transformateurs de quartier, alimentant les utilisateurs ménagers ou artisanaux de 20 à 2000 kVA et de tensions 3 - 6 - 10 kV / 380 V.

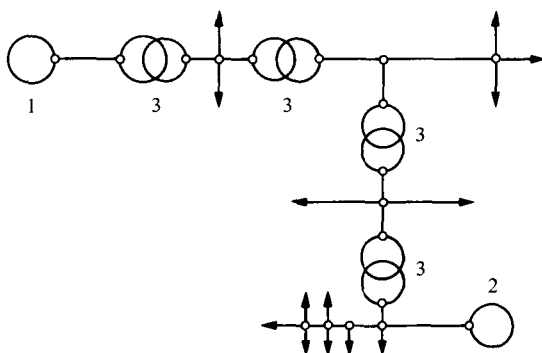


Fig. 3.48 (1) générateur; (2) utilisateur basse tension; (3) transformateurs.

3.4.7 Interconnexion

Comme cité au paragraphe 3.4.1, l'ensemble des générateurs débite sur le réseau 50 Hz. Les différents réseaux nationaux sont eux-mêmes interconnectés par l'intermédiaire de transformateurs et de lignes. Cette technique accroît la fiabilité du système. La panne d'un générateur est automatiquement compensée par les autres générateurs. L'interruption accidentelle d'une ligne est prise en charge par d'autres lignes en parallèle ou d'une autre provenance.

Il reste à évoquer le problème du réglage de la fréquence et de la tension. La machine synchrone (§ 3.4.2) est caractérisée par une fréquence électrique proportionnelle à la vitesse. C'est donc par la vitesse des groupes que la fréquence est imposée. Dans un réseau interconnecté, tous les groupes fournissent une puissance compatible avec les conditions d'exploitation (en général puissance nominale), à l'exception des plus puissants qui assurent le réglage. Les centrales correspondantes jouent le rôle de "chef d'orchestre".

Le réglage de la tension est assuré à chaque niveau par chaque centrale de production. De plus, certains transformateurs d'interconnexion ou de distribution présentent un rapport de transformation variable (variation du nombre de spires d'un bobinage). Ils permettent ainsi une adaptation du niveau de tension en fonction de la charge.

3.5 INSTALLATIONS ÉLECTRIQUES INDUSTRIELLES ET DOMESTIQUES

3.5.1 Distribution par quartier

Dans une ville, l'énergie électrique est distribuée à moyenne tension (6 kV) par ligne ou par câbles jusqu'aux quartiers. Des transformateurs abaisseurs (6 kV/380 V) assurent l'alimentation des utilisateurs.

Cette section porte sur les dispositions générales liées à la distribution électrique aux utilisateurs. Les problèmes de protection indispensables sont également abordés.

3.5.2 Distribution triphasée-monophasée

La production et le transport d'énergie électrique sont assurés en triphasé. L'utilisation courante est mixte. Elle est triphasée pour certains moteurs (machines-outils, gros appareils électroménagers) ou des installations de chauffage importantes. Elle est monophasée pour l'éclairage courant, les petits appareils électroménagers, les petits chauffages, etc..

Les figures 3.49 et 3.50 donnent deux modèles équivalents à une alimentation triphasée (voir sect. 9.2).

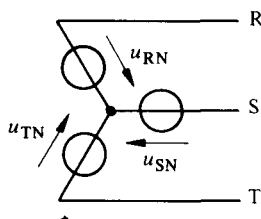


Fig. 3.49

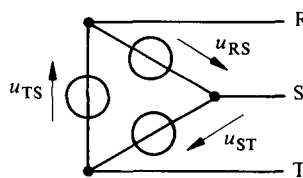


Fig. 3.50

Les tensions U_{RS} et U_{RN} sont dans un rapport $\sqrt{3}$. Pour une tension usuelle U_{RS} de 380 V, la tension U_{RN} vaut 220 V (sect. 9.3).

Les conducteurs R , S et T forment une *alimentation triphasée*. Le conducteur neutre se reconnaît par la couleur de son isolation. Elle est jaune (ancienne norme) ou bleue en Suisse et bleue dans la plupart des pays d'Europe.

3.5.3 Protections

Dans une installation électrique on peut distinguer deux types de protections et de sécurités :

- celles qui visent à protéger les personnes contre un défaut risquant de provoquer un accident par électrocution;
- celles qui visent à protéger les appareils eux-mêmes contre une destruction ou un endommagement consécutif à un défaut.

3.5.4 Effet physiologique de l'électricité sur l'homme

Pour aborder les mesures de protection pour l'homme, il est important de connaître l'effet de l'électricité sur celui-ci.

Si la cause d'une électrocution est la différence de potentiel apparaissant entre deux points du corps humain, c'est le courant qui en résulte qui est dangereux, en particulier lorsqu'il traverse la région du coeur.

En basse tension (de 50 à 1000 V), on peut définir les limites approximatives suivantes :

- de 1 à 10 mA, le courant ne provoque que des crispations sans danger;
- de 10 à 25 mA, le courant ne peut être dangereux que lors d'une application supérieure à plusieurs minutes;
- de 25 à 75 mA, il peut entraîner l'arrêt du coeur et est mortel au-delà de 30 secondes;
- les défaillances cardiaques les plus graves se manifestent pour des courants dès 75 mA, même pour une durée inférieure à 1 seconde.

Le passage du courant prolongé ou à fortes intensités s'accompagne de brûlures plus ou moins graves.

L'effet physiologique dépend également de la nature du courant.

Le courant alternatif crée des chocs nerveux et la crispation des muscles. Le courant continu a un effet d'électrolyse entraînant la décomposition des liquides physiologiques. Il est à remarquer que la résistance du corps humain varie entre 5000 et 100000 Ω , selon la nature du contact.

Il en résulte que pour une limite de sécurité de 10 mA, la tension correspondante U_l vaut :

$$U_l = R I = 5000 \cdot 10^{-2} = 50 \text{ V} \quad (3.34)$$

A haute tension, le choc physiologique qui résulte du contact provoque presque toujours un arrêt cardiaque et des brûlures internes.

Dans les cas graves, trois mesures s'imposent :

- éliminer le contact entre la personne accidentée et la source de tension. Il faut veiller à ne pas entrer soi-même en contact avec la source durant l'opération. Il faut donc recourir à un objet isolant;
- pratiquer la respiration artificielle en cas de coma;
- alerter le plus rapidement possible un médecin.

3.5.5 Moyens de protection pour l'homme

Dans le cas d'installations industrielles ou domestiques, il s'agit d'assurer une protection contre les tensions de défaut (mise sous tension d'une carcasse ou d'un bâti par défaut d'isolation) ou de provoquer la coupure de l'alimentation électrique en cas de danger. Les principaux moyens à disposition sont :

- la mise hors de portée des pièces normalement sous tension ou une bonne isolation de celles-ci;
- l'emploi de tensions réduites sans danger (inférieures à 50 V);
- la mise à terre ou au neutre des parties métalliques pouvant être mises accidentellement sous tension;
- l'emploi de détecteurs de courant de défaut assurant la mise hors service de l'installation défectueuse;

- l'emploi de transformateurs de séparation;
- la surisolation.

Nous examinerons plus particulièrement la mise à terre ou au neutre, la plus fréquemment utilisée dans les installations industrielles ou domestiques.

3.5.6 Mise à terre

Un danger fréquent est inhérent à un défaut d'isolation d'un appareil (cuisinière électrique, perceuse, aspirateur, etc.) dont le boîtier de protection entre en contact avec un conducteur de phase (fig. 3.51).

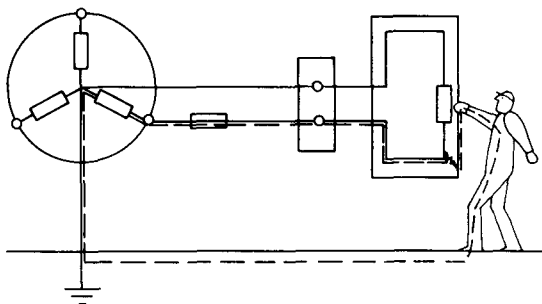


Fig. 3.51 Electrocutation par un défaut d'isolation de la carcasse d'un appareil.

Toute personne venant à toucher le boîtier se trouve portée au potentiel du boîtier, donc de la phase. Comme le conducteur neutre de toute installation domestique triphasée est placé au potentiel de la terre, il y a un risque d'électrocution.

Pour une tension de 220 V et une résistance du corps de 5000 à 100000 Ω , le courant résultant est compris entre 44 mA (dangereux) et 2,2 mA (petites secousses). Il s'agit d'éviter ce risque.

En reliant la carcasse à la terre (fig. 3.52), le potentiel de celle-ci ne peut s'élever en cas de défaut. En revanche, un courant circule entre la phase endommagée et la terre. Il faut que celui-ci soit suffisamment important pour provoquer la mise hors circuit de l'utilisation par un fusible ou un contacteur de protection (§ 3.5.9).

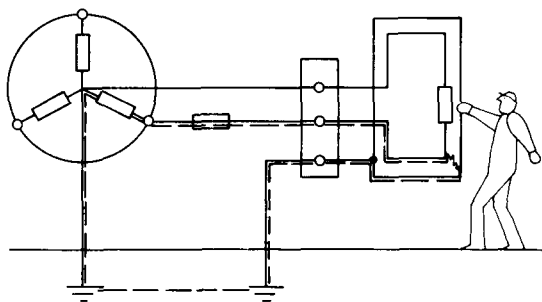


Fig. 3.52 Mise à la terre de la carcasse d'un appareil en cas de défaut.

On remplace donc un défaut d'isolation, tendant à provoquer une mise sous tension du boîtier, par une surintensité, plus facile à déceler et sans danger pour l'homme. Pour être efficace, la mise à terre doit être de bonne qualité.

3.5.7 Mise au neutre

Il n'est pas toujours possible d'avoir à disposition une terre de bonne qualité, donc de résistance suffisamment faible. Le neutre étant relié à la terre au niveau de la source (secondaire du transformateur de quartier), il est possible de relier le boîtier de l'utilisateur au neutre, donc indirectement à la terre. Cette liaison s'effectue normalement au niveau de la prise (fig. 3.53).

A nouveau, un défaut d'isolation se traduit par une surintensité, donc par la coupure du courant par un fusible.

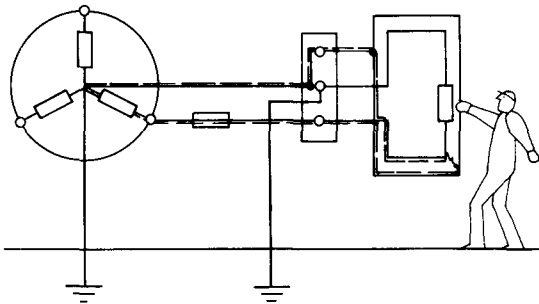


Fig. 3.53 Mise au neutre de la carcasse d'un appareil en cas de défaut.

3.5.8 Surisolation

Seuls des appareils surisolés ne nécessitent pas de mise à la terre ou au neutre. Il s'agit de deux niveaux d'isolation superposés. En cas de défectuosité de l'un, c'est l'autre qui assure la protection. La probabilité pour que les deux soient défectueux simultanément est quasi nulle.

Outre les appareils surisolés, seuls les éclairages de plafond ne nécessitent pas de mise à la terre.

Signalons que la majorité des accidents dans le cadre d'emplois domestiques sont dus à un oubli du branchement de la mise à terre (ou au neutre), ou à l'intervention des conducteurs de phase et neutre.

3.5.9 Protection des appareils

Outre une liaison entre un conducteur et la carcasse, deux autres défauts peuvent apparaître dans un appareil électrique :

- l'interruption de l'alimentation par rupture d'un conducteur. Ce défaut ne porte à conséquence du point de vue sécurité que pour un système triphasé;
- le court-circuit partiel ou total, provoquant une augmentation de courant.

Dans ce dernier cas, il se produit un suréchauffement pouvant endommager l'isolation des fils. Des arcs peuvent également apparaître. Un incendie risque alors de provoquer

de graves destructions. L'endommagement de l'isolation présente également un risque pour les personnes.

Un coupe-circuit par surintensité est donc indispensable lorsque l'augmentation de courant devient incompatible avec les limites thermiques de l'installation. Selon la puissance, trois types de coupe-circuit sont utilisés :

- le *fusible*;
- le *contacteur*;
- le *disjoncteur*.

Ce dernier, déjà évoqué au paragraphe 3.4.3, est utilisé essentiellement pour des puissances importantes.

3.5.10 Fusibles

Le fusible est un élément de protection qui doit être remplacé après chaque coupure. Il est basé sur le principe de la fusion d'un élément conducteur. C'est la section de ce dernier qui définit le courant de coupure. La fusion du fil produit un arc, qui est neutralisé par du sable de quartz (fig. 3.54).

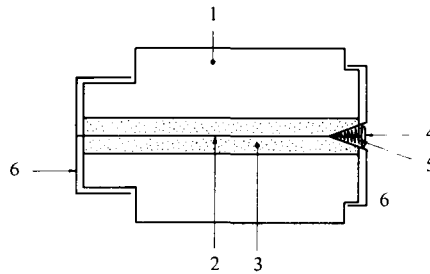


Fig. 3.54 Coupe d'un fusible. (1) corps du fusible; (2) fil de fusion; (3) sable de quartz; (4) pastille de contrôle; (5) ressort d'éjection; (6) contacts.

Les conditions de fonctionnement caractéristiques sont les suivantes, pour des intensités usuelles de 6 à 10 A :

- ils doivent supporter le courant nominal (I_N) en permanence;
- ils doivent supporter $1,5 I_N$ durant 1 heure;
- ils doivent interrompre $1,9 I_N$ en moins d'une heure;
- ils doivent supporter $1,75 I_N$ durant au moins 10 secondes;
- ils doivent couper $2,75 I_N$ en moins de 10 secondes;
- ils doivent couper $7 I_N$ en moins de 0,1 seconde.

Les fusibles de type courant (fig. 3.54) sont réalisés jusqu'à 60 A. Des fusibles de type spécial à haut pouvoir de coupure sont construits jusqu'à 800 A. Il existe également des fusibles d'appareils de taille plus faible, généralement sous tube de verre. Ils sont caractérisés par des courants de coupure de 10 mA à 10 A, sous une tension de 250 V. Leur dimension usuelle est de 5 mm de diamètre et de 20 mm de long.

3.5.11 Contacteurs

Le contacteur coupe également une surintensité, mais n'est pas détruit par l'opération. Il comporte essentiellement deux parties :

- les contacts assurant le passage du courant ou sa coupure;
- une bobine auxiliaire agissant sur un circuit magnétique. Ce système (fig. 3.55), à inductance variable (§ 3.2.6), assure l'ouverture en cas de surintensité.

Contrairement aux fusibles, le contacteur ne détecte pas un défaut. Cette fonction est assurée par un élément auxiliaire associé à l'appareil ou distinct.

Pour des surcharges faibles et de longue durée, l'ouverture est assurée par un *bimétal*. Certains contacteurs regroupent les deux possibilités de coupure, soit une bobine magnétique pour les surintensités importantes et un bimétal pour les surcharges permanentes. La figure 3.55 montre un exemple de contacteur.

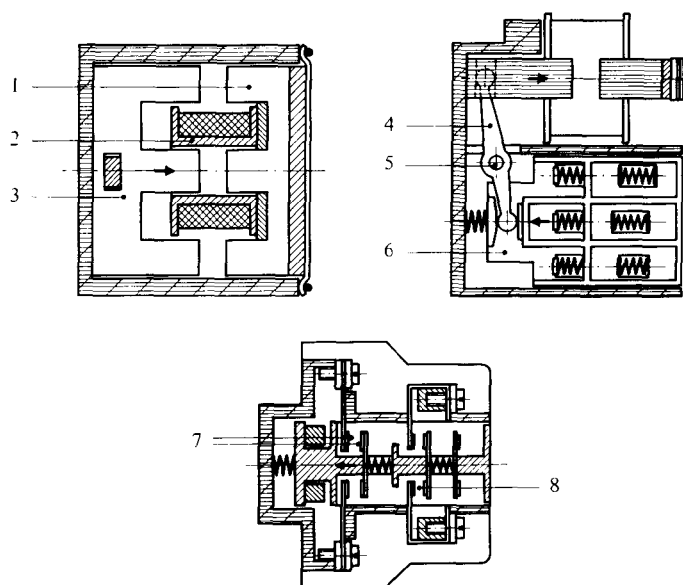


Fig. 3.55 Coupe d'un contacteur. (1) noyau de l'électro-aimant (fixe); (2) bobine; (3) armature de l'électro-aimant (mobile); (4) levier de transmission; (5) point fixe du levier de transmission; (6) support des contacts (mobile); (7) contact principal; (8) contact auxiliaire.

3.5.12 Installation domestique. Exemple

Pour une installation domestique courante, un certain nombre de directives sont à respecter :

- la protection des personnes et des appareils doit être assurée;
- un équilibre approximatif des charges des trois phases de l'alimentation doit être respecté. Ceci s'effectue par une distribution basée sur des considérations statistiques entre les divers consommateurs monophasés. A l'échelle d'un quartier, l'équilibre est pratiquement satisfait, avec des écarts de charge maximum de 20 % ;
- la protection par des fusibles est hiérarchisée, donc sélective.

La figure 3.56 montre un exemple de la distribution des installations dans un appartement.

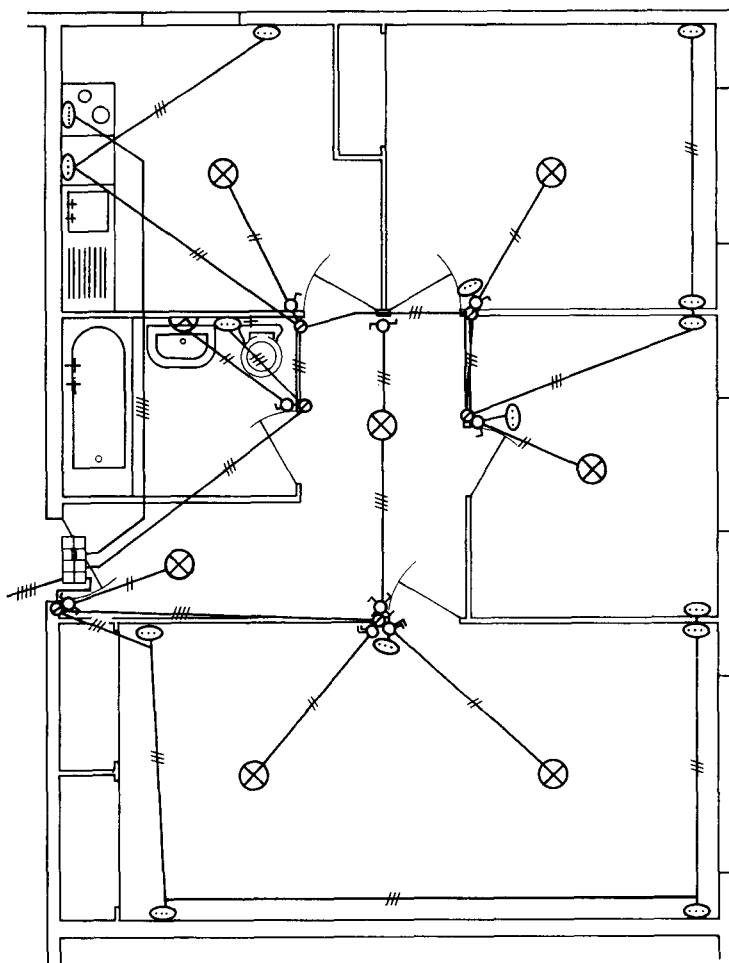


Fig. 3.56 Exemple d'installation domestique dans un appartement.

3.5.13 Installation industrielle. Exemple

La figure 3.57 illustre par un exemple une installation de type industriel. Il s'agit d'un petit atelier. Les utilisateurs sont de types monophasé (prises, éclairage) et triphasé.

3.5.14 Section des conducteurs

Les conducteurs d'une installation électrique sont généralement en cuivre plein ou formé d'un câble tressé, isolé au PVC (chlorure de polyvinyl) ou au caoutchouc. La section d'un conducteur doit être adaptée au courant limite qui le traverse. Les valeurs principales sont données au tableau 3.58 pour une température ambiante inférieure à 30°C et des installations intérieures [1].

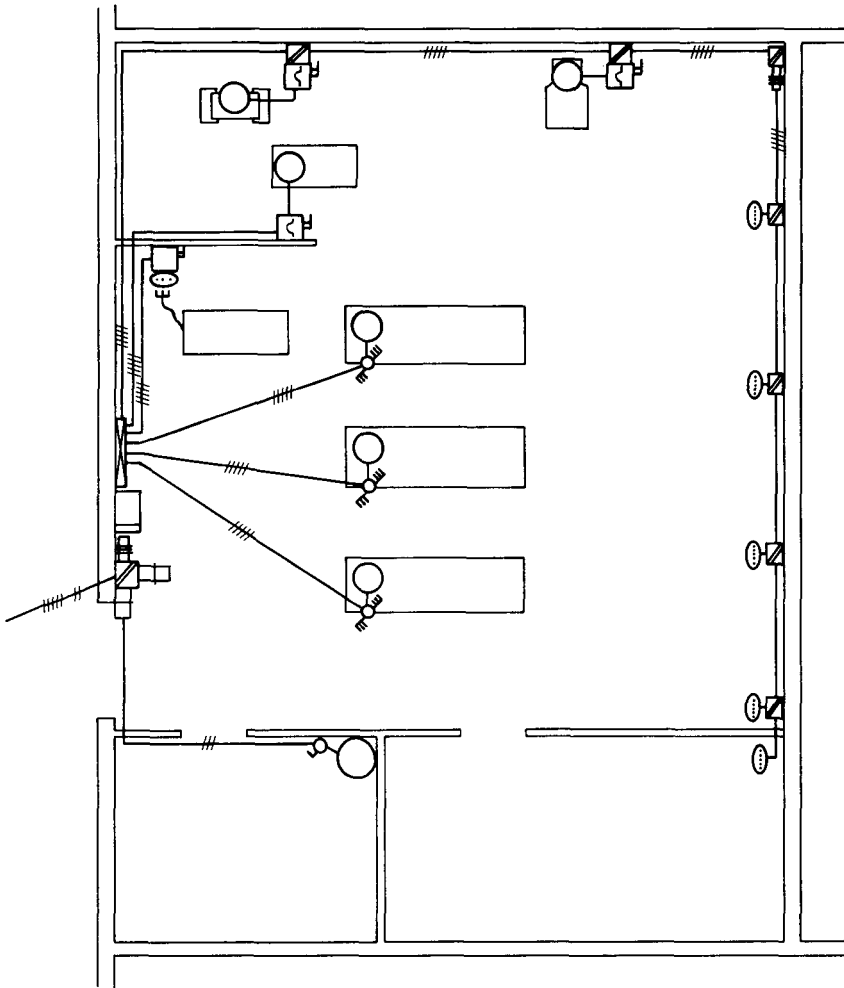


Fig. 3.57 Exemple d'installation industrielle dans un atelier.

3.6 VÉHICULES ÉLECTRIQUES

3.6.1 Caractéristiques générales

Par ses avantages, la traction électrique s'est généralisée aussi bien pour les réseaux interurbains que pour de nombreux réseaux urbains. On peut citer principalement :

- un mode de propulsion silencieux et non polluant. Cet aspect est important, aussi bien pour les véhicules urbains que pour les véhicules interurbains, appelés à pénétrer dans les villes;
- une grande souplesse dans les possibilités de réglage;
- un bon rendement de la conversion électromécanique;
- une possibilité de récupération et de freinage par la marche en génératrice des moteurs.

Tableau 3.58

Section du conducteur [mm ²]	Diamètre du fil [mm]	Diamètre du câble [mm]	Intensité maximum		Densité de courant [A/mm ²]	
			Installation fixe [A]	Installation mobile [A]		
0,75	1,0			6		8
1	1,13		6	10	6	10
1,5	1,4		10	15	6,7	10
2,5	1,8		15	20	6	8
4	2,25		20	30	5	7,5
6	2,8		25	40	4,2	6,7
10	3,6	4	40	60	4	6
16	4,5	5,1	60	80	3,75	5
25		6,3	80	100	3,2	4
35		7,5	100		2,9	
50		9	125		2,5	
70		11	150		2,1	
95		12,5	200		2,1	

Le principal inconvénient réside dans la ligne de contact et le système de captage de courant qui lui est lié. Outre l'investissement qu'elle représente et les frais d'entretien inhérents, la caténaire est une limitation de la souplesse du véhicule (transport urbain) et de la vitesse.

3.6.2 Organes principaux

Dans une installation de traction, on peut distinguer les principaux éléments suivants (fig. 3.59) :

- le véhicule (1);
- les moteurs (2);
- le dispositif de réglage et de commande (3);
- le dispositif de captage du courant (4);
- l'alimentation par sous-stations (5).

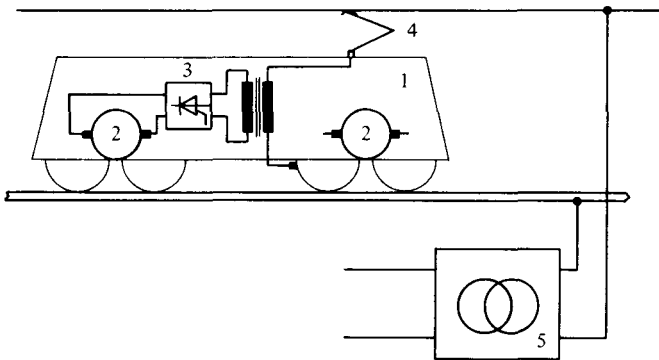


Fig. 3.59

L'ensemble alimentation-propulsion-réglage fait appel à quatre solutions de principe généralement utilisées. On peut citer :

- l'alimentation à courant continu avec moteurs à courant continu (§ 3.2.14);
- l'alimentation à courant alternatif avec redresseur (§ 3.3.3) embarqué et moteurs à courant continu;
- l'alimentation à courant alternatif avec moteurs à collecteur (§ 3.2.14);
- la génération électrique sur le véhicule même par groupe diesel ou turbine à gaz.

3.6.3 Propulsion

A de rares exceptions près, les moteurs de traction sont des moteurs à collecteurs, à courant alternatif ou continu (§ 3.2.14). Ils se prêtent bien à un tel emploi, par leur caractéristique de couple en fonction de la vitesse (fig. 3.60), particulièrement bien adaptée et nécessitant un minimum de réglage. Ils permettent un réglage de vitesse dans de bonnes conditions de rendement. L'excitation est généralement de type série et bobinage complémentaire en parallèle (machine courant continu) ou résistance shunt (alternatif).

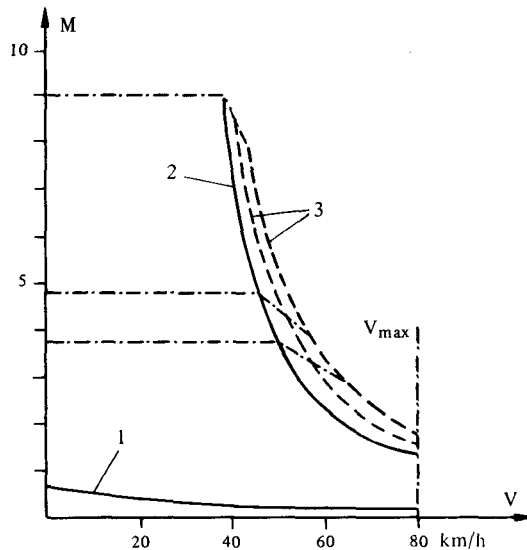


Fig. 3.60 Caractéristique de couple en fonction de la vitesse d'un moteur à courant continu série. (1) 1er cran (65% d'excitation); (2) 19ème cran (100% d'excitation) : rhéostat éliminé; (3) cran de shuntage (60% et 65% d'excitation) à rhéostat éliminé.

En revanche, ces moteurs sont relativement complexes et délicats. La présence d'un collecteur (fig. 3.27) limite le niveau de tension à 3 kV. Pour un moteur de 1500 kW, il en résulte un courant de 500 A circulant, entre autre, au travers des charbons. Ils nécessitent un entretien régulier, lié à l'usure provoquée par le frottement sur le collecteur et par les étincelles qui résultent de la commutation.

De façon générale, le volume d'un moteur est inversement proportionnel à sa vitesse. Pour en alléger le poids, les moteurs de traction tournent à une vitesse de 4 à 5 fois plus élevée que celle des roues. Ils attaquent ainsi l'essieu moteur au travers d'un réducteur.

3.6.4 Alimentation continue

C'est la solution généralement adoptée pour la traction urbaine (tramways, trolleybus, métros) et les chemins de fer secondaires dont la longueur est relativement peu importante. La figure 3.61 illustre le schéma d'une telle installation.

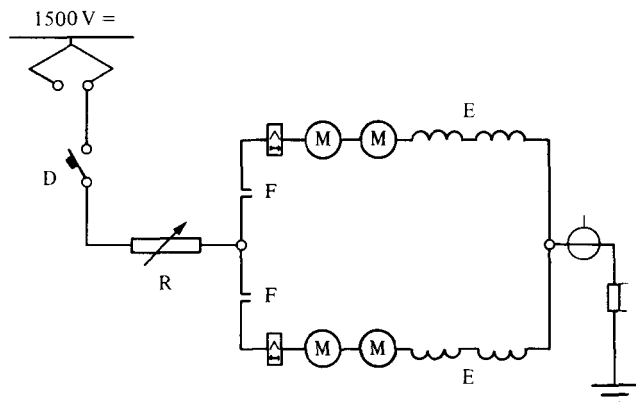


Fig. 3.61 Alimentation de traction à courant continu avec rhéostat de démarrage. (D) disjoncteur; (E) inducteurs des moteurs de traction; (F) contacteur de séparation; (M) inducts des moteurs de traction; (R) rhéostat de démarrage.

Le réglage de la vitesse s'effectue par le courant d'excitation. Le démarrage est assuré par la mise en série d'une résistance limitant l'appel de courant.

Le freinage s'effectue par la marche en génératrice, en renvoyant l'énergie sur le réseau ou sur la même résistance qu'au démarrage.

L'alimentation est à niveau constant, généralement compris entre 500 V et 1500 V, exceptionnellement 3000 V. Ce niveau étant relativement bas, le transport de l'énergie n'est économique que sur une distance de quelques kilomètres. Des sous-stations injectant l'énergie en des points régulièrement disposés le long de la ligne sont donc indispensables. Elles sont équipées de groupes transformateur-redresseur.

3.6.5 Alimentation alternative et moteur à courant continu

C'est actuellement la solution la plus souple et la plus intéressante. Sur le plan des caractéristiques, elle se distingue de la précédente par une possibilité de réglage de la tension du moteur. Le principe en est décrit à la figure 3.62. Le réglage de la vitesse aussi bien que celui du couple au démarrage est assuré par le niveau de la tension aux bornes du moteur. C'est le redresseur commandé, à thyristors (§ 3.3.4), qui assure ce réglage. Il présente l'avantage d'être continu et de conduire à un bilan énergétique au démarrage et au freinage beaucoup plus favorable.

Le niveau de tension de la caténaire peut être plus élevé (15000 V par exemple). Il peut ensuite être abaissé par un transformateur embarqué.

L'emploi de cette technique est parfois limité par des problèmes de parasites générés par le redresseur commandé. Ces parasites peuvent provoquer des perturbations de l'installation de signalisation.

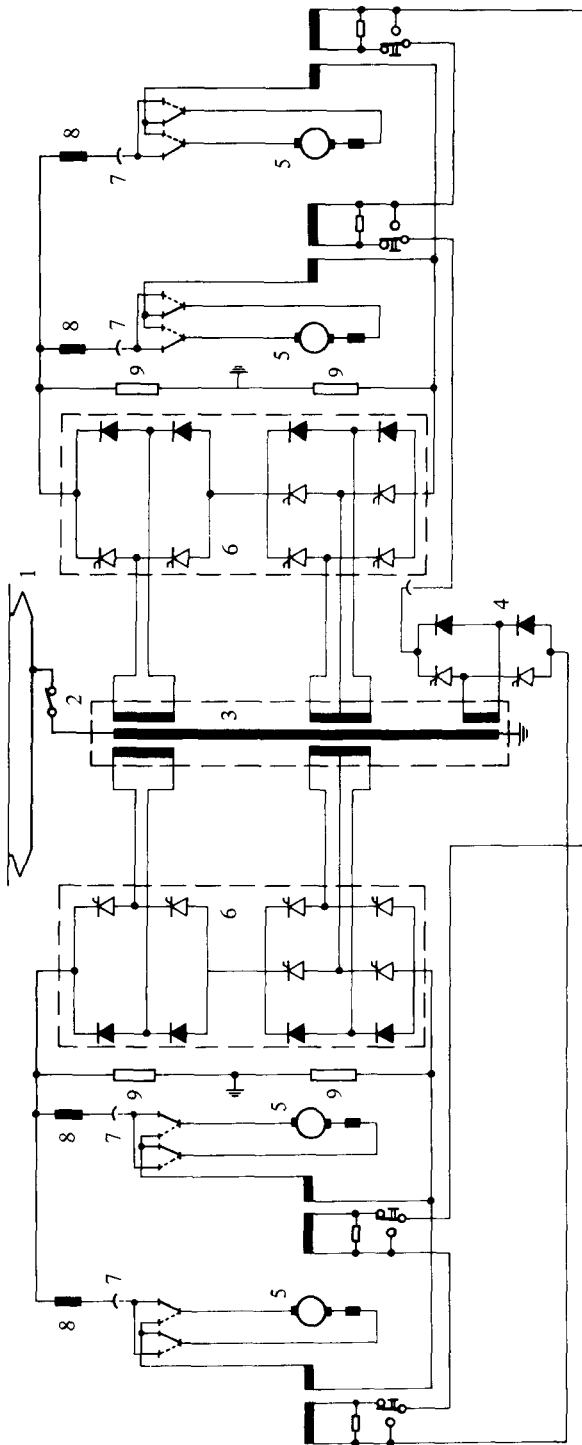


Fig. 3.62 Alimentation de traction alternative avec redresseur et moteurs à courant continu. (1) pantographe; (2) disjoncteur principal; (3) transformateur; (4) redresseur d'excitation; (5) moteurs de traction; (6) redresseurs de moteurs; (7) bobines de lissage; (8) résistance de mise à la terre.

3.6.6 Alimentation continue et hacheur

Tout système de traction représente un investissement important. Une transformation complète de l'infrastructure d'un réseau est donc difficilement possible. Il est cependant possible de faire bénéficier un système de propulsion lié à un réseau continu des avantages de la tension variable. On recourt alors au hacheur (fig. 3.63) qui permet un abaissement de la tension continue avec un bon rendement. On retrouve les inconvénients de la génération de parasites par commutation électronique (vol. XV).

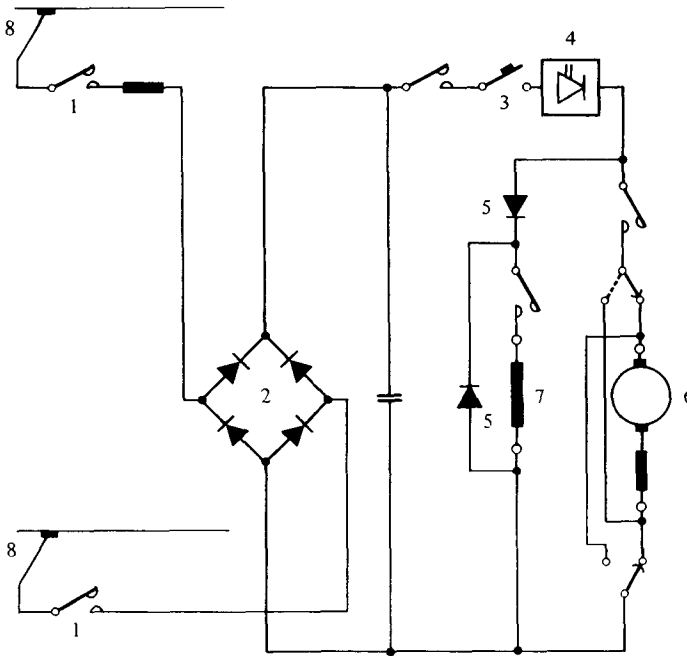


Fig. 3.63 Alimentation de traction à courant continu avec hacheur (trolleybus). (1) contacteur principal; (2) pont redresseur d'entrée; (3) interrupteur de protection; (4) hacheur; (5) diodes de protection; (6) moteur de traction; (7) inducteur du moteur; (8) ligne.

3.6.7 Alimentation alternative et moteur à collecteur

Cette solution, appliquée en Suisse et en Allemagne pour des raisons historiques (premiers réseaux électrifiés), est un compromis entre les avantages d'un réseau alternatif (utilisation de transformateurs) et la difficulté de réaliser de gros moteurs à collecteur à fréquence industrielle. La fréquence de $16\frac{2}{3}$ Hz ($50/3$) choisie résulte de ce compromis.

La figure 3.64 montre le schéma de principe d'une telle installation. Le réglage de la vitesse et le démarrage sont assurés par le gradateur du transformateur, adaptant la tension par sauts. La figure 3.65 donne les caractéristiques couple-vitesse d'un tel système de propulsion. Le rendement est bon pour toute la plage de vitesse, mais il est difficile d'assurer un freinage avec récupération.

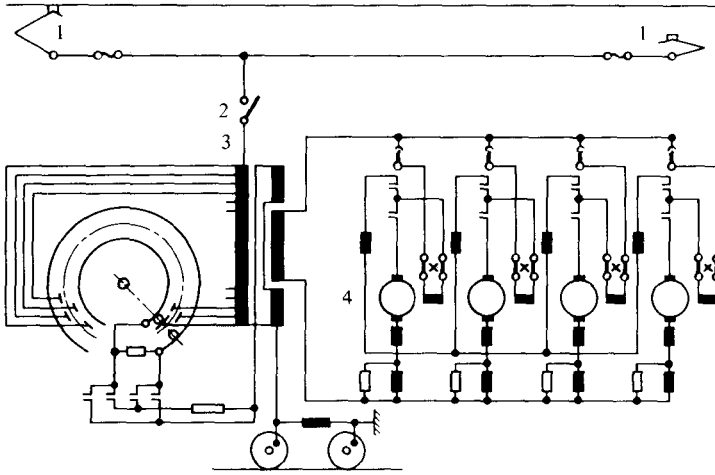


Fig. 3.64 Schéma de principe d'une locomotive avec moteurs à collecteur. (1) pantographe; (2) disjoncteur principal; (3) transformateur réglable; (4) moteur de traction.

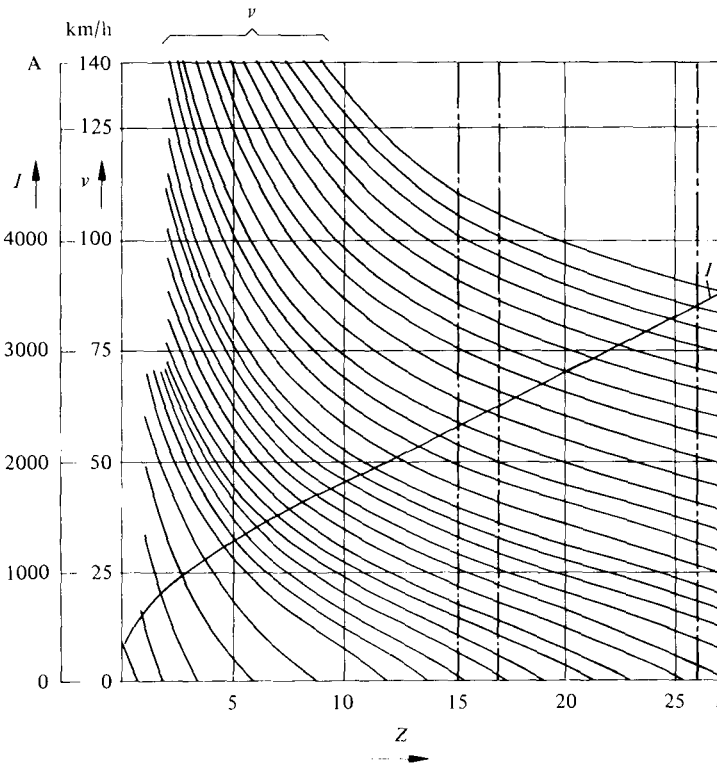


Fig. 3.65 Caractéristiques de marche d'une locomotive avec moteurs à collecteur (CFF-Re 4/4 II). (I) courant de moteur; (v) vitesse du véhicule; (Z) effort total de traction à la jante; (32) gradins du transformateur.

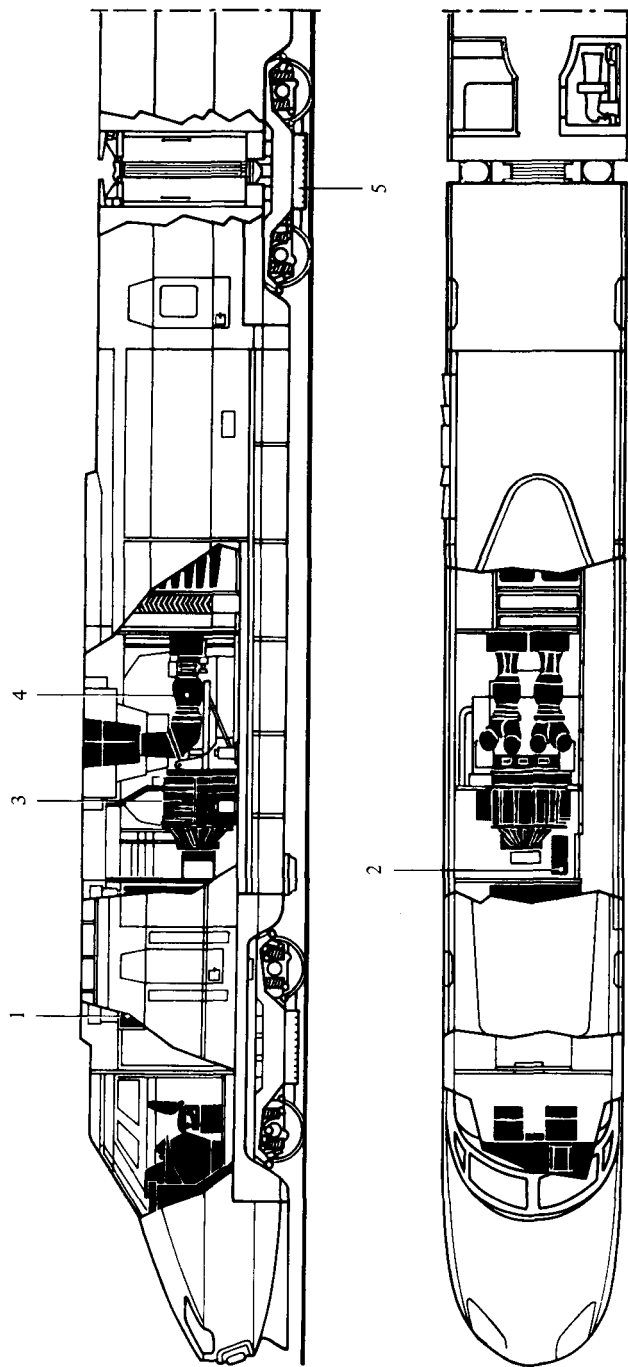


Fig. 3.66 Véhicule à turbine à gaz à grande vitesse (TGV001 SNCF France). (1) bloc électrique; (2) bloc redresseur; (3) alternateur; (4) turbomoteur à gaz; (5) frein magnétique.

3.6.8 Véhicules à générateur embarqué

Un système de propulsion mixte diesel (ou turbine à gaz)-électrique représente une solution intéressante pour les trois cas suivants :

- ligne non électrifiée;
- locomotive de manoeuvre pour gare frontière;
- traction à grande vitesse; il est ainsi possible de se libérer de la caténaire.

La combinaison d'un moteur à explosion ou à combustion interne avec un générateur et des moteurs électriques offre une beaucoup plus grande souplesse d'exploitation qu'une solution purement mécanique (moteur à explosion et boîte à vitesse).

La figure 3.66 décrit la disposition des principaux éléments d'un véhicule à turbine à gaz à grande vitesse. Le groupe propulseur comprend principalement :

- une turbine à gaz double;
- un alternateur dont la tension peut être réglée;
- un redresseur à diodes;
- des moteurs à courant continu.

ACQUISITION, TRANSMISSION ET TRAITEMENT DE L'INFORMATION PAR SIGNAUX ÉLECTRIQUES

4.1 INFORMATION ET SIGNAUX ÉLECTRIQUES

4.1.1 Concept d'information

L'information est un concept lié à celui d'accroissement de la connaissance. Il peut être envisagé à différents niveaux : formel, mathématique, sémantique, psychologique, philosophique. Il est de ce fait difficile de donner une définition simple et univoque de ce qu'est l'information.

Le niveau formel ne prend en compte que la nature du support de l'information, donc son apparence. Pour l'ingénieur électricien, cette apparence est une grandeur électrique transportant un flux continu ou discret de messages.

Le niveau *mathématique* est celui où l'on s'intéresse à une mesure objective du débit réel de l'information convoyée et aux moyens possibles d'améliorer l'efficacité (recherche d'une plus grande concision) et la sécurité (lutte contre les erreurs) d'un transfert ou d'un stockage d'informations. Ceci nécessite le développement d'un modèle statistique, basé sur la probabilité d'apparition des messages, qui est le thème central de la *théorie de l'information*.

Le niveau *sémantique*, qui touche à la signification d'un message, le niveau *psychologique*, qui concerne l'effet émotionnel (donc subjectif) de l'information, et le niveau *philosophique*, qui a trait à l'origine de la connaissance et de l'intelligence, ne sont pas interprétables en termes techniques.

4.1.2 Electricité et information

Les principaux problèmes relatifs à l'information sont :

- l'acquisition de l'information;
- la transmission de l'information;
- le traitement de l'information;
- l'exploitation de l'information.

La solution efficace de ces problèmes par l'électricité est avant tout due aux facteurs suivants :

- la rapidité de propagation des phénomènes électromagnétiques;
- le fait que cette propagation peut se passer de support matériel;
- la facilité avec laquelle la plupart des grandeurs physiques peuvent être traduites sous forme électrique;

- la rapidité d'exécution des dispositifs électroniques;
- l'extrême variété des fonctions électroniques réalisables;
- la miniaturisation offerte par les technologies microélectroniques.

4.1.3 Sources d'informations

Les flux d'informations sur lesquels l'ingénieur doit agir proviennent de nombreuses sources. Ils concernent principalement l'observation (mesure) de phénomènes physiques et le dialogue (communication) entre hommes, entre l'homme et la machine, ou entre les machines elles-mêmes.

On peut grouper les sources primaires d'informations en quatre catégories :

- l'homme (voix, image, geste, etc.) ;
- la machine (informations de contrôle, résultats de calculs, etc.) ;
- les banques d'informations (livres, disques, bandes magnétiques, mémoire d'ordinateur, etc.) ;
- l'environnement naturel (phénomènes physiques observés).

Ces informations se présentent initialement sous des formes très diverses : optique, acoustique, mécanique, magnétique, thermique, etc. Leur traitement par des moyens électriques implique donc une traduction préalable (§ 4.1.6).

4.1.4 Définition du signal

Un *signal* est la représentation physique de l'information, qu'il convoie de sa source jusqu'au destinataire.

4.1.5 Définitions : signaux analogiques et numériques

Lorsque l'information produite par une source dispose d'une gamme continue de nuances, on la qualifie d'*analogique*. Le signal porteur d'une telle information est appelé *signal analogique*. Il peut prendre une infinité de valeurs différentes dans un domaine de variation donné. Les fluctuations de la pression acoustique due à la voix ou à un instrument de musique en sont un exemple.

Il est fréquent, toutefois, que l'information soit représentée par des signes conventionnels distincts, tels que lettres, chiffres, symboles graphiques, etc., dont le choix est limité. C'est la situation rencontrée dans les transmissions télégraphiques, par exemple. On qualifie ce type d'information de *numérique* (on dit aussi *numérale*, ou par anglicisme *digitale* : on compte avec ses doigts), car chaque signe peut être représenté par un nombre. Les signaux porteurs d'une information numérique sont appelés, par extension, *signaux numériques* (ou digitaux). A chaque signe — ou nombre — correspond un état distinct du signal. Il est, en général, avantageux de coder ces états distincts par des combinaisons de signaux élémentaires ne prenant que deux valeurs possibles (signal binaire associé à une variable logique 0 ou 1).

On peut convertir une information analogique en une information numérique en procédant à une opération de quantification (§ 4.1.18).

L'apparition des moyens modernes de traitement de l'information (vol. XIV) favorise le développement des méthodes de traitement numérique des signaux (vol. XX).

4.1.6 Définitions : transducteur électrique, capteur et actionneur

Un *transducteur électrique* est un dispositif assurant une conversion ou un transfert de signaux et dans lequel un signal au moins est électrique. Les transducteurs électromécaniques mentionnés au paragraphe 3.2.2 en sont un cas particulier.

Un *capteur* est un transducteur qui transforme une grandeur physique en une grandeur électrique. On appelle *actionneur* (on dit aussi *actuateur*) un transducteur assurant la transformation inverse.

4.1.7 Principaux modes de fonctionnement des capteurs

Les capteurs exploitent en majorité des effets électromécaniques, électromagnétiques, électro-acoustiques, électro-optiques ou électrothermiques. On peut distinguer, selon leur mode de fonctionnement, plusieurs sortes de capteurs :

- à variation de résistance;
- à variation de capacité;
- à variation d'inductance;
- à variation de tension;
- à variation de courant.

Il existe de très nombreux capteurs. Un certain nombre d'entre eux sont mentionnés à titre indicatif dans le tableau 4.1.

Un capteur est souvent l'élément initial d'une chaîne de mesure ou de tout autre système de traitement et de transmission d'informations.

Tableau 4.1

Grandeur primaire	Capteur
pression acoustique	microphone électrodynamique, électrostatique, piézo-électrique
élongation due à une contrainte mécanique	jauge de contrainte à fil métallique, à semi-conducteur
force, pression	capteur piézo-électrique
accélération	accéléromètre piézo-électrique
vitesse de rotation	dynamo tachymétrique
déplacement	palpeur magnétique, potentiométrique, capacitif
attitude (orientation dans l'espace)	gyroscope
intensité lumineuse	cellule photoélectrique, photorésistance
température	thermocouple
humidité	hygromètre résistif
acidité	pH-mètre
radiation nucléaire	compteur Geiger
induction magnétique	sonde à effet Hall

4.1.8 Exemple : jauge de contrainte

C'est un dispositif destiné à traduire des efforts mécaniques. Il permet de mesurer des déformations, de petits déplacements, des accélérations. Il est généralement constitué

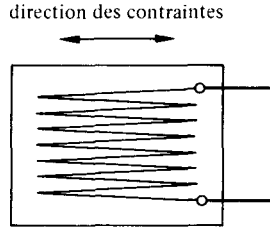


Fig. 4.2

par un fil métallique résistant, collé en zigzag (fig. 4.2) sur un support mince de papier ou de résine époxy, ou gravé par procédé chimique.

Une variation de la résistance est provoquée par la déformation élastique du fil sous l'effet de la force appliquée. Cette déformation consiste en une variation Δl de la longueur totale du fil accompagnée d'une variation de la section. En première approximation, on peut écrire en tenant compte de la relation (2.29) qui exprime la résistance R d'un conducteur de longueur l :

$$\Delta R/R = k \cdot \Delta l/l \quad (4.1)$$

où k est le facteur de sensibilité, qui est de l'ordre de 2 pour la majorité des jauges de contraintes à fil. Pour de faibles déformations, l'allongement Δl est lui-même directement proportionnel à la force appliquée.

La mesure de la variation de résistance est généralement réalisée en introduisant la jauge de contrainte dans un circuit en pont de Wheatstone (voir sect. 7.3 et § 10.4.1).

4.1.9 Exemple : microphone électrostatique

Un microphone est un capteur transformant les variations de la pression acoustique en un signal électrique. Le principe de fonctionnement du microphone électrostatique est basé sur la variation de capacité d'un condensateur formé d'une électrode fixe et d'une électrode mobile. Celle-ci est constituée par une fine membrane métallisée placée à faible distance ($\delta \cong 10 \mu\text{m}$) de l'électrode fixe (fig. 4.3).

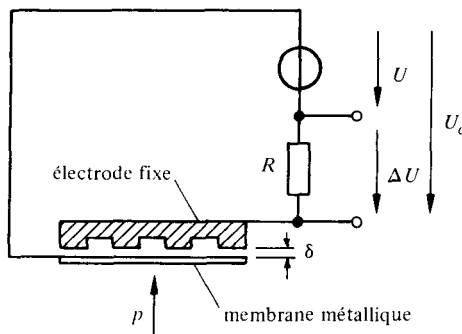


Fig. 4.3

Une tension de polarisation U , de l'ordre de 100 V ou plus, est appliquée entre les électrodes au travers d'une grande résistance R , de l'ordre du mégohm, de manière à maintenir une charge Q constante.

En dérivant (2.22) par rapport à la distance entre les deux électrodes, on obtient :

$$dC/d\delta = -\epsilon_0 A/\delta^2 = -C/\delta \quad (4.2)$$

Une variation $\Delta\delta$ de la distance entre électrodes due à l'action d'une variation de la pression acoustique p donne ainsi lieu à une variation de capacité

$$\Delta C = -C \cdot \Delta\delta/\delta \quad (4.3)$$

La tension U_C entre les électrodes du condensateur est égale, en vertu de (2.35), à la somme de la tension continue de polarisation U et de la petite variation ΔU apparaissant aux bornes de la résistance R . La dérivée de U_C par rapport à la capacité est donnée, d'après (2.21), par

$$dU_C/dC = -Q/C^2 = -U_C/C \cong -U/C \quad (4.4)$$

ce qui permet d'exprimer la variation ΔU de la tension due à une variation ΔC de la capacité du condensateur chargé à une valeur Q constante par

$$\Delta U = \Delta U_C \cong -U \cdot \Delta C/C = U \cdot \Delta\delta/\delta \quad (4.5)$$

Pour avoir une bonne sensibilité, la tension de polarisation U doit être élevée.

Une variante de capteur électrostatique est le microphone à électret, qui est très répandu depuis quelques années en raison de son faible prix de revient. L'électret est un matériau qui est l'analogue électrique de l'aimant : il porte une charge électrique quasi permanente. Il est utilisé pour la fabrication de la membrane mobile du microphone qui n'a, dès lors, plus besoin de tension de polarisation.

4.1.10 Exemple : capteur piézo-électrique

L'effet piézo-électrique (voir sect. II.4.8) est la propriété de certains cristaux naturels, tels que le quartz (SiO_2), et de matériaux céramiques, tels que le titanate de baryum, qui se polarisent électriquement sous l'effet d'une pression mécanique. Il apparaît entre les faces du cristal une différence de potentiel électrique proportionnelle à l'effort appliqué.

Le phénomène est réciproque, en ce sens que le cristal se déforme lorsqu'il est placé dans un champ électrique.

Les capteurs piézo-électriques sont principalement employés pour des mesures de pression, de force et d'accélération (mesure de vibrations par exemple).

4.1.11 Principe de l'analyse d'une image par capteur photo-électrique

Un capteur photo-électrique transforme l'énergie lumineuse reçue en un courant électrique. Ce phénomène (sect. II.2.3) résulte de l'interaction de la lumière avec le matériau éclairé (métal ou semiconducteur). Les photons incidents, en cédant leur énergie, libèrent des électrons qui modifient la résistivité du matériau (photoconduction) ou même s'échappent de celui-ci (photo-émission).

Une image fixe est représentée par une fonction de deux variables $f(x,y)$ qui exprime l'intensité lumineuse surfacique (luminance) observée en chaque point d'un plan perpendiculaire à l'axe de vision. La position du point est repérée par ses coordonnées cartésiennes x et y . La fonction $f(x,y)$ constitue un signal optique à deux dimensions.

Compte tenu de la physiologie de l'oeil, qui lui donne un pouvoir séparateur limité, on peut représenter approximativement l'image originale par un damier de petits éléments d'images contigus. La traduction de cette information en un signal électrique unidimensionnel est alors réalisable en projetant successivement la lumière émise par chaque élément d'image sur un capteur photo-électrique. L'exploration systématique de l'image peut se faire de différentes manières. Pratiquement, on procède presque toujours à un balayage en zigzag (fig. 4.4) allant de gauche à droite et de haut en bas. A un mouvement vers la droite, qui constitue l'analyse d'une ligne d'éléments de l'image, succède un rapide mouvement vers la gauche appelé retour de ligne. Le signal électrique résultant porte le nom de signal vidéo.

Ce principe de l'analyse des images a permis, entre autre, le développement des transmissions de fac-similés et de la télévision (§ 4.3.7).

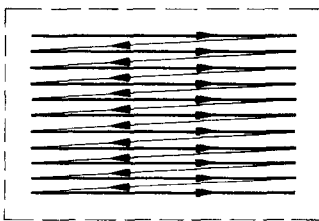


Fig. 4.4

4.1.12 Définitions: spectre et largeur de bande d'un signal

Dans les systèmes exploitant l'énergie électrique, les courants et les tensions sont le plus souvent continus (constants) ou sinusoïdaux à fréquence constante (50 Hz).

La forme des signaux transportant de l'information présente un caractère beaucoup plus diversifié. Compte tenu de la nature imprévisible de l'information, les signaux réels sont en fait aléatoires.

Si l'on analyse la façon dont ces signaux varient avec le temps (vol. VI), on constate qu'on peut les considérer comme résultant d'une somme finie ou infinie de composantes sinusoïdales de fréquences différentes. L'énergie d'un signal est ainsi distribuée sur un certain domaine de fréquence utile. Cette représentation est le *spectre* du signal, parfaitement analogue au spectre de la lumière analysée par un prisme qui en révèle les différentes couleurs (arc en ciel).

Une caractéristique importante d'un signal est sa *largeur de bande* : domaine principal des fréquences occupé par le spectre.

4.1.13 Filtrage des signaux. Définitions

Le *filtrage* est une opération qui consiste à séparer les composantes d'un signal selon leurs fréquences. On utilise pour cela des circuits électriques appelés *filtres* (vol. XIX) par

analogie avec les dispositifs perméables employés pour débarrasser un liquide des particules solides qui s'y trouvent.

Un filtre électrique, dans sa forme classique (fig. 4.5), comporte une porte d'entrée à laquelle est appliquée une tension U_1 , et une porte de sortie où apparaît la tension U_2 . Lorsque la tension d'entrée U_1 est sinusoïdale de fréquence f , on retrouve à la sortie une tension U_2 de même fréquence. Toutefois, la transmission à travers le filtre dépend de la fréquence. La *bande passante* est le domaine des fréquences à l'intérieur duquel un signal est transmis pratiquement sans affaiblissement ($U_2 \cong U_1$). Dans la *bande bloquée*, au contraire, il est fortement affaibli ($U_2 \ll U_1$). On distingue des filtres *passé-bas*, *passé-haut*, *coupe-bande* ou *passé-bande* selon la position de la bande passante.

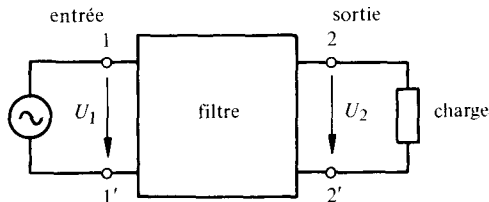


Fig. 4.5

Les *filtres passifs* sont construits à l'aide de composants électriques tels que résistances, condensateurs et bobines d'inductances. La figure 4.6 montre un très simple filtre passif *passé-bas*, composé d'une inductance et d'un condensateur, chargé par une résistance. La réponse en fréquence de ce filtre est représenté sur la figure 4.7.

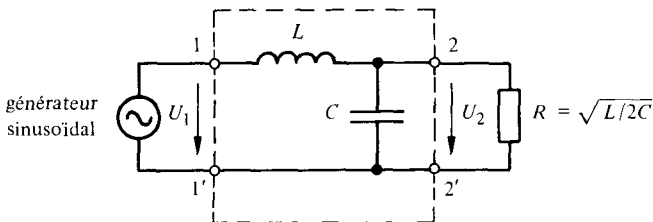


Fig. 4.6

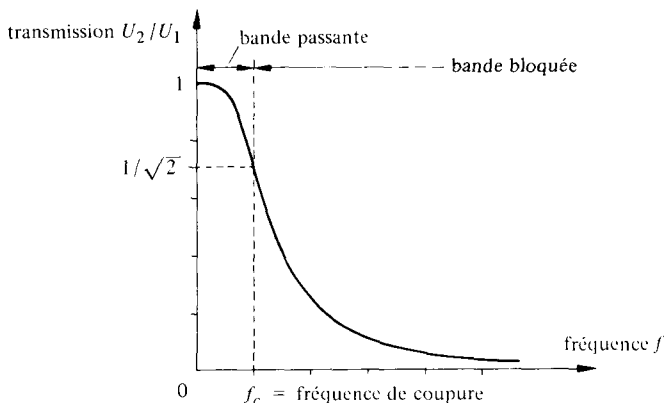


Fig. 4.7

Les *filtres actifs* remplacent les inductances par l'amplification électronique. Les *filtres numériques* (ou digitaux) servent au filtrage par traitement numérique des signaux. Ce sont de véritables petites calculatrices électroniques spécialisées.

4.1.14 Définition : le bit, unité d'information

Lorsqu'une personne parle à une autre, le langage est le véhicule et le code par lequel l'information est transmise. Les mots en sont les constituants de base. Or le nombre de mots d'un dictionnaire est considérable (plusieurs dizaines de milliers), même si nous ne les utilisons pas tous dans la langue courante. Pour les communications écrites, nous utilisons les 26 lettres de l'alphabet, ainsi que les signes de ponctuation et l'espace, comme constituants de base. Ceci nous conduit tout naturellement à la question : y a-t-il une forme de représentation de l'information basée sur un dictionnaire minimum? Ou, en d'autres termes, peut-on définir une unité – quantum élémentaire – d'information?

La réponse est évidemment oui. Car il suffit d'un alphabet élémentaire de deux symboles pour que, par combinaison de L d'entre eux, il soit possible de représenter (coder) $n = 2^L$ états distincts d'un alphabet plus riche. Ceci correspond à une transcription du message initial en une combinaison de deux déclarations élémentaires, s'excluant mutuellement, telles que oui/non, ouvert/fermé, blanc/noir, pile/face, etc. Il est devenu usuel de représenter les deux termes de l'alternative par les chiffres 0 et 1.

On donne le nom de *bit* (de l'anglais "*binary digit*") à l'unité de comptage des symboles binaires employés pour le codage de l'information.

4.1.15 Avantage du codage binaire

Une représentation sous forme binaire de l'information est évidemment très favorable du point de vue technique. Les symboles de codage 0 et 1 peuvent en effet facilement correspondre à deux états stables d'un dispositif électrique simple tels que l'ouverture et la fermeture d'un contact (interrupteur électronique ou mécanique) entraînant le passage ou l'absence de courant. Cette succession de présences ou d'absences de courant est aisément transmise et détectée par le système destinataire. La figure 4.8 illustre le codage binaire d'un message primaire, traduit à son tour en un signal numérique représentatif où le symbole 1 correspond à la présence d'une impulsion de courant dans un intervalle de temps prescrit T , et le symbole 0 à l'absence d'une telle impulsion.

Puisque les nombres décimaux sont également représentables sous cette forme, un traitement de l'information est possible à la condition de transposer les opérations ma-

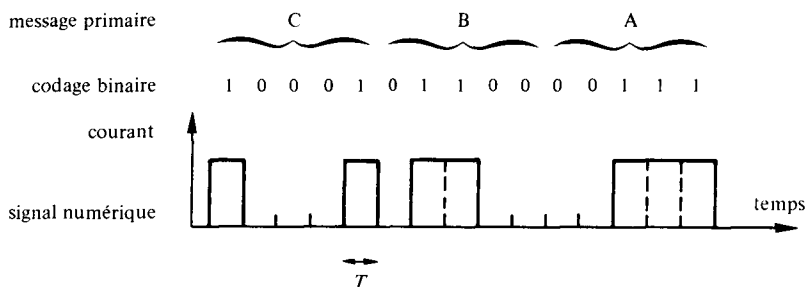


Fig. 4.8

thématiques et logiques usuelles (addition, multiplication, plus grand que, plus petit que, etc.) dans un système binaire. C'est le mode de fonctionnement des calculatrices électroniques dont on connaît l'essor considérable.

On a représenté dans le tableau 4.9 le mode de représentation binaire le plus simple des nombres décimaux. C'est ce que l'on appelle le code binaire pur.

Tableau 4.9

Nombre décimal	Nombre binaire pur
0	0000
1	0001
2	0010
3	0011
4	0100
5	0101
6	0110
7	0111
8	1000
9	1001
10	1010
11	1011
12	1100
13	1101
14	1110
15	1111
16	10000
17	10001

4.1.16 Commentaire

On observe ici que, d'une manière générale, le nombre de signes différents pouvant être exprimés à l'aide d'un groupe de symboles binaires de longueur L croît comme le logarithme du nombre de signes n de l'alphabet (on utilisera ici pour indiquer le logarithme de base 2 la notation conventionnelle: $\text{lb } x = \log_2 x$) :

$$L = \text{lb } n \quad (4.6)$$

4.1.17 Exemple: code ISO à 7 bits

Le code ISO (International Standardisation Organisation) à 7 bits est utilisé pour la transmission de données et d'ordres dans les systèmes informatiques. Il est identique, à quelques détails près, à un code développé aux USA et connu sous le nom de code ASCII (American Standard Code for Information Interchange). L'emploi de mots de 7 bits $b_7, b_6, \dots, b_1$ permet de représenter $2^7 = 128$ lettres, chiffres, signes spéciaux ou ordres différents. Ce code est représenté sur le tableau 4.10. Les différents messages y sont regroupés dans une matrice de 8 colonnes et 16 lignes ($8 \times 16 = 128$). Chaque colonne et chaque ligne est identifiée par un groupe de 3, respectivement 4, symboles binaires.

Tableau 4.10

								o	o	o	o				
								o	o			o	o		
								o		o		o		o	
b ₇	b ₆	b ₅	b ₄	b ₃	b ₂	b ₁		0	1	2	3	4	5	6	7
							o o o o	0	NUL	DLE	Space	0	—	P	@ p
							o o o	1	SOH	DC1	!	1	A	Q	a q
							o o o	2	STX	DC2	”	2	B	R	b r
							o o	3	ETX	DC3	#	3	C	S	c s
							o o o	4	EOT	DC4	\$	4	D	T	d t
							o o	5	ENQ	NAK	%	5	E	U	e u
							o o	6	ACK	SYN	&	6	F	V	f v
							o	7	Bell	ETB	'	7	G	W	g w
							o o o	8	BS	Cancel	(	8	H	X	h x
							o o	9	HT	EM	)	9	I	Y	i y
							o o	10	LF	SS	*	:	J	Z	j z
							o	11	VT	Escape	+	;	K		k
							o o	12	FF	FS	,	<	L	\	l
							o	13	CR	GS	—	=	M		m
							o	14	SO	RS	.	>	N	^	n
								15	SI	US	/	?	O	—	o Delete

Ainsi la lettre A ou l'ordre CR (carriage return), qui permet de commander le retour du chariot d'un télétype, correspondent aux mots binaires respectifs :

- A 1000001
- CR 0001101

4.1.18 Conversion analogique-numérique

On peut convertir un signal analogique en un signal numérique transportant approximativement la même information en procédant à une opération d'échantillonnage et de quantification.

L'amplitude d'un signal analogique peut prendre une infinité de valeurs différentes les unes des autres. Toutefois, il est expérimentalement impossible de mesurer (observer) avec exactitude chacune de ces valeurs d'amplitude. C'est pourquoi on peut faire correspondre à cet ensemble continu de valeurs, connues avec une précision limitée, un nouvel ensemble discret (dénombrable) de valeurs distinctes garantissant la même précision. C'est une procédure de quantification en n niveaux distincts, dont les amplitudes sont souvent un multiple d'un quantum q qui correspond au plus petit écart mesurable.

On démontre, de plus, qu'il n'est nullement besoin de connaître en tout instant t la valeur prise par un signal analogique. On constate qu'il est théoriquement possible de reconstruire entièrement un signal analogique, dont le spectre est limité à une fréquence maximum $f_{\max}$, à partir de prélèvements ponctuels — appelés échantillons — de sa valeur instantanée effectués à intervalles de temps réguliers T_e , à la condition que

$$T_e < \frac{1}{2 f_{\max}} \quad (4.7)$$

Autrement dit, l'échantillonnage doit être effectué à une cadence au moins double de la plus haute fréquence contenue dans le spectre du signal. Ce résultat est le *théorème d'échantillonnage* qui joue un rôle fondamental en théorie du signal.

Soit n le nombre de niveaux de quantification utilisables, ordonnés de zéro à $n - 1$: chaque niveau est alors identifiable par son numéro d'ordre. Celui-ci peut être exprimé à son tour sous la forme d'un nombre binaire de L bits (avec L le plus petit entier supérieur ou égal à $\log_2 n$).

Le principe de l'échantillonnage, de la quantification et du codage binaire d'un signal analogique est illustré sur la figure 4.11.

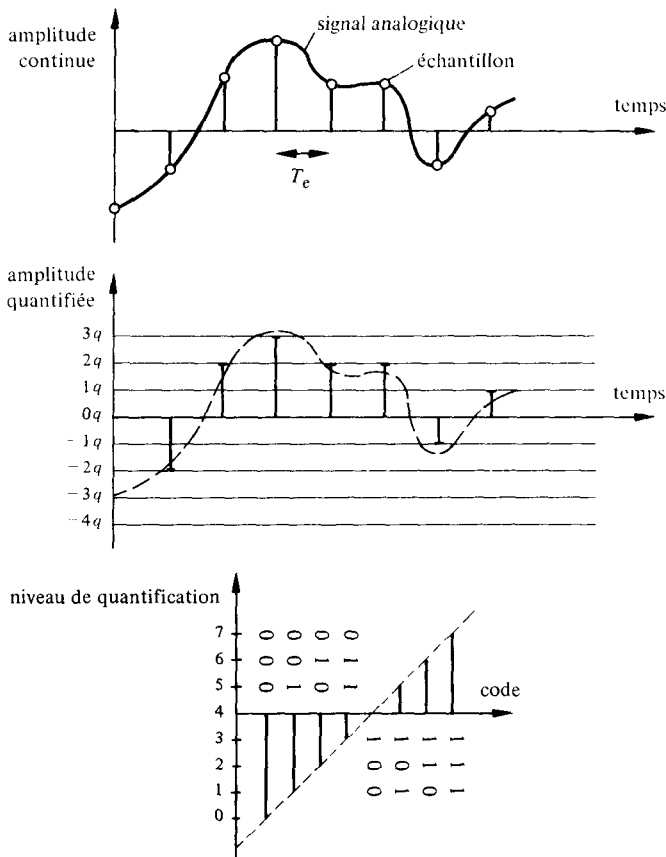


Fig. 4.11

4.1.19 Influence du bruit

Tout signal met en oeuvre une certaine énergie. Celle-ci est généralement très faible par rapport aux niveaux intervenant dans les applications énergétiques de l'électricité.

En raison de l'énergie propre des perturbations (bruit de fond dû à l'agitation thermique des électrons dans les conducteurs, etc.) toujours présentes dans les milieux où se propagent les signaux, un niveau minimum d'énergie est nécessaire pour qu'il soit possible de maintenir l'intelligibilité du message convoyé par le signal.

La quantité d'information que le signal peut effectivement transporter est ainsi une fonction du rapport entre la puissance du signal et la puissance du bruit (rapport signal-sur-bruit).

On montre que, sous certaines conditions, le débit maximum d'information transportable par un signal de puissance P_s et de largeur de bande B en présence d'un bruit de puissance P_n est exprimé, en bits par seconde (ou, plus exactement, en shannons par seconde: le shannon étant la quantité d'information transportée par chaque bit lorsque les états 0 et 1 sont équiprobables), par la *formule de Shannon*:

$$C = B \lg (P_s / P_n + 1) \quad (4.8)$$

Cette formule célèbre établit une liaison entre les concepts d'énergie et d'information.

4.1.20 Electromécanique et information

L'électromécanique assure de nombreuses fonctions de transformation de l'information convoyée par un signal électrique. Il s'agit essentiellement de matérialiser l'information (périphériques d'ordinateurs ou de systèmes de télécommunications, actionneurs, etc.). On peut citer par exemple :

- l'impression (télé-imprimeur, téléscripateur, etc.);
- le dessin (table traçante, enregistreur x-y);
- le réglage;
- la commande (ordres d'ouverture, de fermeture, etc.);
- l'affichage (déplacement d'aiguilles indicatrices, etc.).

Parmi toutes les solutions possibles pour réaliser ces fonctions, on peut citer le moteur pas-à-pas et le moteur à courant continu asservi (transducteurs électromécaniques, voir § 3.2.2).

4.2 ÉLECTRONIQUE

4.2.1 Définition de l'électronique

La Commission électrotechnique internationale définit l'*électronique* comme la partie de la science et de la technique qui étudie les phénomènes de conduction électrique dans le vide, dans les gaz ou dans les semiconducteurs et qui utilise les dispositifs basés sur ces phénomènes.

Plus généralement, on peut dire que l'électronique est l'ensemble des techniques qui utilisent les signaux électriques pour capter, transmettre et exploiter une information. Une exception à cette définition est l'électronique de puissance utilisée pour la conversion électrique-électrique de l'énergie (voir sect. 3.3 et vol. XV).

4.2.2 Champ d'application

Grâce aux dispositifs électroniques, les signaux porteurs d'informations peuvent être amplifiés, transformés, combinés, etc. L'électronique se présente comme un véritable outil au service du traitement (au sens large) de l'information.

Le tableau 4.12 donne la liste des principaux domaines d'application de l'électronique.

Tableau 4.12

Télécommunications :
• télégraphie, téléphonie, transmission de données
• radiodiffusion, télévision
• télémessure, télécommande
Systèmes de détection :
• radar, sonar, télédétection
Electro-acoustique :
• enregistrement et reproduction des sons
Traitement de l'information :
• ordinateurs, calculatrices, périphériques
Electronique industrielle :
• commandes et réglages automatiques
• installations de surveillance
Instrumentation de mesure :
• équipements industriels
• équipements scientifiques
Machines de bureau
Electronique biomédicale
Horlogerie électronique

En raison de sa souplesse de mise en oeuvre et de son efficacité, l'électronique s'est introduite aujourd'hui dans tous les domaines de la technique.

À côté de la production des composants électroniques, on distingue traditionnellement deux catégories de fabrications au sein de l'industrie électronique : les matériels de consommation destinés au grand public et les matériels professionnels.

La première catégorie comprend essentiellement les appareils récepteurs de radio-diffusion et de télévision, les appareils électro-acoustiques (électrophones, magnétophones, chaînes d'amplification), l'horlogerie domestique (montres, horloges, réveils électroniques), les calculatrices de poche et les ordinateurs domestiques.

La deuxième catégorie est constituée par des biens d'équipement exigeant une haute technicité et une grande fiabilité : aptitude au bon fonctionnement dans un environnement donné et pour une durée donnée. Elle comprend essentiellement les équipements professionnels de télécommunications et de traitement de l'information, les automatismes industriels, les instruments de mesure et de détection, l'électronique biomédicale.

4.2.3 Evolution et perspectives

L'histoire de l'électronique remonte à la découverte des premiers tubes à vide (chap. 12). Ces dispositifs ont tout d'abord servi avec succès à la génération, à l'amplification et

à la détection des signaux électriques utilisés en télécommunications. L'invention du transistor, au lendemain de la deuxième guerre mondiale, a constitué un énorme bond en avant et a permis l'extension de l'électronique à des domaines nouveaux. L'un des facteurs de cette évolution est la miniaturisation, accompagnée d'une baisse de consommation d'énergie. On sait en effet réaliser aujourd'hui des dispositifs électroniques complexes groupant plusieurs centaines de milliers de transistors sur une petite pastille de silicium de quelques millimètres carrés (microélectronique).

L'évolution récente de l'électronique est caractérisée par l'interpénétration des moyens technologiques spectaculaires de la microélectronique avec les méthodes informatiques de programmation. De ce mariage est né un dispositif nouveau : le microprocesseur (§ 4.4.8). Son influence sur les techniques de traitement numérique de l'information est considérable.

4.2.4 Définitions

Un *composant actif* est un dispositif qui permet d'agir sur un courant électrique, fourni par une source d'énergie auxiliaire, à l'aide d'un signal de commande.

Différents phénomènes physiques peuvent être mis à profit pour construire de tels dispositifs. Les principaux composants électroniques utilisent le principe de la conduction dans le vide ou dans les *semiconducteurs* (sect. II. 2.4) : classe particulière de matériaux dont la conductivité est située entre celle des métaux (bons conducteurs) et des isolants.

4.2.5 Principe de la conduction dans le vide. Définitions

La conduction dans le vide est basée sur l'*émission thermo-électronique* (sect. II.2.3) : sous l'influence de la chaleur, une partie des électrons d'une électrode métallique, nommée *cathode*, peuvent acquérir assez d'énergie pour en franchir la surface.

En l'absence de champ électrique extérieur, ces électrons sont retenus par l'attraction électrostatique et forment un nuage électronique au voisinage de la cathode. En appliquant un champ électrique au moyen d'une plaque métallique, dénommée *anode*, placée au voisinage de la cathode chauffée et portée à un potentiel *positif* par rapport à cette dernière, on peut extraire les électrons libres et obtenir un courant de conduction. Le champ est dans ce cas, d'après (2.11), orienté de l'anode à la cathode, sauf au voisinage immédiat de cette dernière où le nuage d'électrons émis crée une charge d'espace négative. Ce champ exerce sur les électrons libérés (de charge $-e$) une force qui vaut, d'après la relation (2.9) :

$$F = -eE \quad (4.9)$$

Cette force, de sens opposé au champ, attire les électrons dépassant la zone de charge d'espace vers l'anode.

4.2.6 Exemples de tubes à vide. Définitions

En plaçant dans une ampoule de verre, sous vide, une cathode chauffée par un filament à proximité d'une anode, on réalise une *diode à vide* (fig. 4.13).

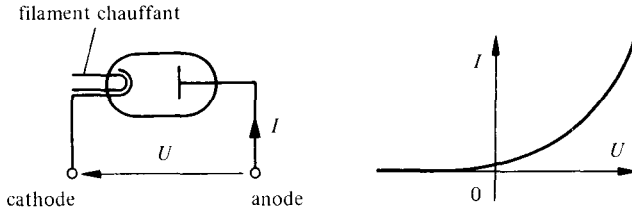


Fig. 4.13

Lorsque la tension U , appliquée entre l'anode et la cathode, est positive, le champ électrique créé attire les électrons émis par la cathode vers l'anode et le courant I croît rapidement avec la tension. Lorsque celle-ci est négative, le champ électrique s'inverse et tend à repousser les électrons vers la cathode : le courant est bloqué. La diode apparaît ainsi comme un dispositif à conduction unidirectionnelle.

On obtient une *triode* en ajoutant une *grille* de commande entre anode et cathode. Elle permet d'entraver ou de faciliter, selon la tension appliquée, le passage des électrons. On dispose ainsi d'un moyen de moduler le courant anodique en fonction d'un signal de commande de très faible puissance, d'où la possibilité d'amplifier de faibles signaux.

Ce tube à vide est à l'origine de toute une série d'autres tubes obtenus par l'adjonction de grilles supplémentaires (*tétrode*, *pentode*, etc.). Ces composants sont en voie de disparition en raison de leur remplacement progressif par les dispositifs à semiconducteurs qui ont un meilleur rendement énergétique (pas de courant de chauffage), des dimensions beaucoup plus faibles et une fiabilité bien supérieure.

La technologie des tubes conserve encore, toutefois, certains secteurs d'application privilégiés tels que l'affichage (tube cathodique), la prise de vue (tube vidicon, ...), les tubes d'émission de très forte puissance et hyperfréquences (klystrons, magnétrons, tubes à ondes progressives ; voir vol. XIII).

4.2.7 Principe de la conduction dans les semiconducteurs

Les matériaux semiconducteurs actuellement les plus utilisés sont le silicium (Si), qui a succédé au germanium (Ge), et l'arséniure de gallium (GaAs). On peut modifier considérablement les propriétés électriques de ces cristaux en introduisant par diffusion des traces d'autres substances (impuretés).

On peut donner une idée approximative du mécanisme de conduction dans les semiconducteurs (voir chap. II. 2 et VII. 1) en considérant le cas du silicium. C'est un élément tétravalent — la couche électronique externe de chaque atome contient quatre électrons — qui cristallise dans le système cubique : chaque atome est placé dans le réseau cristallin au centre d'un tétraèdre dont les sommets sont les quatre atomes voisins (fig. 4.14). Les quatre électrons de valence de chaque atome sont répartis dans les liens de valence unissant chaque atome à ses voisins. Ainsi, à une température voisine du zéro absolu, il ne reste aucun électron excédentaire qui pourrait contribuer à la conduction : le matériau est donc isolant. Lorsque la température s'élève, l'agitation thermique confère à certains électrons une énergie suffisante pour briser leur lien de valence et devenir des électrons libres dans le cristal. Le nombre de ces électrons croît exponentiellement avec la température, jusqu'à une température limite où l'on atteint un état de saturation.

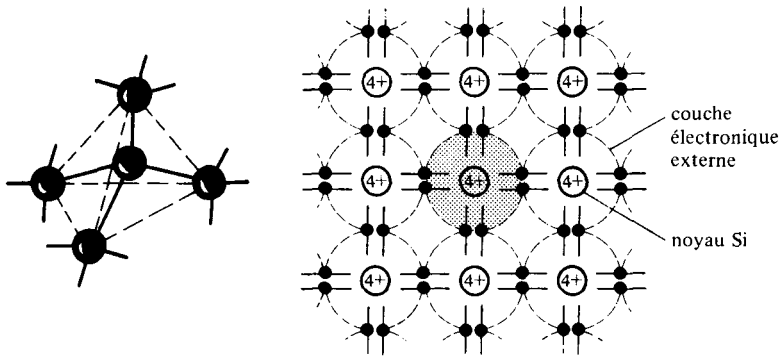


Fig. 4.14

L'électron libéré laisse dans la structure cristalline un lien de valence incomplet qui correspond à la création d'une charge positive de même valeur absolue. Ce déficit en électron a naturellement tendance à se combler par capture d'un électron libre provenant d'un atome voisin auquel, à son tour, il manquera un électron, et ainsi de suite. Ceci correspond au déplacement d'une charge positive fictive que l'on appelle un *trou*.

Aux mouvements désordonnés des charges libres dus à l'agitation thermique se superpose, en présence d'un champ électrique, un mouvement de dérive dans le sens opposé au champ pour les électrons, dans le même sens pour les trous : il en résulte un courant électrique traversant le solide.

Dans un semiconducteur intrinsèque, la conduction est assurée de façon égale par les électrons libres et par les trous. Cet équilibre est rompu si l'on introduit dans le cristal un petit nombre d'atomes étrangers possédant soit trois (par exemple indium), soit cinq (par exemple phosphore) électrons de valence (fig. 4.15). Dans le premier cas, il se forme des trous supplémentaires et le semiconducteur ainsi dopé est dit de type p (conduction positive majoritaire). Dans le second cas, il y a augmentation du nombre d'électrons libres, donnant lieu à un semiconducteur de type n (conduction négative majoritaire).

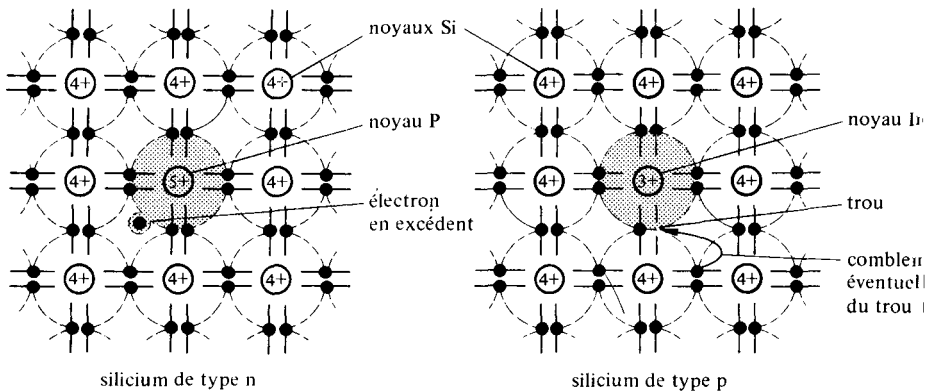


Fig. 4.15

4.2.8 Exemples de dispositifs à semiconducteurs. Définitions

Si l'on place en contact intime deux semiconducteurs, dont l'un est de type p et l'autre de type n, il se produit au voisinage de la jonction des phénomènes complexes (chap. VII.2) qui amènent à la création d'un champ électrique interne. Celui-ci est dirigé de la zone n à la zone p et s'oppose à une diffusion naturelle des trous de la zone p vers la zone n et des électrons libres dans le sens inverse. La jonction pn est à la base de la fabrication des *diodes à jonction* (chap. VII. 4) et des *transistors* (chap. VII.5).

Dans la diode à jonction (fig. 4.16), les zones p et n sont reliées à des connexions extérieures métalliques que l'on appelle également, par convention, anode et cathode, respectivement.

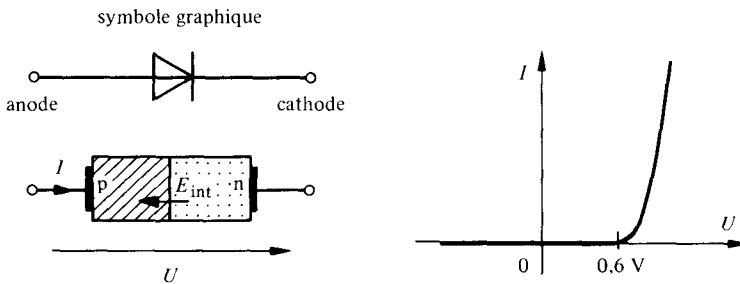


Fig. 4.16

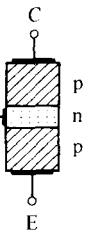
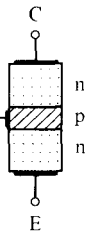
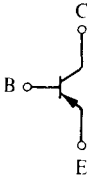
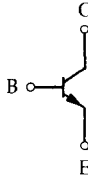
Si l'on applique une tension négative entre anode et cathode, on renforce le champ interne par un champ additionnel de même orientation et on observe que le courant I traversant la diode est quasiment nul (ceci est vrai tant que la tension n'a pas atteint une valeur limite, généralement assez élevée, au delà de laquelle il se produit un phénomène d'avalanche qui provoque une brusque augmentation du courant; chap. VII. 3). Par contre, lorsque la tension appliquée U est positive, le champ additionnel s'oppose au champ interne, et le courant I augmente rapidement (exponentiellement) avec la tension. On distingue conventionnellement un seuil de conduction – de l'ordre de 0,6 V pour le silicium – au delà duquel le courant devient perceptible à l'échelle des valeurs d'utilisation courantes.

On distingue plusieurs types de transistors : les transistors bipolaires (chap. VII. 5), les transistors à effet de champ à jonction (FET = Field Effect Transistor; chap. VII. 7) et les transistors à effet de champ MOS (Metal Oxyde Semiconductor; chap. VII. 8). Seule une brève description du transistor bipolaire sera donnée ici.

Un transistor bipolaire peut être représenté grossièrement comme une structure à trois couches dans laquelle une mince zone de semiconducteur dopé d'un type donné (p ou n) est prise en sandwich entre deux zones extérieures du type opposé (tab. 4.17). Chaque couche est connectée à une électrode. Les couches extérieures sont appelées l'*émetteur* (E) et le *collecteur* (C); la couche intermédiaire porte le nom de *base* (B).

La répartition naturelle des charges dans la structure peut être modifiée par l'application de tensions adéquates entre les électrodes. Si un champ électrique favorable est créé grâce à des différences de potentiel entre le collecteur et la base et entre la base et l'émetteur (positives pour un transistor npn, négatives pour un transistor pnp), les charges majoritaires présentes dans l'émetteur sont injectées dans la base qu'elles traversent pour la grande majorité d'entre elles, parvenant ainsi au collecteur. Une faible variation de la tension entre base et émetteur permet de moduler l'intensité de ce courant.

Tableau 4.17

	pnp	npn
structure		
symbole graphique		

4.2.9 Définitions : circuits discrets et circuits intégrés

Lorsque des composants électroniques sont assemblés individuellement avec des connexions extérieures à chaque composant, on parle de *circuit discret*.

Un *circuit intégré* (fig. 4.18) comporte un certain nombre de composants (transistors, diodes, résistances, condensateurs) réalisés conjointement sur une très petite plaquette de silicium et interconnectés entre eux par des zones métallisées pour réaliser la fonction désirée. Le processus de fabrication comprend une succession de diffusions sélectives d'impuretés faisant appel à des techniques de masquage par couche d'oxyde et d'attaque sélective par photogravure.

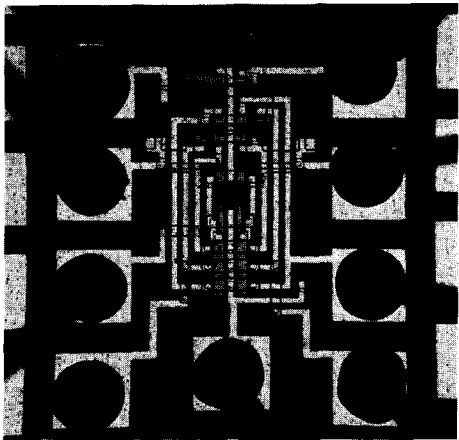


Fig. 4.18

Selon la complexité et le nombre de composants, on parle de circuit *standard*, à *moyenne échelle* ou à *large échelle*. Le circuit est généralement enrobé dans une matière plastique laissant traverser deux rangées de broches (fig. 4.19) destinées aux connections externes (montage sur un circuit imprimé). La fabrication des circuits intégrés (IC = integrated circuits) est un processus de fabrication de masse permettant des prix très bas pour les grandes séries.

La complexité des circuits intégrés est en continuelle augmentation. Ainsi, de 1959 à 1995, on passe d'un composant unique à un nombre de plusieurs millions, voire dizaines de millions, de composants intégrés sur un même circuit.

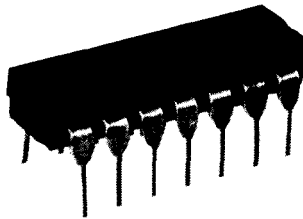


Fig. 4.19

4.2.10 Définition : circuit imprimé

La plupart des circuits électroniques sont assemblés sur des cartes de *circuit imprimé* (fig. 4.20). C'est une plaquette servant à la fois de support et d'interconnexion aux composants électroniques qui y sont montés et soudés. Les interconnexions sont obtenues par un procédé de photogravure de la feuille de cuivre qui recouvre initialement l'une ou les deux faces d'une plaque en matière isolante.

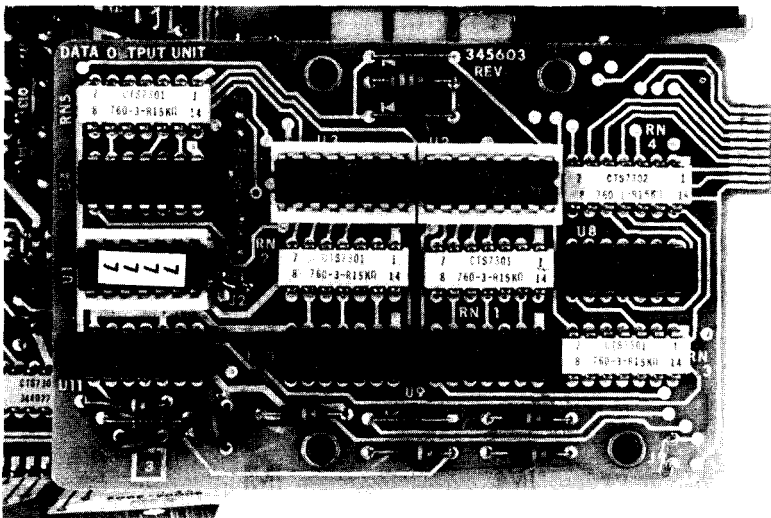


Fig. 4.20

Le circuit imprimé remplace le câblage des circuits électroniques et permet d'en réduire le coût et l'encombrement de manière appréciable. Il se prête à la fabrication en série de circuits identiques.

4.2.11 Définition : circuits analogiques

Les circuits électroniques, et en particulier les circuits intégrés, permettent de réaliser une grande variété de fonctions (vol. VIII). On distingue principalement :

- les circuits analogiques;
- les circuits logiques.

Les *circuits analogiques* sont ceux qui traitent des signaux de type analogique (§ 4.1.5). Les principales fonctions réalisées sont :

- l'amplification;
- le filtrage;
- la multiplication de deux signaux;
- la génération de signaux (oscillateurs);
- la modulation, la détection et le changement de fréquence;
- la stabilisation d'une tension continue.

4.2.12 Exemple : principe de l'amplification

On a montré aux paragraphes 4.2.6 et 4.2.8 comment un composant actif (transistor, triode, etc.) peut commander le passage d'un courant I en fonction d'une tension de commande U_1 qui lui est appliquée (fig. 4.21). Il y a amplification si les variations du courant à travers une résistance R placée dans le circuit de sortie (charge) engendrent une puissance plus grande que celle du signal de commande. On obtient un rapport d'amplification de tension

$$A_u = \frac{R \cdot \Delta I}{\Delta U_1} \quad (4.10)$$

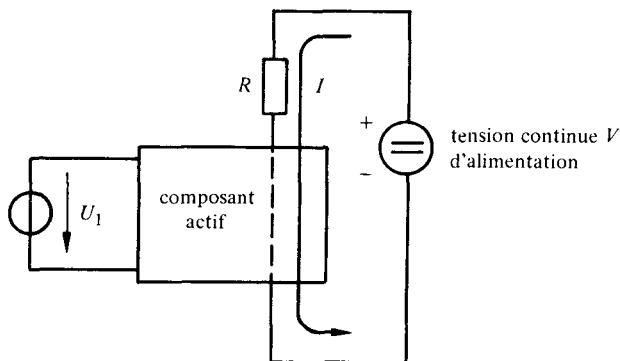


Fig. 4.21

La figure 4.22 indique le principe le plus fréquent de réalisation d'un étage amplificateur à transistor.

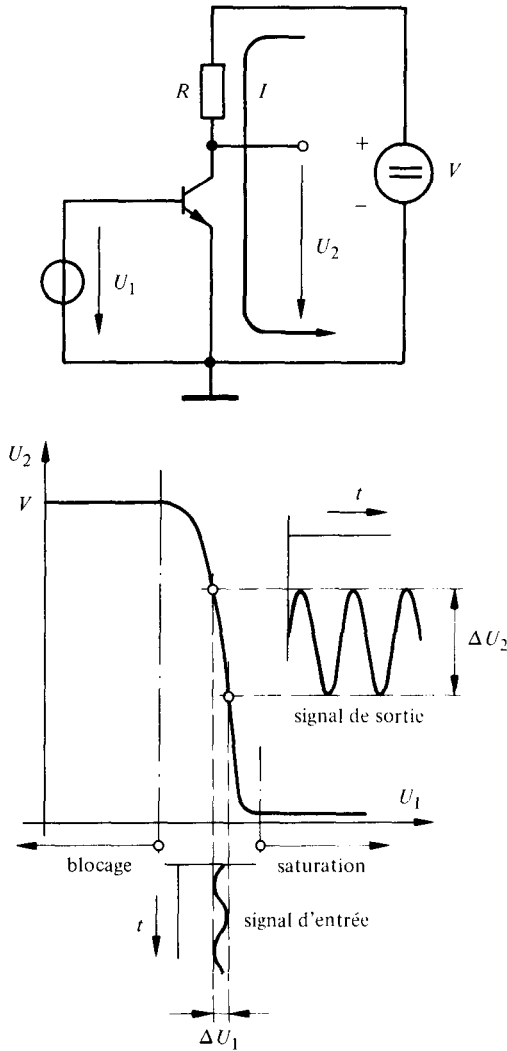


Fig. 4.22

4.2.13 Application : l'amplificateur opérationnel

C'est un amplificateur à plusieurs étages d'usage général (fig. 4.23), le plus souvent réalisé en circuit intégré, dont la tension de sortie U_2 dépend de la différence des tensions appliquées aux bornes d'entrée désignées par les signes (+) et (-):

$$U_2 = A_u(U_a - U_b) \quad (4.11)$$

Le rapport d'amplification de tension A_u est très élevé, par exemple de l'ordre de 10^4 à 10^5 . Il suffit donc d'une très faible tension d'entrée entre les bornes (+) et (-), quelques mV ou moins, pour engendrer une forte variation, par exemple une dizaine de volts, de la tension de sortie. L'amplificateur opérationnel est généralement utilisé en

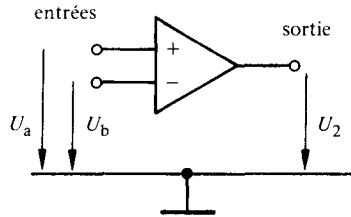


Fig. 4.23

association avec un circuit électrique qui confère à l'ensemble des propriétés particulières.

On réalise ainsi facilement, sur des signaux analogiques, des opérations mathématiques telles que : sommation, différence, intégration, dérivation. On utilise aussi fréquemment l'amplificateur opérationnel dans des fonctions de filtrage de signaux. On peut aussi réaliser des opérations non linéaires, telles que le redressement, ou logiques telles que la comparaison avec une valeur de référence.

Une calculatrice analogique est un dispositif qui, par l'interconnection de fonctions de ce genre, permet de simuler les équations d'un processus physique.

4.2.14 Application : l'oscillateur

Un oscillateur est un circuit électronique qui produit un signal périodique de fréquence donnée. Les oscillateurs sinusoïdaux sont largement utilisés dans l'instrumentation scientifique et les systèmes de télécommunications. Les oscillateurs à relaxation, qui exploitent les caractéristiques non linéaires de certains composants, produisent généralement des signaux périodiques non sinusoïdaux tels que des suites d'impulsions rectangulaires ou en dents de scie.

Le principe de fonctionnement de la plupart des oscillateurs est la rétroaction positive (fig. 4.24). Si une fraction kU_2 de la tension de sortie d'un amplificateur est réinjectée à l'entrée de manière à accroître la tension U_1 on obtient

$$U_2 = A_u (U_1 + kU_2) = \frac{A_u}{1 - kA_u} U_1 \quad (4.12)$$

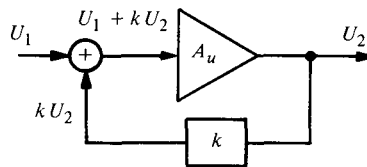


Fig. 4.24

En construisant le circuit de telle manière que $kA_u = 1$ pour une fréquence donnée (circuit sélectif), le nouveau rapport d'amplification $A_u/(1 - kA_u)$ entre U_2 et U_1 devient infini : un signal de sortie peut prendre naissance même en l'absence de signal d'entrée.

Dans les oscillateurs sinusoïdaux, on stabilise généralement l'amplitude des oscillations créées en s'arrangeant pour que le facteur de réaction k décroisse quand l'amplitude augmente. Il existe alors un état d'équilibre pour lequel le signal de sortie est une sinusoïde très pure.

4.2.15 Définition : circuits logiques

Les *circuits logiques* sont ceux qui travaillent avec des signaux binaires, caractérisés par deux états 0 et 1. Ces circuits réalisent une fonction *combinatoire* si l'état de sortie dépend de l'état d'entrée au même instant. Ils réalisent une fonction *séquentielle* si l'état de sortie dépend également des états d'entrée précédents, c'est-à-dire de l'histoire du système. Les principaux circuits logiques sont (vol. V et XI) :

- les opérateurs NON, ET, OU, NOR, NAND, OU-exclusif;
- les bascules bistables (flip-flops);
- les compteurs;
- les mémoires et les registres à décalage;
- les codeurs-décodeurs;
- les unités arithmétiques.

4.2.16 Exemple : circuit inverseur

Si, dans le circuit de la figure 4.22, la tension de commande $U_1 \cong 0$, le courant I est aussi nul. Le transistor est bloqué, c'est-à-dire qu'il se comporte comme un interrupteur ouvert (fig. 4.25). La tension de sortie U_2 est alors égale à la tension d'alimentation V .

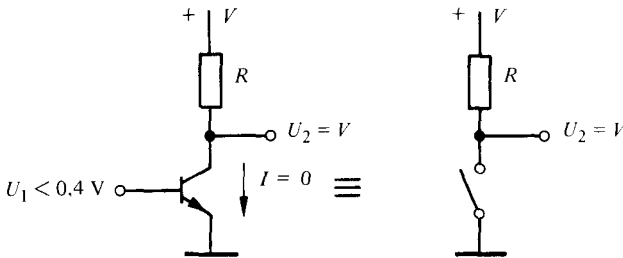


Fig. 4.25

Au contraire, si la tension U_1 est suffisamment élevée ($U_1 > 0,7 \text{ V}$), le courant est tel que la chute de tension RI est environ égale à V de sorte que $U_2 \cong 0$. Le transistor est saturé et se comporte maintenant comme un interrupteur fermé (fig. 4.26).

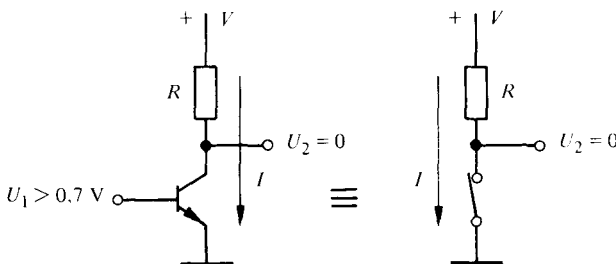


Fig. 4.26

A l'opposé du circuit amplificateur, un circuit logique utilise le transistor uniquement dans ses conditions de fonctionnement extrêmes de blocage et de saturation.

Si l'on associe, par convention, à un niveau bas de la tension ($U \leq 0,4 \text{ V}$) l'état lo-

gique 0 et à un niveau haut de la tension ($U \geq 0,7 \text{ V}$) l'état logique 1, on constate que lorsque la variable d'entrée est à l'état 1, la variable de sortie est à l'état 0, et inversement. Le circuit inverseur réalise la fonction logique NON; on dit que le modèle de ce circuit est un *système logique*: c'est l'opérateur NON.

La fonction NON peut aussi être réalisée en remplaçant le transistor par un relais électromécanique (chap. IX. 6).

4.2.17 Exemple : opérateur NON-OU (NOR)

La propriété d'interrupteur d'un transistor est exploitée pour réaliser d'autres fonctions logiques élémentaires. Si l'on assemble deux transistors en parallèle avec la même résistance de charge (fig. 4.27), on obtient un opérateur NON-OU (en anglais NOR). Il suffit que l'un ou l'autre des interrupteurs soit fermé pour que la tension de sortie U_2 soit approximativement nulle; elle est égale à V si ni l'un, ni l'autre des interrupteurs n'est fermé.

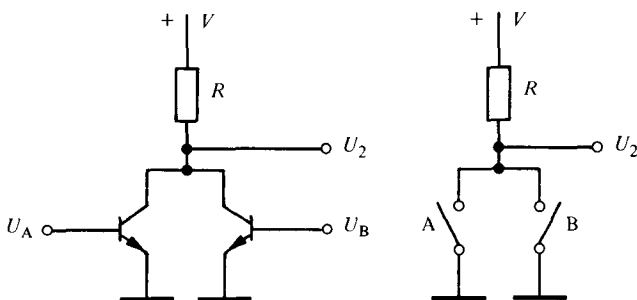


Fig. 4.27

4.3 TRANSMISSION DE L'INFORMATION

4.3.1 Définition des télécommunications

Le terme de *télécommunications* (vol. XVIII) englobe tout procédé de transmission d'informations à distance par des moyens électromagnétiques (signaux électriques).

Il couvre donc :

- les transmissions par lignes (fils, câbles, guides d'ondes, fibre optique, etc.);
- les transmissions radio-électriques (radiocommunications).

Les informations transmises sont de nature très diverse :

- textes (télégraphie, télex);
- sons (téléphonie et radiodiffusion);
- images (télévision et fac-simile);
- données (téléinformatique);
- mesures (radar, télémétrie);
- ordres (télécommande, radioguidage).

L'acheminement de l'information à travers un réseau implique des opérations de commutation et de signalisation.

4.3.2 Ondes électromagnétiques

La formule (2.45) indique qu'à tout courant électrique constant est associé un champ magnétique. Si l'intensité du courant varie avec le temps (charges en mouvement accéléré), le champ fait de même. Or, on observe qu'un champ magnétique variable donne naissance à un champ électrique (§ 2.4.18). Réciproquement, toute variation du champ électrique, qui correspond à un déplacement de charges, donne naissance à un champ magnétique.

Ces interactions sont décrites par les lois fondamentales de l'électromagnétisme établies par Maxwell (sect. III.1.2). Tout courant variable dans le temps est ainsi associé à un champ électromagnétique qui se propage sous la forme d'ondes.

Ce champ électromagnétique est une forme particulière de l'énergie qui possède plusieurs propriétés:

- il se répartit d'une manière continue dans l'espace;
- il se propage dans le vide à la vitesse c_0 de la lumière (qui est aussi une onde électromagnétique);
- il est capable d'agir sur les particules chargées et donc sur les courants électriques;
- pendant cette action, son énergie est transformée en un autre genre d'énergie (thermique, mécanique, etc.).

Les ondes qui se propagent à la surface de l'eau, les ondes acoustiques et les ondes électromagnétiques, malgré leurs natures différentes, ont des caractéristiques communes. Chaque catégorie d'onde constitue un moyen de transfert de l'énergie.

On appelle *longueur d'onde* λ la distance entre deux maxima successifs d'une onde variant de manière sinusoïdale. Pour une onde électromagnétique dans le vide de fréquence f :

$$\lambda = c_0 / f \quad (4.13)$$

avec $c_0 \cong 0,3 \cdot 10^9$ m/s.

La vitesse de propagation dans le vide est maximale et indépendante de la fréquence. Il n'en est pas toujours de même dans les autres milieux de propagation.

Les fréquences des ondes électromagnétiques utilisés pour le transport d'informations peuvent être réparties – de manière d'ailleurs assez arbitraire – en plusieurs bandes. On distingue conventionnellement

- les basses fréquences ($f < 1$ MHz);
- les hautes fréquences ($1 \text{ MHz} < f < 300 \text{ MHz}$);
- les hyperfréquences ($300 \text{ MHz} < f < 1 \text{ THz}$);
- les fréquences optiques.

Des désignations plus sélectives sont aussi utilisées.

4.3.3 Propagation sur lignes

En présence d'un conducteur, la propagation des ondes électromagnétiques est guidée à la manière des ondes acoustiques dans un tuyau sonore.

Il existe différents types de lignes:

- bifilaire: constituée par deux conducteurs filiformes;
- coaxiale: formée de deux conducteurs concentriques, l'un filiforme à l'intérieur,

l'autre tubulaire à l'extérieur (peut être considérée comme un cas particulier de ligne bifilaire);

- guide d'ondes: tuyau métallique utilisé aux hyperfréquences (ligne coaxiale dans laquelle le conducteur central est supprimé);
- fibre optique: fil mince de matériau diélectrique généralement en verre dans lequel la lumière se propage comme dans un guide d'ondes (réflexion sur les surfaces de séparation entre milieux différents).

L'interaction du champ électromagnétique avec les particules chargées se trouvant à l'intérieur des conducteurs et dans le matériau diélectrique d'isolation provoque des pertes (échauffement) qui dépendent de la nature de la ligne et de la fréquence du signal. Celui-ci subit donc un affaiblissement progressif en cours de propagation. Une ligne présente typiquement les caractéristiques d'un filtre passe-bas. Les lignes bifilaires sont en principe réservées à la transmission de signaux de basses fréquences, les câbles coaxiaux s'imposent pour les hautes fréquences.

L'affaiblissement A d'un signal est mesuré par le rapport de ses puissances initiale P_1 et finale P_2 . Par commodité, on exprime ce rapport sous forme logarithmique et on utilise comme unité le *décibel* (dixième partie d'un bel; abréviation dB):

$$A = 10 \log_{10} \frac{P_1}{P_2} \quad (4.14)$$

Ainsi 20 dB représentent un facteur d'affaiblissement de 100 (en puissance).

Pour contrecarrer cet affaiblissement dans les transmissions à grande distance, on insère périodiquement dans la ligne des amplificateurs électroniques (répéteurs).

La vitesse de propagation du signal est elle aussi influencée par les caractéristiques de la ligne. Sur certaines lignes, cette vitesse est, en basse fréquence notamment, plus faible que celle atteinte dans le vide. De plus, si toutes les composantes sinusoïdales d'un signal ne se propagent pas à la même vitesse, il en résulte une distorsion.

4.3.4 Propagation dans l'espace

Le principe d'une liaison faisant appel à la propagation des ondes dans l'espace est illustré par la figure 4.28. Le signal à transmettre est converti par l'émetteur, grâce à un oscillateur auxiliaire, en un signal de haute fréquence qui est à son tour transformé en une onde électromagnétique rayonnée par l'antenne d'émission. Cette conversion — appelée modulation — est nécessaire car, pour être efficace, une antenne doit avoir des dimensions qui soient au moins du même ordre de grandeur que le quart de la longueur d'onde.

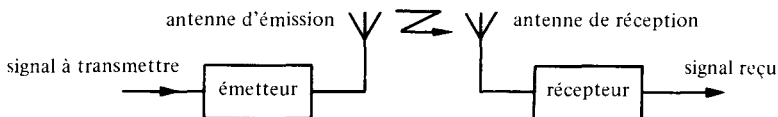


Fig. 4.28

Les variations du champ électromagnétique atteignant l'antenne de réception y induisent une tension qui est amplifiée et démodulée par le récepteur.

Pour une antenne rayonnant uniformément dans toutes les directions (isotrope) une

puissance transmise P_t , la densité de puissance mesurée à une distance r vaut

$$p_i = \frac{P_t}{4 \pi r^2} \quad \text{W/m}^2 \quad (4.15)$$

Les antennes réelles sont plus ou moins directives, selon leur géométrie. On appelle gain d'une antenne le rapport entre la puissance surfacique mesurée dans l'axe du maximum du rayonnement et celle donnée à la même distance r par (4.15). La directivité d'une antenne est la même à l'émission et à la réception (chap. III.7).

Dans l'espace vide, les ondes se propagent en ligne droite. L'orientation du champ électrique définit la polarisation de l'onde. L'onde est plane si le champ électrique varie dans un plan (fig. 4.29).

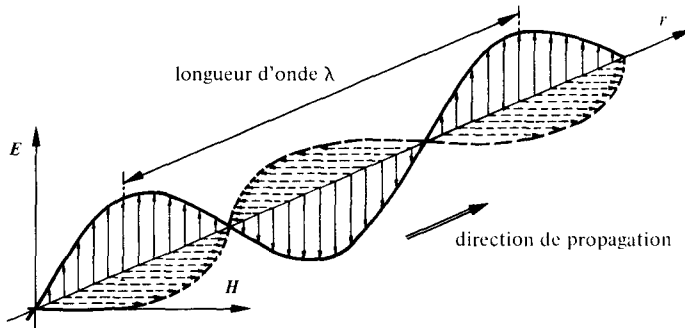


Fig. 4.29

Dans l'atmosphère, l'hétérogénéité du milieu donne lieu à des phénomènes de réfraction dans la basse atmosphère (troposphère) et de réflexion sur les couches ionisées de l'ionosphère. Ces phénomènes sont très dépendants de la fréquence et de variations quotidiennes.

Les ondes longues (150-285 kHz) et moyennes (525-1 605 kHz) utilisées pour les transmissions radiophoniques se propagent essentiellement selon des trajectoires courbes suivant la surface terrestre. Les ondes courtes (radio : 6-26 MHz, télégraphie intercontinentale : 1,6-30 MHz) se propagent au loin par réflexions multiples entre l'ionosphère et le sol. Les ondes ultra-courtes utilisées par la radio et la télévision ont des bandes comprises entre 30 MHz et 1 GHz. Elles ne sont plus réfléchies par l'ionosphère et exigent pratiquement la vue directe entre émetteur et récepteur.

En plus des installations de communications par lignes, les réseaux de télécommunications font également appel aux faisceaux hertziens. Ce sont des faisceaux d'ondes hyperfréquences (250 MHz-15 GHz) dirigées et très concentrées, utilisant des antennes très directives, qui exigent la vue directe entre émetteur et récepteur. Pour de longues liaisons ou en présence d'obstacles géographiques, on place des stations relais (p.ex. satellites synchrones, dont la période de révolution est égale à la période de rotation de la Terre, pour les communications intercontinentales).

4.3.5 Systèmes de télécommunications

Par système de télécommunications (fig. 4.30), on entend l'ensemble des moyens mis en oeuvre pour assurer l'acheminement d'un message entre deux points déterminés d'un réseau de télécommunications.

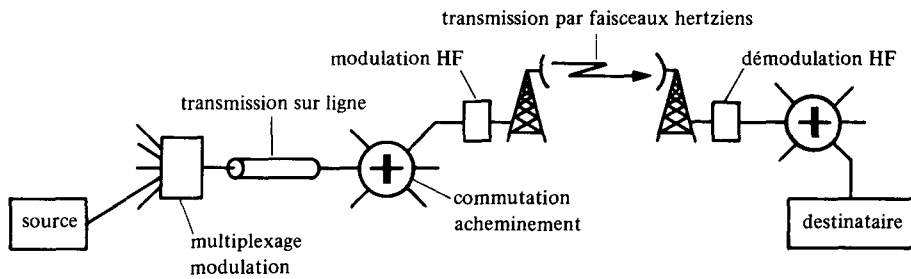


Fig. 4.30

Il existe plusieurs types de réseaux :

- de diffusion : une source et plusieurs destinataires (radiodiffusion par exemple) ;
- de collecte : plusieurs sources et un destinataire (télémessure par exemple) ;
- commuté : plusieurs sources et plusieurs destinataires — abonnés, généralement confondus — interconnectés deux à deux par des opérations de commutation (réseau téléphonique par exemple).

Parmi les moyens mis en oeuvre, on peut citer :

- les organes de traduction du message en signal électrique, et inversement (transducteurs électriques) ;
- les circuits électroniques de conditionnement du signal assurant la compatibilité de celui-ci avec le canal de transmission et permettant d'acheminer simultanément, par multiplexage, plusieurs messages sur le même canal (amplification, modulation, démodulation, filtrage, etc.) ;
- les équipements de sélection des artères de communication (centraux de commutation) ;
- les canaux de transmission (lignes, faisceaux hertziens, etc.).

4.3.6 Exemple : la téléphonie

Le réseau téléphonique est conçu pour transmettre la voix humaine d'une manière intelligible entre deux interlocuteurs. La largeur de bande du signal vocal est située dans une plage de fréquences allant de 100 Hz à environ 10 kHz. On constate toutefois que l'intelligibilité est encore satisfaisante si l'on se borne à transmettre la part du spectre comprise entre 300 et 3400 Hz (voie téléphonique normalisée).

Le signal vocal est donc traduit en signal électrique par un microphone, puis filtré avant d'être transmis. Le poste récepteur retransforme ce signal en vibrations acoustiques.

L'universalité du téléphone tient à la présence d'un réseau commuté qui couvre le monde entier. Chaque poste d'abonné est relié à un central téléphonique local par une ligne ne véhiculant généralement qu'une seule communication à la fois. Le central établit la liaison avec le destinataire en passant, au besoin, par d'autres centres de transit (centraux interurbains, internationaux, central local du destinataire). La commutation automatique, commandée par le numéro d'appel composé directement sur le poste du demandeur, a remplacé un peu partout l'ancienne commutation manuelle des lignes.

Sur les liaisons interurbaines et internationales, les lignes ou faisceaux hertziens sont

utilisés en multiplex. C'est-à-dire que plusieurs communications sont transmises simultanément grâce à des techniques appropriées de traitement des signaux.

L'importance du téléphone dans le monde moderne est illustrée par l'évolution du nombre de postes d'abonnés dans le monde (fig. 4.31).

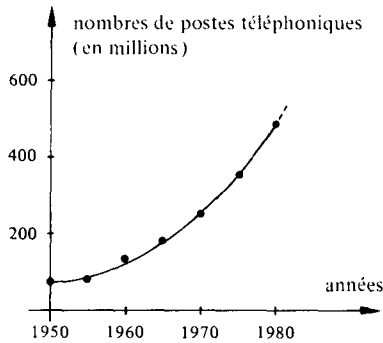


Fig. 4.31

4.3.7 Exemple : la télévision

La télévision offre un exemple d'un réseau de diffusion : un poste émetteur diffuse une information qui est captée par un grand nombre de postes récepteurs.

La caméra de télévision est dotée d'un tube d'analyse d'image fonctionnant selon le principe de balayage décrit au paragraphe 4.1.11. Ce tube assure à la fois la fonction d'enregistrement optique — en traduisant l'image optique en une image électrostatique — de traduction électrique et de transmission séquentielle : un mince faisceau d'électrons explore l'image électrostatique et produit un courant variable en fonction des charges élémentaires qu'il rencontre.

La transmission d'une image doit durer moins de un vingtième de seconde, temps d'inertie moyen de l'oeil humain. En Europe, cette cadence est fixée à 25 images par seconde. En fait, on utilise une transmission entrelacée pour diminuer la sensation de papillement : balayage de toutes les lignes impaires puis des lignes paires. La norme européenne est de 625 lignes par images, produisant un signal vidéo d'environ 5 MHz de largeur de bande. On forme finalement un signal composite en ajoutant au signal vidéo des impulsions de synchronisation du balayage.

Pour être transmis, un tel signal doit être transposé en haute fréquence par modulation, et multiplexé au signal acoustique, afin d'être compatible avec les conditions d'émission et de réception (dimensions des antennes, transmission simultanée de plusieurs programmes).

Le poste récepteur (fig. 4.32) effectue l'amplification sélective — par filtrage — du signal reçu, la séparation du signal son et du signal vidéo qui sont démodulés séparément, et l'extraction des informations de synchronisation. Le son est reproduit par un haut-parleur après amplification. L'information image est reconstruite par un tube cathodique fonctionnant selon un principe semblable à celui de l'oscilloscope décrit au paragraphe 10.2.5. Le signal vidéo, appliqué à la grille de commande du tube, détermine ainsi l'intensité du faisceau d'électrons émis et par voie de conséquence la luminosité des points de l'écran fluorescent frappés par ce faisceau.

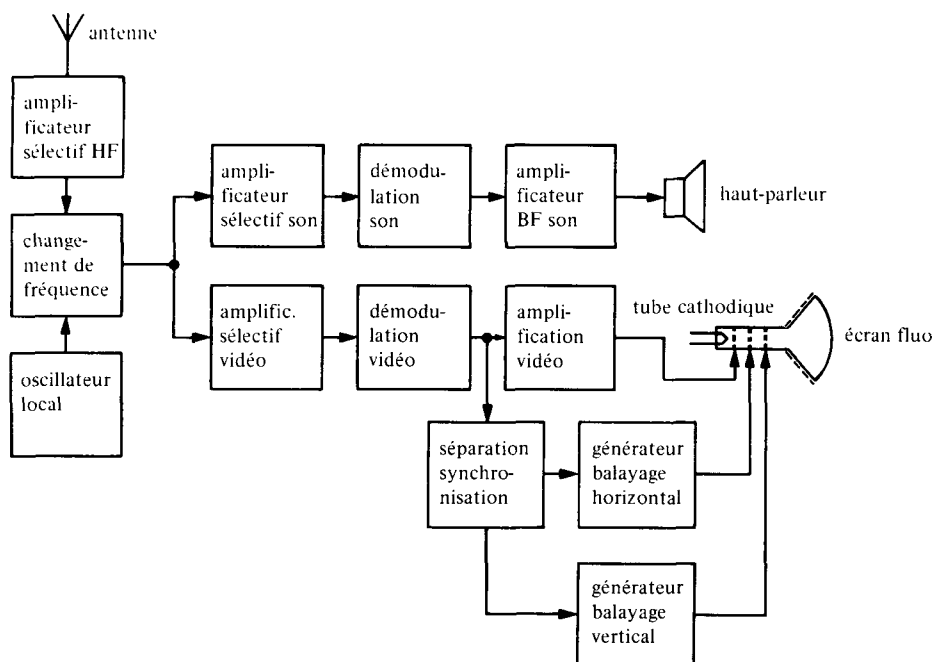


Fig. 4.32

Pour la télévision en couleurs, l'information image est analysée selon les trois couleurs fondamentales : rouge, verte et bleue. Le tube cathodique du récepteur comprend alors trois faisceaux d'électrons, modulés séparément, qui excitent sélectivement des points fluorescents de l'écran produisant une lumière rouge, verte ou bleue.

4.3.8 Exemple : le radar

Le terme *radar* est une contraction de l'expression anglaise "radio detection and ranging" qui signifie : détection et mesure de position d'objets.

Le radar s'apparente aux systèmes de télécommunications dans la mesure où il répond à la définition 4.3.1. Il se démarque toutefois des systèmes conventionnels de transmission d'informations, car le message à interpréter est ici contenu dans l'onde électromagnétique réfléchie (écho) par un obstacle illuminé par un faisceau dirigé (vol. XIII).

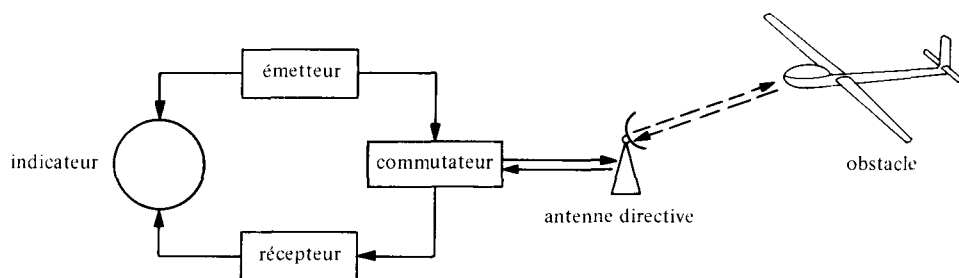


Fig. 4.33

Celui-ci balaye séquentiellement tout l'espace à explorer (radar de surveillance) ou suit l'objet en déplacement (radar de poursuite).

Le principe de fonctionnement d'un radar classique est illustré par la figure 4.33. Une antenne directionnelle unique est utilisée à la fois pour l'émission de l'onde d'exploration et pour la réception de l'éventuel écho. Un commutateur spécial est nécessaire pour assurer cette double fonction. L'émission consiste en une série d'impulsions très brèves d'un signal oscillant en hyperfréquence. La position de l'obstacle détecté est indiquée par l'orientation de l'antenne au moment de la perception d'un écho et par la distance de cet obstacle à l'antenne. Cette distance l est déterminée en mesurant le temps τ qui sépare l'impulsion émise de l'écho reçu. En tenant compte du double trajet effectué par l'onde électromagnétique et de sa vitesse de propagation c_0 , on a

$$l = \frac{1}{2} \tau c_0 \quad (4.16)$$

Ainsi, avec $c_0 \cong 0,3 \cdot 10^9$ m/s, une valeur de τ de $10 \mu\text{s}$ correspond à une distance l de 1500 m.

L'information de position est généralement affichée sur un écran indicateur panoramique, tube cathodique spécial dont le balayage est radial du centre vers le bord du tube (indication de la distance) et tourne lentement en synchronisme avec l'antenne du radar.

4.4 TRAITEMENT DE L'INFORMATION

4.4.1 Introduction

Toutes les applications de l'électronique ont pour objectif le traitement d'une information (sens large). On donne souvent à cette expression un sens restreint au seul traitement numérique de l'information, tel qu'il est effectué par les calculatrices électroniques et leur périphériques (informatique); c'est cet aspect des applications de l'électronique qui est brièvement présenté ci-après.

Ce domaine n'est pas directement relié aux principes fondamentaux de l'électricité et nécessite, pour être abordé en détail, l'étude de modèles plus généraux : systèmes logiques (vol. V), systèmes de numération et de programmation (vol. XIV).

4.4.2 Définition de l'informatique

L'*informatique* est la science du traitement rationnel de l'information. Traiter l'information, c'est recueillir les données d'un problème, les classer, les stocker, les analyser, les restituer à la demande pour en tirer les conclusions.

4.4.3 Définitions : calculatrices numériques

Une *calculatrice numérique* est un assemblage de circuits logiques (§ 4.2.15) réalisant des opérations logiques et arithmétiques. L'information, représentée sous forme binaire, comprend les *données* du problème et les *instructions* de travail. Un ensemble d'instructions est le *programme* qui dirige l'activité de la machine. Les calculatrices programmables par l'utilisateur sont généralement appelées, selon leur complexité, des *ordinateurs*, des *mini-ordinateurs* ou des *micro-ordinateurs*.

Les opérations effectuées par un ordinateur sont principalement :

- le transfert d'une information et la recherche d'une information déjà mémorisée,
- l'exécution des opérations arithmétiques fondamentales;
- l'exécution d'une séquence d'opérations;
- la modification de cette séquence en fonction de résultats intermédiaires (tests);
- la mémorisation des résultats pour un usage ultérieur.

4.4.4 Structure d'un ordinateur

Bien que la structure interne (architecture) puisse varier considérablement d'une machine à l'autre, tous les ordinateurs possèdent à peu près la même configuration générale (fig. 4.34).

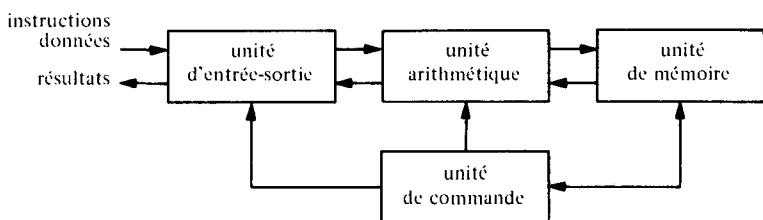


Fig. 4.34

L'unité d'entrée-sortie sert à la communication avec l'homme ou une autre machine. Elle permet l'introduction des instructions et des données ainsi que l'affichage et l'enregistrement des résultats. Ces tâches sont effectuées par différents organes périphériques : claviers, lecteurs-perforateurs de cartes ou de rubans de papier, imprimantes, enregistreurs magnétiques, écrans, etc...

L'unité de mémoire stocke l'ensemble des instructions et des données, de même que les résultats de calcul. Elle met les instructions à disposition de l'unité de commande, les données et les résultats intermédiaires à disposition de l'unité arithmétique. La position de chaque cellule de mémoire est identifiée par un numéro d'ordre appelé adresse.

L'unité arithmétique effectue les opérations de calcul à l'aide de circuits logiques : additionneurs, compteurs et mémoires temporaires (registres, accumulateur).

L'unité de commande dirige le déroulement des opérations en assurant la progression automatique du programme d'instructions introduit dans la mémoire.

4.4.5 Définitions : matériel et logiciel

L'équipement électronique et mécanique mis en oeuvre pour le traitement de l'information, ainsi que les organes périphériques, constituent le **matériel** (en anglais *hardware*).

Par opposition, on désigne sous le nom de **logiciel** (en anglais *software*) l'ensemble des programmes nécessaires à l'utilisation d'un système de traitement de l'information.

4.4.6 Définition : langages de programmation

Pour être interprétées par les circuits d'une calculatrice numérique, toutes les instructions doivent être codées sous forme binaire. L'ensemble de ces instructions codées

s'appelle le *langage machine* et varie d'une machine à l'autre. L'écriture directe d'un programme en langage machine est malcommode. Pour faciliter l'écriture ou la lecture d'un tel programme, on a développé des langages symboliques dans lesquels chaque instruction – ou ensemble d'instructions – est représentée par un groupe de lettres (mnémotique) rappelant sous forme abrégée la nature de l'opération. La transcription sous cette forme symbolique du langage machine est appelée *langage d'assemblage*. La traduction du langage d'assemblage en langage machine est effectuée par un programme dénommé *assembleur*.

Des langages symboliques évolués (Fortran, Pascal, C, ADA, etc.) ont été mis au point pour rendre l'écriture d'un programme plus concise et moins dépendante de la machine sur laquelle il sera exécuté. Une instruction du langage évolué représente généralement un ensemble d'instructions du langage machine (tab. 4.35). Le programme de traduction d'un langage évolué en langage machine est appelé *compilateur*.

Tableau 4.35

Langage machine						Langage d'assemblage	Langage évolué
0 001 010 111 110 111	}	MOV # 2,B		B = 2			
0 000 000 000 000 010							
0 000 000 001 000 001							
0 001 110 111 000 001	}	MOV B,R 1		A = B + 10			
0 000 000 001 000 001							
0 110 010 111 000 001	}	ADD #10.,R 1					
0 000 000 000 001 010							
0 001 000 001 110 111	}	MOV R 1,A					
0 000 000 001 000 000							

4.4.7 Technologie des mémoires électroniques

Les mémoires sont des dispositifs servant à enregistrer et à restituer une information codée sous forme binaire. Il existe différentes réalisations technologiques :

- mémoires magnétiques : tambour, disque et disquette, bande, cartes magnétiques;
- mémoires à semiconducteurs : circuits à transistors MOS ou bipolaires;
- mémoires optiques : disque compact.

Les mémoires magnétiques utilisent les propriétés des matériaux ferromagnétiques (§ 2.4.27) en faisant correspondre les deux états 0 et 1 d'une variable binaire aux deux états de saturation magnétique du cycle d'hystérèse.

Dans les mémoires à semiconducteurs, la variable logique correspond à l'état d'un circuit bistable (mémoire statique) ou à la charge d'un condensateur (mémoire dynamique). Dans ce dernier cas, un rafraîchissement périodique de l'information est nécessaire.

Dans les mémoires optiques, la présence ou l'absence de microcavités gravées à la surface d'un disque recouvert d'une couche de base réfléchissante traduit les 1 et 0 enregistrés en modifiant les conditions de réflexion d'un faisceau laser de lecture.

On distingue :

- les mémoires vives, à lecture et écriture, avec accès sélectif (en anglais: Random Access Memory = RAM) ou accès séquentiel (registres à décalage, bande);
- les mémoires mortes, à lecture seulement (en anglais: Read Only Memory = ROM).

4.4.8 Microprocesseur

Un microprocesseur est un dispositif qui regroupe sur un seul circuit intégré à large échelle (§ 4.2.9):

- une unité arithmétique;
- des registres de mémorisation temporaire;
- une unité de commande, qui dirige le transfert de l'information entre l'extérieur (mémoire, circuits d'interface entrée-sortie) et les registres, et entre les registres eux-mêmes. De plus, elle interprète les instructions et rythme la séquence d'opérations.

Un tel circuit intégré comprend plusieurs dizaines ou centaines de milliers, voire millions, de composants.

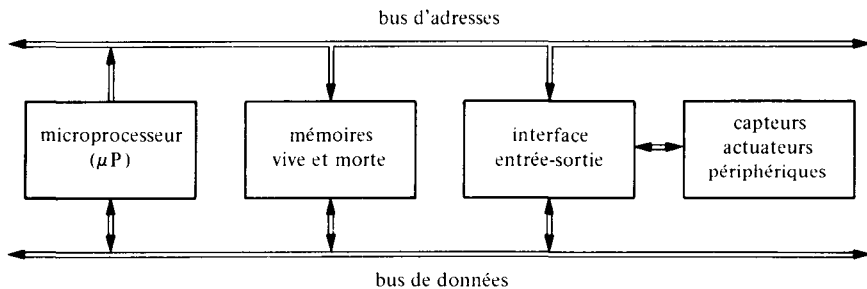


Fig. 4.36

Le schéma général d'un système à microprocesseur est représenté sur la figure 4.36. Les différents circuits sont interconnectés par des lignes (*bus*) assurant le transfert des informations. L'évolution de la technologie conduit à réaliser les circuits de mémoire et d'interface avec le microprocesseur sur le même circuit intégré.

Des versions spécialisées de microprocesseurs constituent le coeur des calculatrices de poche et des montres électroniques multifonctionnelles.

4.5 SYSTÈMES AUTOMATIQUES

4.5.1 Définition de l'automatique

Le but de l'*automatique* est le développement d'outils et de systèmes capables de se gérer sans intervention humaine.

Cette gestion implique l'interprétation d'informations en vue d'agir (sur une machine, un processus de fabrication, etc.) afin d'obtenir un résultat prescrit.

On distingue deux aspects de ce domaine :

- la commande automatique : exécution, sous commande d'un programme, d'une séquence pré-établie de phases distinctes d'activité (par exemple : machine-outil à commande numérique);

- le réglage automatique : contrôle du fonctionnement avec maintien des valeurs de consigne par autocorrection permanente des écarts de fonctionnement (système asservi).

Le premier aspect conduit à des systèmes en boucle ouverte dans lequel l'action est indépendante du résultat. L'influence du résultat sur l'action est réalisée en réglage automatique grâce à des systèmes en boucle fermée basés sur le principe de la *contre-réaction*.

4.5.2 Principe de la contre-réaction

Si l'on modifie légèrement le schéma de la figure 4.24 en soustrayant – au lieu d'additionner – à l'entrée d'un amplificateur une fraction kU_2 de la tension de sortie, on obtient une rétroaction négative appelée contre-réaction (fig. 4.37). Le nouveau rapport d'amplification de tension

$$U_2 / U_1 = \frac{A_u}{1 + k A_u} \quad (4.17)$$

est inférieur à A_u pour $kA_u > 0$. Lorsque $kA_u \gg 1$, ce rapport devient pratiquement égal à k^{-1} . Il est ainsi indépendant des fluctuations de A_u . Cette propriété est largement employée pour améliorer les caractéristiques des amplificateurs électroniques (élargissement de la bande passante, diminution des distorsions, stabilisation de l'amplification).

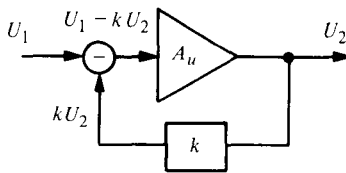


Fig. 4.37

4.5.3 Application au réglage automatique

La grandeur de sortie du système réglé, ou une fraction de celle-ci (grandeur de contre-réaction), est comparée à la grandeur désirée (valeur de consigne) et l'écart (erreur) enregistré est amplifié et utilisé de manière telle qu'il tende à s'annuler (fig. 4.38). Ce principe d'autocorrection est très fréquent dans les systèmes biologiques (par exemple sens de l'équilibre).

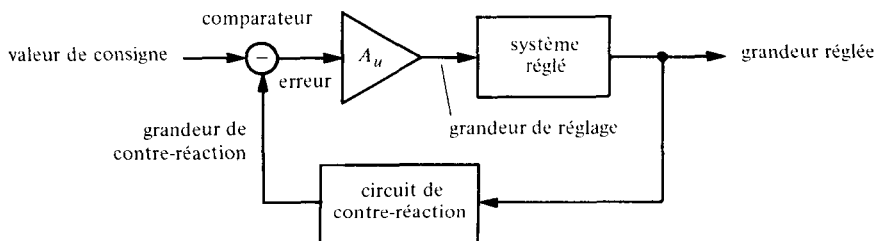


Fig. 4.38

Les figures 4.39 et 4.40 présentent deux exemples d'application du réglage automatique en électricité : le premier illustre le contrôle de position d'un moteur à courant continu, le second indique le principe de fonctionnement d'une source de tension stabilisée.

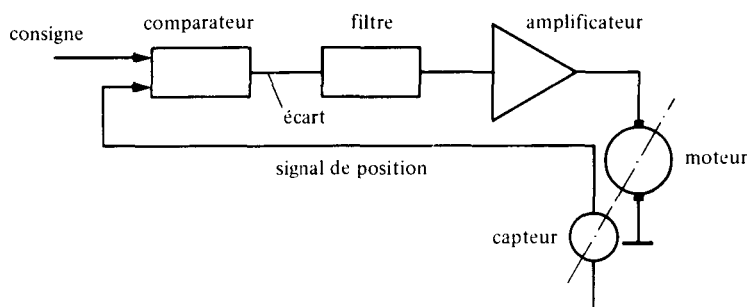


Fig. 4.39

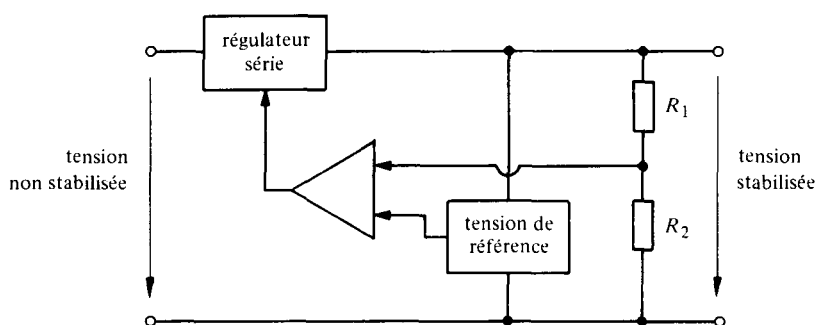


Fig. 4.40

4.5.4 Problème de stabilité

Le problème fondamental du réglage automatique est l'obtention de la précision de réglage désirée tout en assurant à l'ensemble une stabilité adéquate. Sous certaines conditions, en effet, les systèmes en boucle fermée sont susceptibles de se transformer en systèmes à réaction. Il en résulte une instabilité qui conduit le système à osciller (§ 4.2.14) ou à dériver vers un état limite (saturation).

4.5.5 Rôle de l'électricité

Les systèmes de réglage automatique ne font pas toujours appel aux techniques électriques. On trouve aussi des dispositifs fonctionnant sur des principes mécaniques, pneumatiques, hydrauliques, thermiques, etc. Toutefois, en raison de la prédominance incontestée des moyens électroniques de traitement des signaux et de l'information en général, le réglage automatique de machines ou de processus est devenu l'un des domaines d'application privilégiés de l'électricité, et en particulier de ce que l'on appelle l'électronique industrielle (vol. XVI).

L'apparition des microprocesseurs permet désormais la commande ou la surveillance de processus industriels à l'aide d'équipements de faible volume et de coût peu élevé.

PRINCIPAUX ÉLÉMENTS DE CIRCUIT

5.1 NOTION DE MODÈLE D'UN CIRCUIT ÉLECTRIQUE

5.1.1 Modèle de Kirchhoff

Parmi la hiérarchie des modèles de dispositifs électriques mentionnés dans l'introduction, celui qui découle des lois de Kirchhoff (§ 2.3.11 et 2.3.12) présente l'avantage de n'exiger — pour être abordé à un niveau élémentaire — qu'un bagage mathématique modeste.

Il s'applique au cas de circuits dont la configuration ne change pas et dans lesquels les temps de propagation des phénomènes électriques sont négligeables.

Le présent chapitre et les quatre suivants sont consacrés à la présentation des méthodes élémentaires de calcul de circuits utilisées lorsque ce modèle est applicable. Cette théorie est développée dans le volume IV.

5.1.2 Définition : schéma équivalent d'un composant électrique

Un circuit électrique réel est formé par l'interconnexion de *composants* électriques. Ce sont des dispositifs de nature variée dont le comportement physique peut être assez complexe. On trouvera au chapitre 11 quelques indications relatives à l'influence de la technologie de fabrication sur les caractéristiques de certains composants.

Le modèle mathématique d'un composant électrique est obtenu en établissant un *schéma équivalent* constitué d'un ou plusieurs *éléments* idéaux. Ce modèle est d'autant meilleur que son comportement théorique se rapproche du comportement physique du composant, tel qu'on peut le déterminer expérimentalement. La validité d'un schéma équivalent est généralement limitée à un certain domaine de fonctionnement du composant (limites d'amplitudes et de fréquences des excitations, limites de température, etc).

Le modèle mathématique d'un circuit électrique est ainsi construit en remplaçant chaque composant par son schéma équivalent. Le résultat obtenu est un *réseau* interconnecté d'éléments.

5.1.3 Définitions

Les éléments de circuit électrique se présentent sous la forme de *bipôles*, de *tripôles* ou de *quadripôles*, selon qu'ils possèdent respectivement deux, trois ou quatre *bornes* (organes de connexion).

Le comportement d'un élément est entièrement décrit par les relations courant-tension à ses bornes.

On distingue essentiellement deux types d'éléments : les *éléments actifs* et les *éléments passifs*. Les éléments actifs sont les fournisseurs d'énergie électrique (sources). Les éléments passifs décrivent des phénomènes physiques tels que la dissipation de l'énergie électrique (résistance) ou l'accumulation d'énergie dans un champ électrique (capacité) ou dans un champ magnétique (inductance).

5.2 SOURCES DE TENSION ET DE COURANT

5.2.1 Modèle d'un générateur

L'apport d'énergie électrique dans un circuit est dû à des générateurs produisant une tension ou un courant continu ou variable dans le temps (pile, accumulateur, générateur alternatif, oscillateur, cellule photoélectrique, capteur, etc). La caractéristique principale de la plupart de ces dispositifs est d'imposer, en fonctionnement normal, une grandeur dépendant peu de la puissance délivrée.

Le modèle idéalisé d'un générateur est un élément appelé source de tension ou de courant. Un modèle plus réaliste est développé à la section 6.7.

5.2.2 Définition : source de tension

Une *source (idéale) de tension* est un bipôle actif qui présente à ses bornes une tension u indépendante du courant i débité (fig. 5.1).

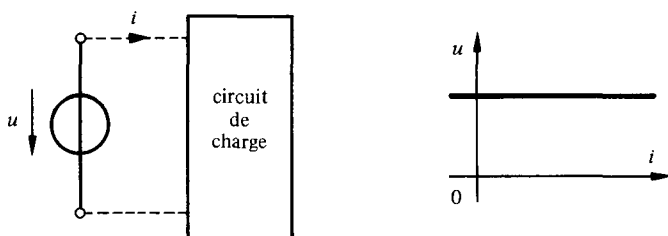


Fig. 5.1

5.2.3 Définition : source de courant

Une *source (idéale) de courant* est un bipôle actif débitant un courant électrique i indépendant de la tension u apparaissant à ses bornes (fig. 5.2).

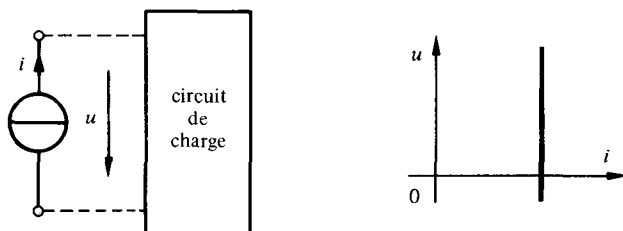


Fig. 5.2

5.2.4 Commentaires

Un cas particulier de source de tension est le court-circuit (ou interrupteur fermé) qui correspond à une source de tension nulle.

Un cas particulier de source de courant est le circuit ouvert (ou interrupteur ouvert) qui correspond à une source de courant nul.

Le courant débité par une source de tension et la tension apparaissant aux bornes d'une source de courant dépendent de la valeur de la grandeur imposée et de la nature du circuit de charge.

5.2.5 Terminologie

Lorsque la grandeur imposée est constante, on parle de source continue. Si elle varie sinusoïdalement en fonction du temps, on parle de source sinusoïdale (parfois abusivement appelée alternative).

5.2.6 Définitions : sources indépendantes et sources commandées

La théorie des circuits distingue deux catégories de sources :

- les *sources indépendantes*, qui fournissent au circuit de l'énergie électrique en imposant, soit une tension, soit un courant, indépendamment des autres tensions ou courants existant dans le circuit;
- les *sources dépendantes ou commandées*, dont la tension ou le courant est fonction d'une grandeur (courant ou tension) du circuit. Les sources dépendantes sont indispensables, en particulier pour l'établissement des modèles de composants actifs, tels que tubes à vide, transistors, machines électriques.

Nous n'utiliserons, dans cet ouvrage, que le concept de source indépendante. Celui de source dépendante est introduit dans le volume IV de ce Traité.

5.3 RÉSISTANCE

5.3.1 Élément caractérisant les pertes Joule

La propriété électrique fondamentale d'un matériau conducteur est sa résistivité (§ 2.3.7). Elle provoque la transformation en chaleur (pertes Joule, cf. § 2.3.4) de l'énergie électrique fournie pour assurer le passage d'un courant. La puissance dissipée est proportionnelle au carré du courant. Le facteur de proportionnalité est appelé la résistance R du conducteur (§ 2.3.5).

On donne également, en français, le nom de résistance au composant électrique (sect. 11.2) basé sur cette propriété. La dénomination anglaise est *resistor*.

Le modèle idéalisé d'un tel composant est un élément répondant à la loi d'Ohm (2.31). On lui donne aussi le nom de résistance.

5.3.2 Définitions

L'élément *résistance* est un bipôle (fig. 5.3) pour lequel la relation entre tension et courant est du type

$$u(t) = R i(t) \quad (5.1)$$

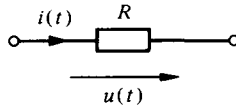


Fig. 5.3

où $u(t)$ est la valeur instantanée de la tension aux bornes de l'élément et $i(t)$ la valeur instantanée du courant traversant l'élément.

On peut, de manière similaire, obtenir l'expression du courant en fonction de la tension en introduisant la notion de *conductance* G :

$$i(t) = G u(t) \quad (5.2)$$

avec

$$G = \frac{1}{R} \quad (5.3)$$

Rappelons que l'unité de mesure de la résistance est l'ohm (Ω) ; l'unité de mesure de la conductance est le siemens (S).

5.3.3 Définition : résistance linéaire

Si le facteur R (ou G) est constant quel que soit la tension $u(t)$ ou le courant $i(t)$, la *résistance* (ou la *conductance*) est dite *linéaire*. La relation (5.1) peut alors être représentée graphiquement (fig. 5.4) par une droite de pente R , passant par l'origine, dans un diagramme $u = f(i)$.

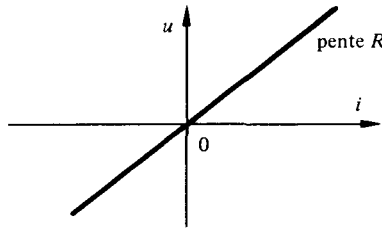


Fig. 5.4

5.3.4 Commentaire

Pour une résistance linéaire, le courant traversant l'élément est toujours *proportionnel* à la tension aux bornes, et inversement.

Par exemple (fig. 5.5), si $u(t) = \hat{U} \sin \omega t$, avec $\omega = 2\pi/T$, on obtient $i(t) = \hat{I} \sin \omega t$ avec $\hat{I} = \hat{U}/R = G \hat{U}$.

5.3.5 Définition : puissance instantanée

La *puissance instantanée* fournie à un bipôle est le produit des valeurs instantanées de la tension à ses bornes et du courant qui le traverse (cf. § 2.3.3) :

$$p(t) = u(t) \cdot i(t) \quad (5.4)$$

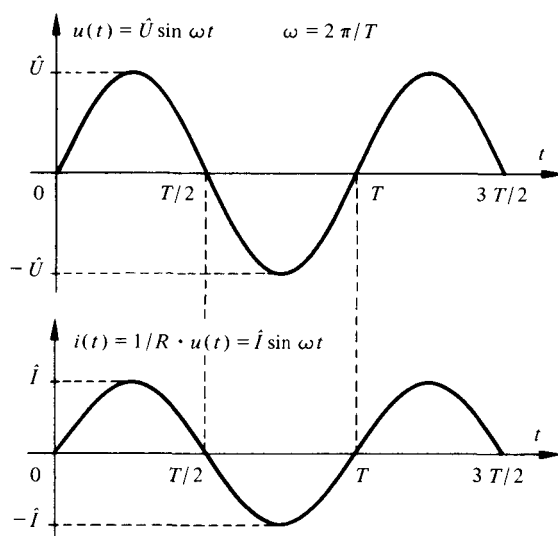


Fig. 5.5

En combinant les équations (5.1), (5.3) et (5.4), on obtient *pour une résistance* :

$$p_R(t) = R i^2(t) = \frac{1}{R} u^2(t) = G u^2(t) \quad (5.5)$$

5.3.6 Exemples

Si la tension appliquée à une résistance linéaire est une constante U , alors, $i(t) = I = U/R$ et $p_R(t) = P = RI^2 = U^2/R$. La puissance se mesure en watts (W).

En régime sinusoïdal, si $u(t) = \hat{U} \sin \omega t$, on obtient $p_R(t) = (\hat{U}^2/R) \sin^2 \omega t = (\hat{U}^2/2R) [1 - \cos(2\omega t)]$. La fonction $p_R(t)$ est représentée sur la figure 5.6. La valeur moyenne de cette fonction représente la *puissance moyenne* P absorbée par la résistance.

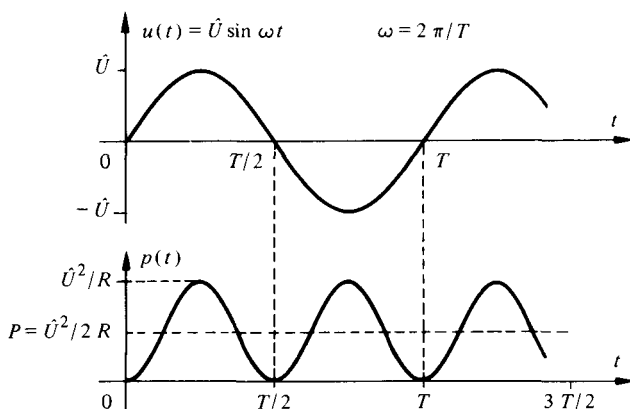


Fig. 5.6

5.3.7 Energie dissipée

L'énergie électrique fournie à une résistance pendant une durée t est dissipée sous forme de chaleur. Elle se mesure en joules (J). Sa valeur instantanée est obtenue en intégrant la puissance instantanée (5.5) sur la durée t :

$$w_R(t) = R \int_0^t i^2(t') dt' = \frac{1}{R} \int_0^t u^2(t') dt' \quad (5.6)$$

5.3.8 Exemples

En régime d'excitation continue, $i(t) = I$ et $u(t) = U$, d'où $w_R(t) = R I^2 t = (U^2/R)t$.

En régime sinusoïdal, avec $u(t) = \hat{U} \sin \omega t$, on obtient

$$w_R(t) = \frac{\hat{U}^2}{2R} \left[t - \frac{1}{2\omega} \sin(2\omega t) \right]$$

L'évolution de la dissipation d'énergie en fonction du temps t pour ces deux régimes est esquissée graphiquement sur la figure 5.7.

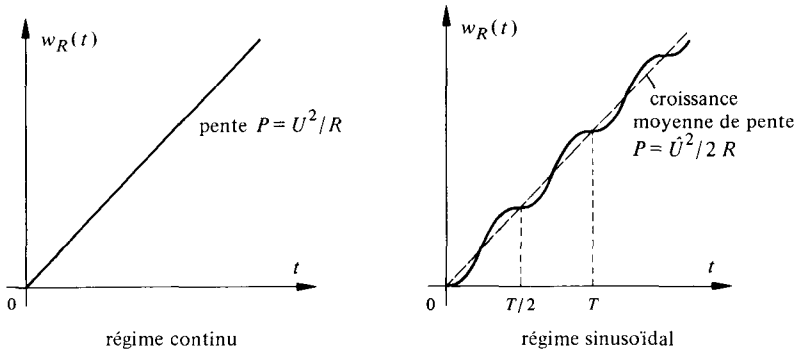


Fig. 5.7

5.3.9 Définition : résistance non linéaire

Si le facteur R de la relation (5.1) n'est pas une constante, mais dépend lui-même de la valeur du courant ou de la tension, la résistance est dite *non linéaire*. La représentation graphique de la fonction $u = f(i)$ n'est plus alors une droite (fig. 5.8).

5.3.10 Définitions : résistances statique et différentielle

Pour une résistance non linéaire, on peut définir deux grandeurs caractéristiques pour chaque couple de valeurs — ou *point de fonctionnement* — (U, I).

L'une est obtenue en effectuant le quotient de U par I . On appelle parfois ce quotient la *résistance statique* (ou en courant continu) de l'élément non linéaire au point de fonctionnement considéré. C'est la pente de la droite joignant, dans le diagramme $u = f(i)$, l'origine au point de coordonnées (U, I).

$$R_{\text{stat}} = U/I \quad (5.7)$$

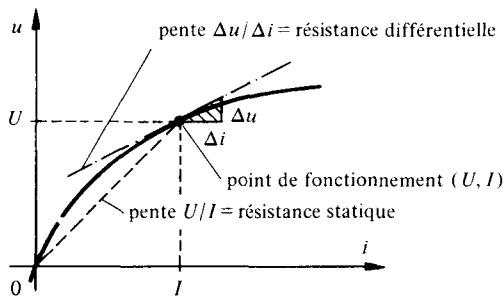


Fig. 5.8

L'autre est obtenue en déterminant la tangente à la courbe $u = f(i)$ au point (U, I) . Cette grandeur est appelée la *résistance différentielle* de l'élément au point de fonctionnement considéré. Cette résistance indique de quel incrément Δi le courant va changer pour une petite variation de tension Δu .

$$R_{\text{diff}} = du/di = \lim_{\Delta i \rightarrow 0} \Delta u / \Delta i \quad (5.8)$$

Dans le cas d'une résistance linéaire, la résistance statique et la résistance différentielle sont confondues.

5.3.11 Exemple : la diode

Une diode réelle est un composant à semiconducteurs (cf. § 4.2.8) ayant une caractéristique courant-tension non linéaire qui peut être approximativement décrite par la loi

$$i = I_s [\exp(u/V) - 1]$$

où I_s et V sont des grandeurs constantes (pour une température donnée)

Par dérivation, on obtient

$$\frac{di}{du} = I_s \exp(u/V) V^{-1} \cong i/V \quad \text{pour } u \gg V$$

La résistance différentielle au point de fonctionnement (U, I) est alors donnée pour $U \gg V$, par

$$R_{\text{diff}} = \frac{du}{di} \cong \frac{V}{I}$$

alors que la résistance statique pour le même point de fonctionnement vaut

$$R_{\text{stat}} = U/I$$

Si $V = 50$ mV et $I_s = 1$ nA (diode au silicium), on obtient pour une tension $U = 700$ mV : $I \cong I_s e^{14} = 1,2$ mA d'où $R_{\text{stat}} \cong 583 \, \Omega$ et $R_{\text{diff}} \cong 42 \, \Omega$.

5.4 CAPACITÉ

5.4.1 Élément caractérisant l'accumulation d'énergie dans un champ électrique

Entre deux surfaces conductrices voisines portées à des potentiels différents s'établit un champ électrique (§ 2.2.9) associé à la présence de charges. Ce phénomène traduit une accumulation locale d'énergie (§ 2.2.14) qui n'est pas dissipée en chaleur comme dans le cas de la résistance, mais peut, au contraire, être restituée.

Le composant électrique qui exploite cette propriété est le condensateur (voir § 2.2.18 et sect. 11.3).

Le modèle idéalisé d'un tel composant est un élément appelé *capacité*, traduisant la relation (2.21).

5.4.2 Définition

L'*élément capacité* est un bipôle (fig. 5.9) défini par la relation suivante entre la charge instantanée $q(t)$ et la tension instantanée $u(t)$:

$$q(t) = C u(t) \quad (5.9)$$

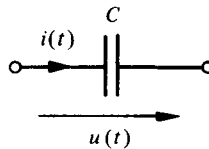


Fig. 5.9

Rappelons que la valeur C de la capacité se mesure en farad (F) et la charge électrique en coulomb (C). Le farad étant une unité très grande, on utilise généralement des unités plus petites, telles que le microfarad (μF), le nanofarad (nF) et le picofarad (pF).

5.4.3 Relation entre charge et courant

On sait (§ 2.3.1) que le courant électrique correspond à un débit de charges. Ainsi :

$$i(t) = \frac{dq}{dt} \quad (5.10)$$

Inversément, la charge $q(t)$ est l'intégrale de $-\infty$ au temps t du courant :

$$q(t) = \int_{-\infty}^t i(t') dt' = q(0) + \int_0^t i(t') dt' \quad (5.11)$$

où $q(0)$ est la charge initiale à l'instant $t = 0$.

5.4.4 Définition : capacité linéaire

La *capacité* est dite *linéaire* si le facteur C de l'équation (5.9) est constant. Dans ce cas, les relations instantanées $u = f(i)$ et $i = f(u)$ sont obtenues en combi-

nant (5.9) avec (5.10) ou (5.11) :

$$i(t) = C \frac{du}{dt} \quad (5.12)$$

et

$$u(t) = \frac{1}{C} \int_{-\infty}^t i(t') dt' = u(0) + \frac{1}{C} \int_0^t i(t') dt' \quad (5.13)$$

où $u(0)$ représente la valeur initiale de la tension aux bornes de la capacité au temps $t = 0$.

5.4.5 Exemple : comportement en régime continu

Puisque le courant traversant une capacité est proportionnel à la dérivée de la tension appliquée, $i(t) = 0$ lorsque $u(t)$ est une constante. **La capacité correspond donc à un circuit ouvert en régime continu.**

5.4.6 Exemple : comportement en régime sinusoïdal

En régime sinusoïdal (fig. 5.10) si $u(t) = \hat{U} \sin \omega t$ on obtient $i(t) = \hat{I} \cos \omega t = \hat{I} \sin(\omega t + \pi/2)$ avec $\hat{I} = \omega C \hat{U}$ et $\omega = 2\pi/T = 2\pi f$.

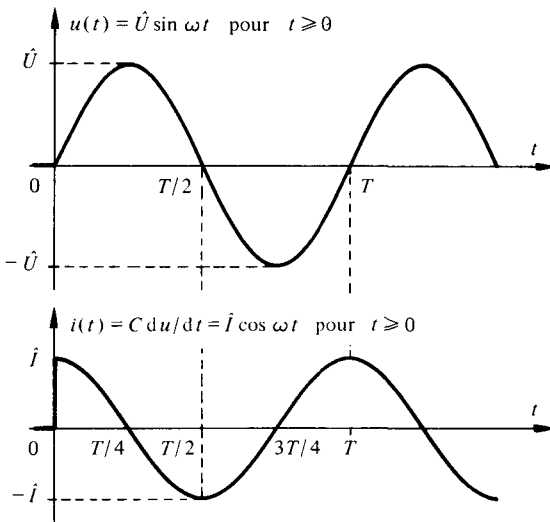


Fig. 5.10

On observe que le courant et la tension sont de même forme, mais déphasés l'un par rapport à l'autre d'un angle de 90° ; le courant est **en avance d'un quart de période** sur la tension.

Le comportement de la capacité en fonction de la fréquence f est mis en évidence par la relation $\hat{I} = \omega C \hat{U}$. Lorsque la fréquence tend vers zéro, l'amplitude $\hat{I}$ du courant tend aussi vers zéro pour toute valeur finie de la tension et la capacité tend à se comporter comme un circuit ouvert conformément au résultat énoncé au paragraphe pré-

cèdent. Par contre, lorsque la fréquence tend vers l'infini, c'est l'amplitude $\hat{U}$ de la tension qui tend vers zéro pour toute valeur finie du courant et la capacité tend à se comporter comme un court-circuit.

5.4.7 Inertie aux variations de tension

L'équation (5.13) indique que la tension aux bornes d'une capacité ne peut pas avoir de variations discontinues tant que le courant qui l'alimente reste fini. Une illustration en est donnée à la figure 5.11. On dit, de façon imagée, que la capacité présente une inertie aux variations de tension. En d'autres termes, *une capacité C s'oppose à tout saut de la tension à ses bornes*.

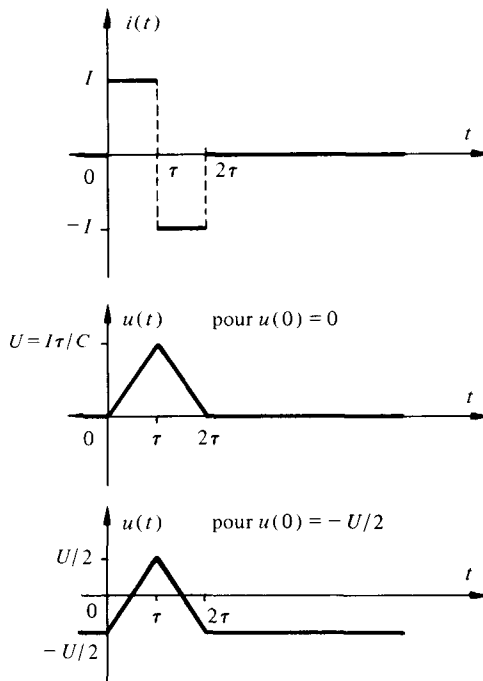


Fig. 5.11 Variation de la tension aux bornes d'une capacité C sous l'effet de sauts brusques du courant pour deux conditions initiales différentes.

5.4.8 Énergie accumulée sous forme électrostatique

La charge électrique accumulée par une capacité donne lieu à une énergie potentielle qui peut être restituée dans une phase de décharge. La capacité est donc un élément non dissipatif. La valeur instantanée de l'énergie accumulée par une capacité C linéaire s'obtient en intégrant la puissance instantanée (5.4) sur la durée t après introduction des relations (5.9), (5.10) ou (5.12) :

$$w_C(t) = \frac{1}{2} \frac{q^2(t)}{C} = \frac{1}{2} C u^2(t) \quad (5.14)$$

5.4.9 Exemples

Si une capacité $C = 1 \mu\text{F}$ est chargée sous une tension continue $U = 10 \text{ V}$, la charge accumulée vaut $Q = 10 \mu\text{C}$ et l'énergie totale emmagasinée vaut $W_C = 0,5 \cdot 10^{-4} \text{ J}$.

En régime sinusoïdal, avec $u(t) = \hat{U} \sin \omega t$, on obtient d'après (5.14) :

$$w_C(t) = \frac{C \hat{U}^2}{2} \sin^2 \omega t = \frac{C \hat{U}^2}{4} [1 - \cos(2\omega t)]$$

L'évolution de cette énergie en fonction du temps, qui se présente sous forme d'une succession de cycles de charge et de décharge, est représentée sur la figure 5.12.

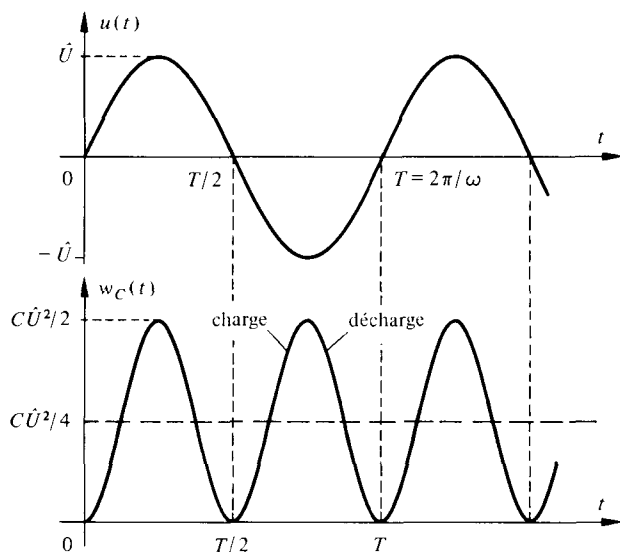


Fig. 5.12

5.4.10 Définition : capacité non linéaire

Si le facteur C de la relation (5.9) n'est pas une constante, mais dépend de la tension $u(t)$, la capacité est dite *non linéaire*. Un exemple de capacité non linéaire est donné au chapitre 11.

5.5 INDUCTANCE

5.5.1 Élément caractérisant l'accumulation d'énergie dans un champ magnétique

Le passage d'un courant dans un conducteur provoque l'apparition dans son voisinage d'un champ d'induction magnétique (§ 2.4.5) dont le flux Φ est défini par l'équation (2.50). Ce phénomène traduit une accumulation locale d'énergie qui, comme dans le cas de la capacité, n'est pas dissipée en chaleur mais peut être restituée.

Le composant électrique qui exploite cette propriété est la bobine d'inductance (voir § 2.4.16 et sect. 11.4) dans laquelle le conducteur forme N spires, parcourues par le même courant, produisant un flux total Φ_t (2.54).

Le modèle idéalisé d'un tel composant est un élément, appelé inductance, traduisant la relation (2.55).

5.5.2 Définition

L'élément *inductance* est un bipôle (fig. 5.13) défini par la relation suivante entre les valeurs instantanées du flux magnétique total $\Phi_t(t)$ et du courant $i(t)$:

$$\Phi_t(t) = L i(t) \quad (5.15)$$

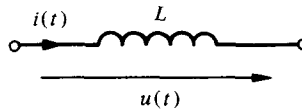


Fig. 5.13

Rappelons que la valeur L de l'inductance se mesure en henry (H) et le flux magnétique en weber (Wb). Le henry étant une unité très grande, on utilise généralement des unités plus petites, telles que le millihenry (mH), le microhenry (μ H) ou le nanohenry (nH).

5.5.3 Relation entre flux magnétique et tension

La tension aux bornes de l'élément inductance se déduit de (2.61) en ne considérant que le terme dû aux variations du flux total $\Phi_t = N\Phi$. Cette tension est égale à la dérivée du flux par rapport au temps (loi d'induction) :

$$u(t) = \frac{d\Phi_t}{dt} \quad (5.16)$$

Inversément, on a

$$\Phi_t(t) = \int_{-\infty}^t u(t') dt' \quad (5.17)$$

5.5.4 Définition : inductance linéaire

L'*inductance* est dite *linéaire* si le facteur L de l'équation (5.15) est constant. Dans ce cas, les relations instantanées $u = f(i)$ et $i = f(u)$ sont obtenues en combinant (5.15) avec (5.16) ou (5.17) :

$$u(t) = L \frac{di}{dt} \quad (5.18)$$

$$i(t) = \frac{1}{L} \int_{-\infty}^t u(t') dt' = i(0) + \frac{1}{L} \int_0^t u(t') dt' \quad (5.19)$$

où $i(0)$ représente la valeur initiale du courant dans l'inductance au temps $t = 0$.

5.5.5 Exemple : comportement en régime continu

Puisque la tension aux bornes d'une inductance est proportionnelle à la dérivée du courant, $u(t) = 0$ lorsque $i(t)$ est une constante. **L'inductance correspond donc à un court-circuit en régime continu.**

5.5.6 Exemple : comportement en régime sinusoïdal

En régime sinusoïdal, si $i(t) = \hat{I} \sin \omega t$ on obtient $u(t) = \hat{U} \cos \omega t = \hat{U} \sin(\omega t + \pi/2)$ avec $\hat{U} = \omega L \hat{I}$ et $\omega = 2\pi/T = 2\pi f$. La représentation graphique (fig. 5.14) est analogue à celle de la figure 5.10, mais ici les rôles de la tension et du courant sont intervertis.

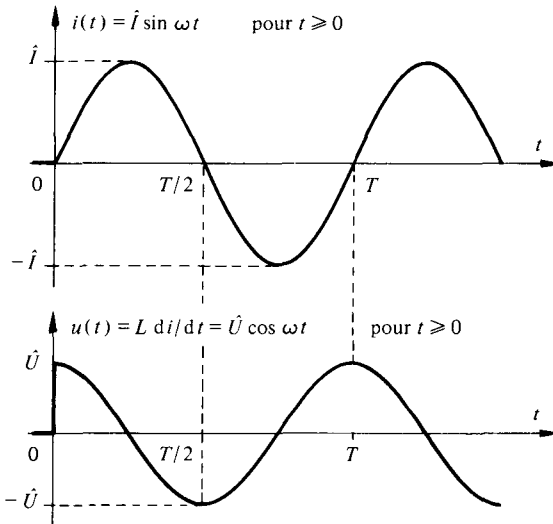


Fig. 5.14

On observe que le courant et la tension sont ici également de même forme et déphasés l'un par rapport à l'autre d'un angle de 90° . Par contre, le courant est cette fois *en retard d'un quart de période* sur la tension.

Le comportement de l'inductance avec la fréquence se déduit de la relation $\hat{U} = \omega L \hat{I}$. Lorsque la fréquence f tend vers zéro, l'amplitude $\hat{U}$ de la tension tend aussi vers zéro pour toute valeur finie du courant : l'inductance tend à se comporter comme un court-circuit. Au contraire, lorsque la fréquence tend vers l'infini, c'est l'amplitude $\hat{I}$ du courant qui tend vers zéro pour toute valeur finie de la tension : l'inductance tend dans ce cas à se comporter comme un circuit ouvert.

5.5.7 Inertie aux variations de courant

L'équation (5.19), illustrée par la figure 5.15, indique que le courant traversant une inductance ne peut pas avoir de variations discontinues tant que la tension aux bornes reste finie. On peut ainsi dire qu'*une inductance L s'oppose à tout saut du courant qui la traverse*.

5.5.8 Énergie accumulée sous forme électromagnétique

Au flux magnétique créé par le passage du courant dans l'inductance correspond une énergie dont la valeur instantanée est, pour une inductance linéaire, obtenue en intégrant la puissance instantanée (5.4) sur la durée t après introduction des relations

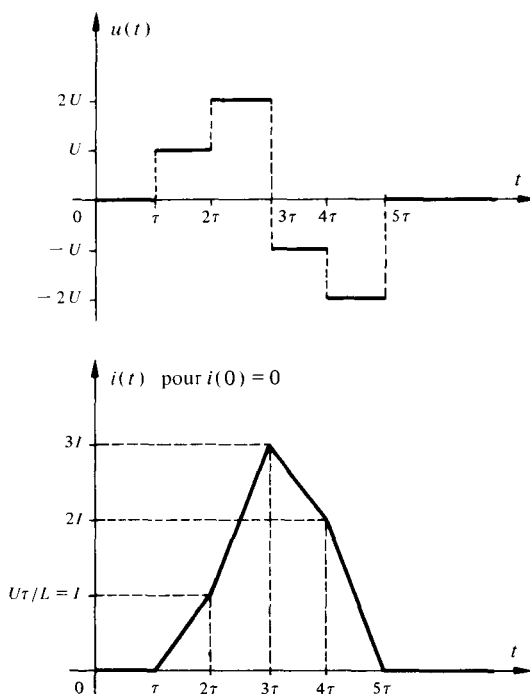


Fig. 5.15 Variation du courant traversant une inductance L sous l'effet de sauts brusques de la tension appliquée.

(5.15), (5.16) ou (5.18):

$$w_L(t) = \frac{1}{2} \frac{\Phi_t^2(t)}{L} = \frac{1}{2} L i^2(t) \quad (5.20)$$

Un exemple de l'évolution de cette énergie en fonction du temps, en régime sinusoïdal, est donné par la figure 5.12, à condition de remplacer C par L , $\hat{U}$ par $\hat{I}$ et $w_C(t)$ par $w_L(t)$.

Comme pour la capacité, l'énergie accumulée n'est pas dissipée sous forme thermique, mais peut être restituée. L'inductance est donc aussi un élément non dissipatif.

5.5.9 Définition : inductance non linéaire

Si le facteur L de la relation (5.15) n'est pas une constante, mais dépend du courant $i(t)$, l'inductance est dite *non linéaire*.

5.5.10 Tableau récapitulatif

Les principales relations en valeurs instantanées des éléments *linéaires* R , C et L sont regroupées dans le tableau 5.16.

Tableau 5.16

Élément	Résistance	Capacité	Inductance
définition	$R = \frac{1}{G} = \frac{u(t)}{i(t)}$	$C = \frac{q(t)}{u(t)}$	$L = \frac{\Phi(t)}{i(t)}$
$u(t)$	$R i(t)$	$\frac{1}{C} \int_{-\infty}^t i(t') dt'$	$\frac{d\Phi}{dt} = L \frac{di}{dt}$
$i(t)$	$G u(t)$	$\frac{dq}{dt} = C \frac{du}{dt}$	$\frac{1}{L} \int_{-\infty}^t u(t') dt'$
$p(t) = u(t) \cdot i(t)$	$R i^2(t) = G u^2(t)$	$C u \frac{du}{dt}$	$L i \frac{di}{dt}$
$w(t) = \int_0^t p(t') dt'$	$R \int_0^t i^2(t') dt'$	$\frac{1}{2} C u^2(t)$	$\frac{1}{2} L i^2(t)$

5.6 INDUCTANCE MUTUELLE

5.6.1 Élément traduisant un couplage magnétique

Lorsque deux circuits conducteurs sont traversés par un flux magnétique commun, il se produit un couplage magnétique traduisant un phénomène d'induction mutuelle (§ 2.4.18).

Le composant tirant parti de cette propriété est le transformateur (§ 3.3.2).

Le modèle idéalisé d'un tel composant est un élément appelé inductance mutuelle.

5.6.2 Définition

L'*inductance mutuelle* est un quadripôle (*biporte* : dont les pôles sont groupés deux à deux pour former deux *accès*) dont le symbole graphique est représenté sur la figure 5.17.

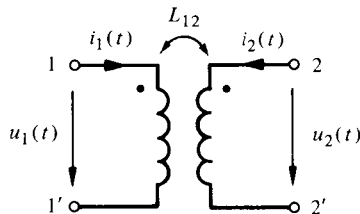


Fig. 5.17

Le comportement du quadripôle est décrit par le système d'équations suivant qui se déduit de (2.68) et (2.69) lorsque l'on ne considère que les termes dus aux

variations de flux :

$$\begin{aligned} u_1(t) &= L_1 \frac{di_1}{dt} + L_{12} \frac{di_2}{dt} \\ u_2(t) &= L_{12} \frac{di_1}{dt} + L_2 \frac{di_2}{dt} \end{aligned} \quad (5.21)$$

La valeur de l'inductance mutuelle L_{12} — parfois aussi dénotée par la lettre M — peut être positive ou négative selon que les flux créés respectivement par $i_1(t)$ et $i_2(t)$ sont de même sens ou de sens contraire.

Le courant $i_1(t)$ traversant le circuit primaire ($1-1'$) induit par couplage une tension $L_{12} di_1/dt$ dans le circuit secondaire ($2-2'$). Cette tension s'ajoute algébriquement à la tension induite dans L_2 par le courant $i_2(t)$. Réciproquement, $i_2(t)$ induit dans le circuit primaire une tension $L_{12} di_2/dt$ qui s'ajoute algébriquement à la tension $L_1 di_1/dt$.

On introduit conventionnellement dans le symbolisme graphique des points pour repérer les pôles qui présentent la même polarité instantanée (§ IV.1.4.8).

5.6.3 Définition : facteur de couplage

On appelle *facteur de couplage* la grandeur k définie par la relation

$$k = \sqrt{\frac{L_{12}^2}{L_1 L_2}} \quad (5.22)$$

On montre (§ IV.1.4.11) que le facteur de couplage est inférieur ou égal à l'unité. Pour $k = 1$, on parle de *couplage parfait*. Le transformateur idéal (§ 2.4.31) implique une telle condition de couplage.

5.7 EXERCICES

5.7.1 Une source de tension $u(t) = \hat{U} \sin \omega t$ alimente une résistance $R = 1 \text{ k}\Omega$. Déterminer l'expression du courant $i(t)$ débité par la source si $\hat{U} = 5 \text{ V}$. Comment varient $u(t)$ et $i(t)$ si l'on réduit la valeur de R à 200Ω ?

5.7.2 Une source de courant $i(t) = I = 3 \text{ A}$ alimente une résistance $R = 1 \text{ k}\Omega$. Déterminer la valeur de la tension $u(t)$ apparaissant aux bornes de la résistance. Comment varient $i(t)$ et $u(t)$ si l'on réduit la valeur de R à 200Ω ?

5.7.3 Une résistance $R = 470 \Omega$ est traversée par le courant $i(t)$ de la figure 5.18. Représenter les graphes de la tension $u(t)$ aux bornes de la résistance et de la puissance instantanée dissipée $p(t)$ en indiquant les valeurs maximales de la tension et de la puissance. Quelle est l'énergie dissipée au temps $t = 50 \mu\text{s}$?

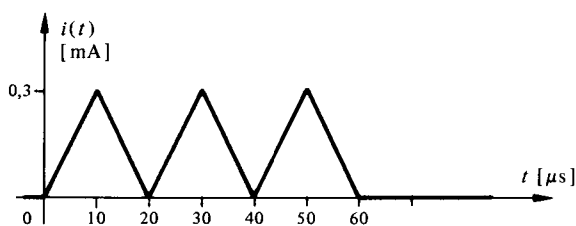


Fig. 5.18

5.7.4 La caractéristique $u = f(i)$ d'une résistance non linéaire est donnée par l'équation $u = ai + bi^2$ avec $a = 2 \, \Omega$ et $b = 7 \cdot 10^3 \, \text{V A}^{-2}$. Déterminer les valeurs des résistances statique et différentielle au point de fonctionnement correspondant à $i = 0,3 \, \text{mA}$. Représenter le graphe de la tension $u(t)$ obtenue si $i(t)$ est le courant de la figure 5.18.

5.7.5 La charge $q(t)$ de la figure 5.19 est celle d'une capacité $C = 33 \, \text{pF}$. Représenter le graphe du courant $i(t)$ traversant l'élément et calculer l'énergie accumulée au temps $t = 60 \, \text{ms}$ pour le cas où $\tau = 5 \, \text{ms}$. Esquisser ensuite l'allure du graphe du courant obtenu lorsque l'on fait tendre τ vers zéro.

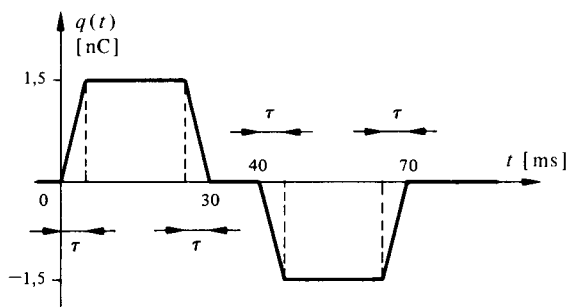


Fig. 5.19

5.7.6 Le courant $i(t)$ de la figure 5.20 circule dans une capacité $C = 1,5 \, \mu\text{F}$. Représenter le graphe de la tension $u(t)$ aux bornes de l'élément et calculer la valeur initiale $u(0)$.

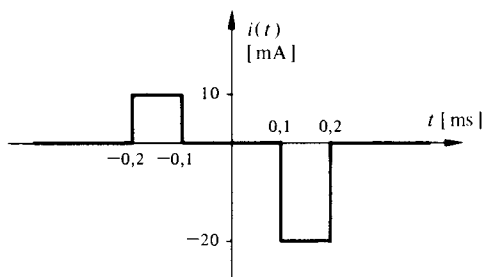


Fig. 5.20

5.7.7 Le courant circulant dans une inductance $L = 50 \mu\text{H}$ crée un flux magnétique $\Phi(t) = \hat{\Phi} \sin[(2\pi/T)t + \pi/8]$ avec $T = 20 \text{ ms}$ et $\hat{\Phi} = 0,5 \text{ Wb}$. Déterminer la valeur de la tension aux bornes de l'élément au temps $t = T$.

5.7.8 On applique au temps $t = 0$ une tension $u(t) = \hat{U} \sin \omega t$ à une inductance L . Déterminer l'équation du courant $i(t)$ résultant sachant que $i(0) = 0$.

5.7.9 Une source de tension $u(t) = \hat{U} \sin \omega t$, avec $\hat{U} = 2 \text{ V}$ et $\omega = 3142 \text{ rad/s}$, est connectée au primaire d'une inductance mutuelle dont le circuit secondaire est ouvert. Les tensions, les courants et le sens du couplage sont définis selon les conventions de la figure 5.17. On demande la valeur de l'inductance mutuelle L_{12} , sachant que l'amplitude du courant $i_1(t)$ fourni par la source vaut $\hat{I} = 0,637 \text{ A}$ et que l'amplitude de la tension $u_2(t)$ vaut $\hat{U}_2 = 0,85 \text{ V}$.

5.7.10 La même inductance mutuelle qu'à l'exercice 5.7.9 est connectée à la même source de tension, mais le circuit secondaire est maintenant court-circuité. Déterminer la valeur du facteur de couplage k sachant que le courant fourni par la source de tension vaut maintenant $i(t) = -\hat{I}_1 \cos \omega t$ avec $\hat{I}_1 = 1 \text{ A}$.

COMBINAISONS SIMPLES D'ÉLÉMENTS LINÉAIRES ET MÉTHODES DE SIMPLIFICATION

6.1 CIRCUITS ÉQUIVALENTS

6.1.1 Concept d'équivalence

Le concept d'équivalence joue un rôle considérable dans l'étude des modèles de systèmes physiques. Il permet d'en simplifier l'analyse mathématique en introduisant des modifications dans la structure du modèle de manière à en réduire la complexité.

Dans le cas des circuits électriques, il est rare que l'on désire connaître simultanément l'évolution des courants et des tensions en tout point d'un circuit. Il est alors possible de rechercher un schéma équivalent au modèle initialement proposé qui soit à la fois aussi simple que possible, tout en traduisant fidèlement le comportement particulier que l'on désire étudier (pour un domaine de fonctionnement donné). Il s'agit donc essentiellement d'une démarche abstraite qui n'a pas toujours de correspondance expérimentale. Il convient toutefois de souligner qu'elle ne permet qu'une analyse partielle des caractéristiques de fonctionnement d'un dispositif réel.

6.1.2 Définition

On appelle *bipôles équivalents* deux bipôles qui ont en tout temps le même courant lorsqu'ils sont soumis à la même tension.

6.1.3 Réduction de circuits

Différentes procédures peuvent être utilisées pour obtenir un schéma équivalent de complexité réduite.

La plus élémentaire consiste à remplacer les éléments de même type connectés en série ou en parallèle par des bipôles équivalents. Ceci conduit à une diminution du nombre d'éléments et d'interconnexions qui entraîne à son tour une diminution du nombre d'équations nécessaires pour décrire l'état du circuit.

On peut aussi parfois éliminer des éléments superflus dont le comportement au régime considéré correspond à un court-circuit ou à un circuit ouvert.

Il est souvent possible ensuite d'identifier certaines structures simples telles que diviseurs de tension ou de courant, dont le calcul est relativement aisé.

Certaines combinaisons d'éléments (circuits tripôles en T ou en Π) ne se prêtent pas immédiatement à une procédure de réduction. Celle-ci peut toutefois être poursuivie si l'on remplace une structure en T par une structure en Π équivalente, ou inversement.

On peut également établir les conditions d'équivalence de sources réelles de courant et de tension. C'est à des bipôles équivalents d'une telle simplicité que peut se résumer un circuit très complexe grâce aux théorèmes de Thévenin et Norton.

En régime d'excitation sinusoïdale (voir chap. 8), l'introduction du concept d'impédance permettra d'appliquer à des circuits (R, L, C) les méthodes utilisées pour l'étude de circuits purement résistifs.

6.2 ÉLÉMENTS EN SÉRIE

6.2.1 Propriété fondamentale

Conformément aux lois de Kirchhoff (2.34) et (2.35), des éléments connectés en série (fig. 6.1) sont parcourus par le même courant (première loi), alors que la tension aux bornes du circuit série est égale à la somme des tensions relatives à chaque élément (deuxième loi).

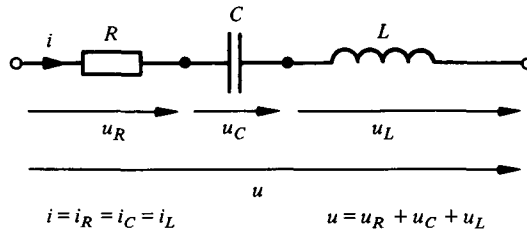


Fig. 6.1

6.2.2 Mise en série de résistances

Un circuit composé de plusieurs résistances connectées en série peut se réduire à une unique résistance équivalente R_s égale à la somme des diverses résistances individuelles (fig. 6.2).

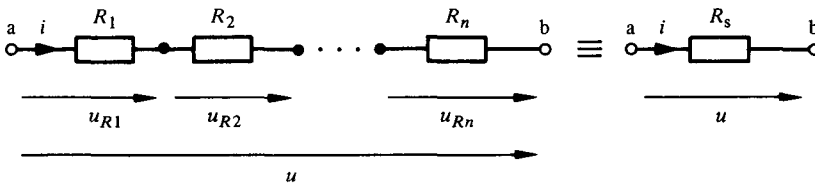


Fig. 6.2

D'une manière générale, un circuit série composé de n résistances R_k , avec $k = 1, 2, \dots, n$ est équivalent à une résistance R_s avec :

$$R_s = \sum_{k=1}^n R_k \quad (6.1)$$

car

$$u = \sum_{k=1}^n u_{Rk} = \sum_{k=1}^n R_k i = R_s i$$

6.2.3 Mise en série de capacités

Un circuit composé de plusieurs capacités connectées en série peut se réduire à une unique capacité équivalente C_s (fig. 6.3).

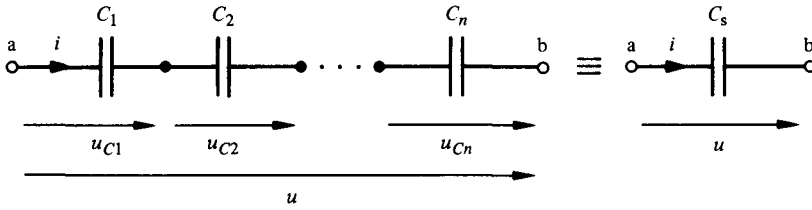


Fig. 6.3

Selon (5.13), on a pour chaque capacité C_k :

$$u_{Ck}(t) = \frac{1}{C_k} \int_0^t i(t') dt' + u_{Ck}(0)$$

La tension totale est ainsi donnée par :

$$\begin{aligned} u &= \left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \dots + \frac{1}{C_n} \right) \int_0^t i(t') dt' + [u_{C1}(0) + u_{C2}(0) \\ &\quad + \dots + u_{Cn}(0)] \\ &= \frac{1}{C_s} \int_0^t i(t') dt' + u(0) \end{aligned} \quad (6.2)$$

Ainsi, la capacité équivalente d'un circuit composé de n capacités connectées en série peut se déduire de l'expression suivante :

$$\frac{1}{C_s} = \sum_{k=1}^n \frac{1}{C_k} \quad (6.3)$$

La valeur initiale de la tension aux bornes du circuit est simplement égale à la somme algébrique des tensions initiales relatives à chaque capacité. Si toutes les tensions sont définies avec le même sens de référence, on a

$$u(0) = \sum_{k=1}^n u_{Ck}(0) \quad (6.4)$$

6.2.4 Commentaire

La capacité équivalente C_s est ainsi plus petite que la plus faible des capacités C_k . Pour $n = 2$, on obtient simplement

$$C_s = \frac{1}{1/C_1 + 1/C_2} = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} \quad (6.5)$$

6.2.5 Exemples

Soit à calculer la capacité équivalente à la mise en série de trois capacités valant respectivement $1\ \mu\text{F}$, $2\ \mu\text{F}$ et $10\ \mu\text{F}$. Par (6.3), on obtient :

$$C_s = 1/1,6 \cdot 10^{-6} = 0,625\ \mu\text{F}$$

La mise en série de deux capacités de $100\ \text{nF}$ et $1\ \text{nF}$ est équivalente à une capacité

$$C_s = 10^{-16}/(101 \cdot 10^{-9}) = 0,99\ \text{nF}$$

6.2.6 Mise en série d'inductances

Un circuit composé de plusieurs inductances connectées en série (et en l'absence de couplage magnétique entre inductances) peut se réduire à une unique inductance équivalente L_s égale à la somme des diverses inductances individuelles (fig. 6.4).

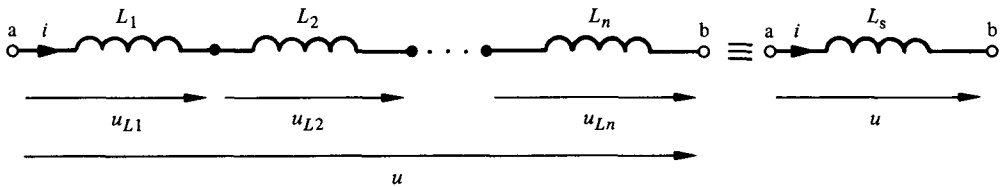


Fig. 6.4

Selon (5.18), on obtient :

$$u = \sum_{k=1}^n u_{Lk} = (L_1 + L_2 + \dots + L_n) \frac{di}{dt} = L_s \frac{di}{dt} \quad (6.6)$$

Ainsi

$$L_s = \sum_{k=1}^n L_k \quad (6.7)$$

Pour satisfaire la 1ère loi de Kirchhoff, les diverses inductances L_k ne peuvent avoir que le même courant initial $i(0)$.

6.2.7 Mise en série de sources de tension

Un circuit composé de plusieurs sources de tension idéales connectées en série est équivalent à une source idéale de tension unique égale à la somme algébrique des tensions individuelles (fig. 6.5).

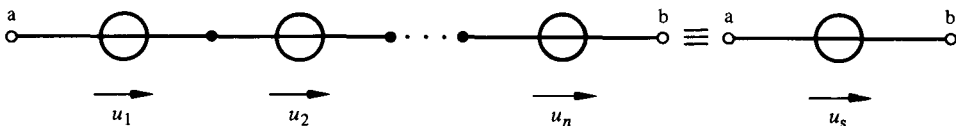


Fig. 6.5

Si toutes les tensions sont définies avec le même sens de référence, on a :

$$u_s = \sum_{k=1}^n u_k \quad (6.8)$$

6.2.8 Exemple

Soit à déterminer la source de tension totale équivalente à la mise en série des quatre sources représentées sur la figure 6.6.

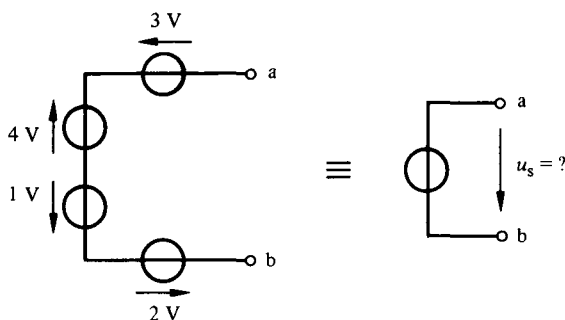


Fig. 6.6

En définissant les tensions individuelles u_k de même sens que u_s , on obtient : $u_1 = 3 \text{ V}$, $u_2 = -4 \text{ V}$, $u_3 = 1 \text{ V}$ et $u_4 = 2 \text{ V}$, d'où $u_s = 2 \text{ V}$.

6.2.9 Mise en série de sources de courant

Il est évident qu'il n'est pas possible d'envisager la mise en série de plusieurs sources de courant sans violer la première loi de Kirchhoff, *sauf si toutes les sources individuelles produisent le même courant*. Dans ce cas, le bipôle résultant est simplement équivalent à n'importe laquelle des sources individuelles.

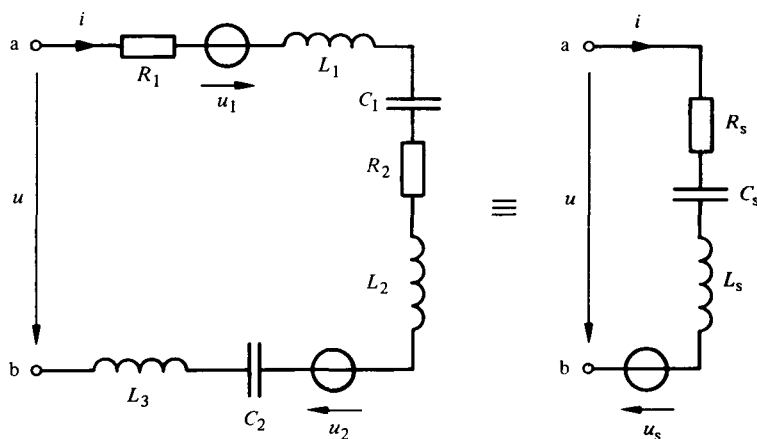


Fig. 6.7

6.2.10 Mise en série de plusieurs éléments de chaque type

Un circuit composé par la mise en série de plusieurs résistances, capacités, inductances et sources de tension peut se réduire à un circuit équivalent (voir fig. 6.7) comprenant une résistance équivalente, une capacité équivalente, une inductance équivalente et une source de tension équivalente connectées en série et dont les valeurs sont déterminées par (6.1), (6.3), (6.7) et (6.8).

S'il se trouve une source de courant en série, *le circuit se réduit à cette seule source de courant*.

6.3 ÉLÉMENTS EN PARALLÈLE

6.3.1 Propriété fondamentale

Dans le cas d'éléments connectés en parallèle, le courant total traversant le circuit (R, L, C) est égal à la somme des courants individuels de chaque élément, conformément à la première loi de Kirchhoff, alors que la tension est la même aux bornes de chaque élément (fig. 6.8).

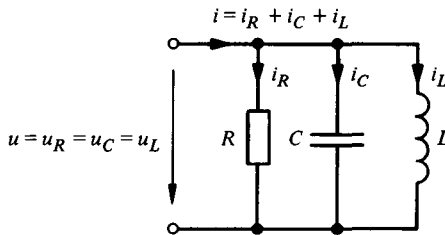


Fig. 6.8

6.3.2 Mise en parallèle de résistances

Pour un circuit comprenant plusieurs résistances connectées en parallèle (fig. 6.9), on a :

$$i = i_{R1} + i_{R2} + \dots + i_{Rn} = \frac{u}{R_1} + \frac{u}{R_2} + \dots + \frac{u}{R_n} = \frac{u}{R_p} \quad (6.9)$$

d'où la relation générale définissant la résistance équivalente parallèle R_p :

$$\frac{1}{R_p} = \sum_{k=1}^n \frac{1}{R_k} \quad (6.10)$$

6.3.3 Commentaires

La résistance équivalente R_p est ainsi plus petite que la plus faible des résistances R_k . En particulier pour deux résistances R_1 et R_2 , on a simplement :

$$R_p = \frac{1}{1/R_1 + 1/R_2} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} \quad (6.11)$$

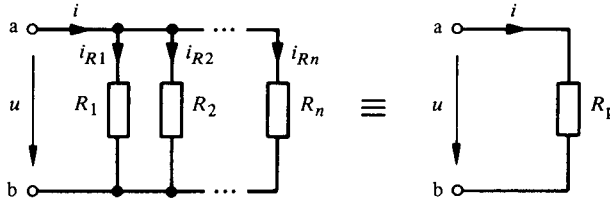


Fig. 6.9

La mise en parallèle de deux résistances de valeur identique donne une résistance équivalente de valeur moitié.

D'une manière générale, on peut aussi définir la conductance équivalente G_p du même circuit en introduisant la relation (5.3) :

$$G_p = \frac{1}{R_p} = \sum_{k=1}^n G_k \quad (6.12)$$

6.3.4 Exemple

Soit à calculer la résistance équivalente à la mise en parallèle de cinq résistances : $R_1 = R_2 = 10 \text{ k}\Omega$, $R_3 = R_4 = 1 \text{ k}\Omega$ et $R_5 = 5 \text{ k}\Omega$.

Par (6.11), on constate que les deux résistances R_1 et R_2 de $10 \text{ k}\Omega$ en parallèle sont équivalentes à une résistance unique de $5 \text{ k}\Omega$ qui, combinée avec R_5 , forme une résistance R_a de $2,5 \text{ k}\Omega$. La combinaison de R_3 et R_4 donne une résistance équivalente R_b de 500Ω . La mise en parallèle de R_a et R_b conduit finalement à une résistance R_p , équivalente à l'ensemble du circuit, égale à environ 417Ω .

On peut aussi déterminer la conductance équivalente en appliquant (6.12) :

$$G_p = 2 \cdot 0,1 \cdot 10^{-3} + 2 \cdot 10^{-3} + 0,2 \cdot 10^{-3} = 2,4 \cdot 10^{-3} \text{ S}$$

On vérifie bien que

$$R_p = \frac{1}{G_p} = 10^3 / 2,4 \cong 417 \Omega$$

6.3.5 Mise en parallèle de capacités

Un circuit composé de plusieurs capacités connectées en parallèle peut se réduire à une unique capacité équivalente C_p égale à la somme des diverses capacités individuelles (fig. 6.10).

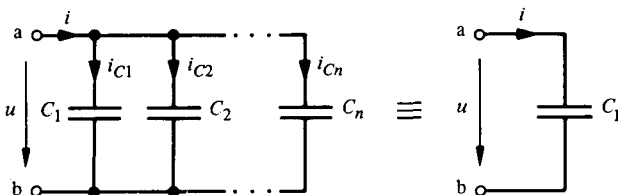


Fig. 6.10

En appliquant (5.12), on obtient :

$$i = \sum_{k=1}^n i_{Ck} = (C_1 + C_2 + \dots + C_n) \frac{du}{dt} = C_p \frac{du}{dt} \quad (6.13)$$

Ainsi :

$$C_p = \sum_{k=1}^n C_k \quad (6.14)$$

Pour satisfaire la deuxième loi de Kirchhoff, les diverses capacités C_k ne peuvent avoir que la même tension initiale $u(0)$.

6.3.6 Mise en parallèle d'inductances

Un circuit composé de plusieurs inductances connectées en parallèle (sans couplage magnétique entre inductances) peut se réduire à une unique inductance équivalente L_p (fig. 6.11).

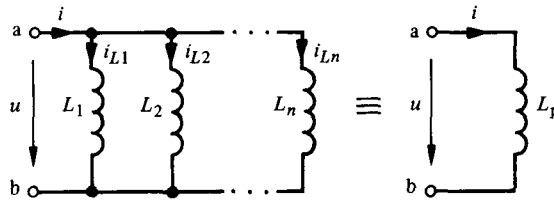


Fig. 6.11

Selon (5.19), on a pour chaque inductance L_k :

$$i_{Lk}(t) = \frac{1}{L_k} \int_0^t u(t') dt' + i_{Lk}(0) \quad (6.15)$$

Le courant total est ainsi donné par

$$\begin{aligned} i &= \left(\frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2} + \dots + \frac{1}{L_n} \right) \int_0^t u(t') dt' \\ &\quad + [i_{L1}(0) + i_{L2}(0) + \dots + i_{Ln}(0)] \\ &= \frac{1}{L_p} \int_0^t u(t') dt' + i(0) \end{aligned} \quad (6.16)$$

Ainsi, l'inductance équivalente d'un circuit composé de n inductances connectées en parallèle peut se déduire de l'expression suivante :

$$\frac{1}{L_p} = \sum_{k=1}^n \frac{1}{L_k} \quad (6.17)$$

La valeur du courant initial traversant le circuit est simplement égale à la somme algébrique des courants initiaux relatifs à chaque inductance. Si tous les courants sont

définis avec le même sens de référence, on a :

$$i(0) = \sum_{k=1}^n i_{Lk}(0) \quad (6.18)$$

6.3.7 Commentaire

Comme dans le cas des résistances, la mise en parallèle de plusieurs inductances correspond à une inductance équivalente de valeur inférieure à la plus faible des inductances L_k . Dans le cas de deux inductances L_1 et L_2 , on a simplement :

$$L_p = \frac{L_1 L_2}{L_1 + L_2} \quad (6.19)$$

6.3.8 Exemple

Considérons la mise en parallèle de trois inductances, $L_1 = L_2 = 2$ mH et $L_3 = 1$ mH. La valeur de l'inductance équivalente est facilement calculée : $L_p = 500$ μ H.

6.3.9 Mise en parallèle de sources de courant

Un circuit composé de plusieurs sources de courant idéales connectées en parallèle est équivalent à une source de courant unique débitant la somme algébrique des courants individuels.

Si tous les courants sont définis avec le même sens de référence (voir fig. 6.12), le courant total est donné par

$$i_p = \sum_{k=1}^n i_k \quad (6.20)$$

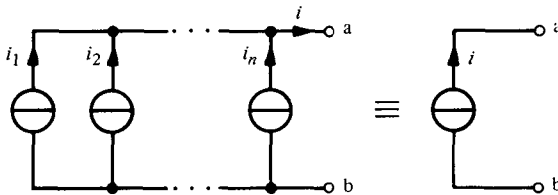


Fig. 6.12

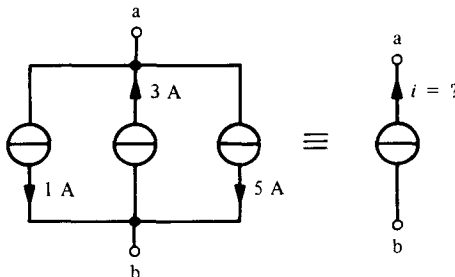


Fig. 6.13

6.3.10 Exemple

Considérons le circuit représenté sur la figure 6.13. En définissant des courants de sources i_1 , i_2 et i_3 de même sens que le courant total cherché i , on a : $i_1 = -1$ A, $i_2 = 3$ A et $i_3 = -5$ A. Par (6.20), on calcule que la mise en parallèle de ces trois sources de courant est équivalente à une source unique débitant un courant $i = -3$ A.

6.3.11 Mise en parallèle de sources de tension

La mise en parallèle de sources de tension idéales n'est pas possible sans violer la deuxième loi de Kirchhoff, *sauf si elles ont toutes la même tension*. Dans ce cas, le bipôle résultant est simplement équivalent à n'importe laquelle des sources individuelles.

6.4 CIRCUITS COMBINÉS SÉRIE-PARALLÈLE

6.4.1 Remarque préliminaire

En pratique, les circuits électriques se présentent souvent sous la forme de combinaisons de connexions d'éléments en série et en parallèle. La réduction d'un circuit de cette nature à un schéma équivalent simplifié s'obtiendra en traitant séparément les parties séries et les parties parallèles, en conduisant cette procédure aussi loin que possible.

6.4.2 Circuits composés d'éléments de même type

Tout bipôle formé par des combinaisons série-parallèle de résistances, respectivement de capacités ou d'inductances, peut se réduire à une résistance, respectivement une capacité ou une inductance, unique.

On peut déterminer la valeur de cet élément en écrivant une équation d'équivalence. Il est toutefois généralement plus facile de procéder par réductions successives.

Le tableau 6.14 récapitule les résultats obtenus dans les sections précédentes pour les bipôles composés d'éléments de même type connectés soit en série, soit en parallèle.

6.4.3 Exemple

La résistance R_{ab} , équivalente au bipôle terminé par les bornes a et b du réseau de résistances représenté sur la figure 6.15, est obtenue en recombinaison premièrement R_1 et R_2 , respectivement R_3 et R_4 , avec

$$R_{12} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$$

$$R_{34} = \frac{R_3 R_4}{R_3 + R_4}$$

puis en considérant le circuit série $R_{ab} = R_{12} + R_{34}$.

Avec $R_1 = 2$ k Ω , $R_2 = 8$ k Ω , $R_3 = 5$ k Ω , $R_4 = 200$ Ω , on obtient $R_{ab} = 1792$ Ω .

Tableau 6.14

	Montage série	Montage parallèle
Résistances	$R_s = \sum_{k=1}^n R_k$	$R_p = \left[\sum_{k=1}^n 1/R_k \right]^{-1}$
Capacités	$C_s = \left[\sum_{k=1}^n 1/C_k \right]^{-1}$	$C_p = \sum_{k=1}^n C_k$
Tension initiale	$u(0) = \sum_{k=1}^n u_{Ck}(0)$	
Inductances	$L_s = \sum_{k=1}^n L_k$	$L_p = \left[\sum_{k=1}^n 1/L_k \right]^{-1}$
Courant initial		$i(0) = \sum_{k=1}^n i_{Lk}(0)$
Sources de tension	$u_s = \sum_{k=1}^n u_k$	
Sources de courant		$i_p = \sum_{k=1}^n i_k$

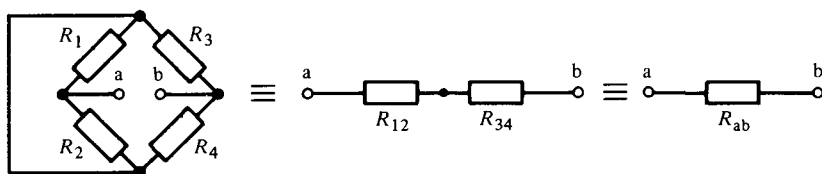


Fig. 6.15

6.4.4 Exemple

Considérons le réseau de capacités représenté sur la figure 6.16. Par réductions successives, on obtient :

$$C_7 = \frac{C_3 C_4}{C_3 + C_4} \quad C_8 = \frac{C_5 C_6}{C_5 + C_6} \quad C_9 = C_7 + C_8$$

$$C_{10} = \frac{C_2 C_9}{C_2 + C_9} \quad C_{ab} = C_1 + C_{10}$$

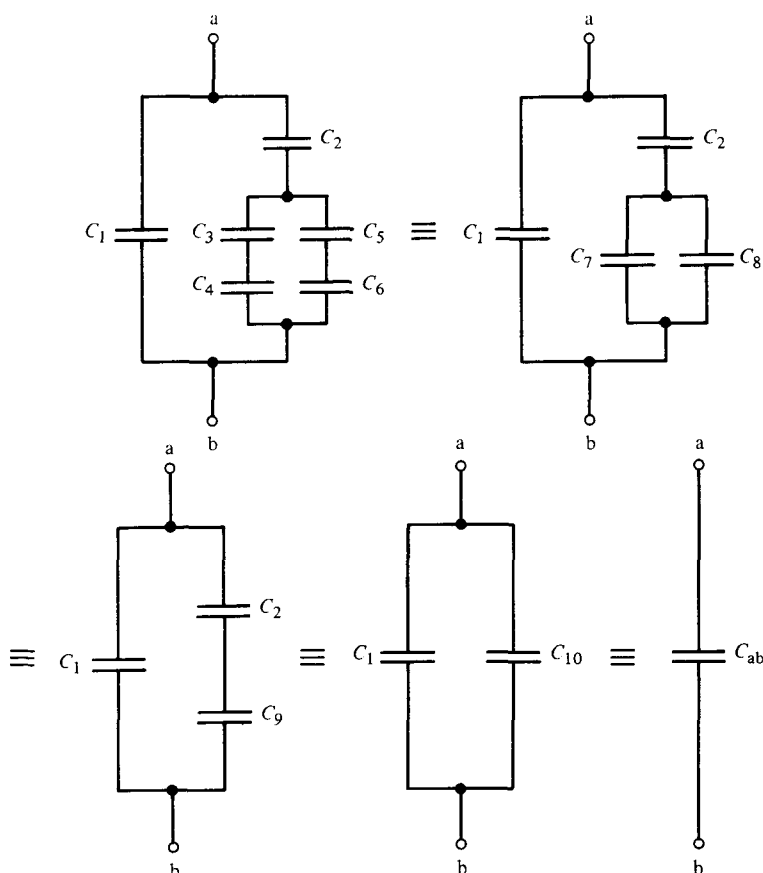


Fig. 6.16

6.4.5 Exemple

La résistance équivalente R_{ab} du circuit en échelle représenté sur la figure 6.17 est facilement déterminée en commençant par recombining R_5 et R_6 , qui sont en série, puis le résultat obtenu avec R_4 en parallèle, et ainsi de suite en remontant vers les bornes a et b.

On vérifiera facilement que cette alternance de mises en série et en parallèle permet d'exprimer R_{ab} par une formule systématique qui se généralise pour un nombre quelcon-

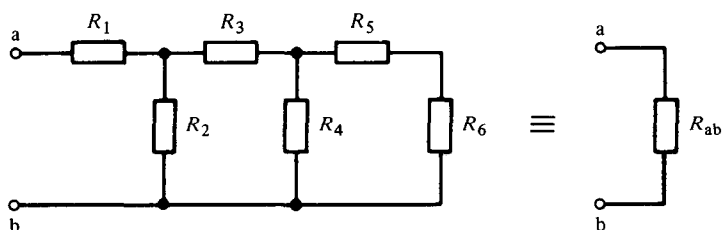


Fig. 6.17

que de sections, et qui donne pour l'exemple proposé :

$$R_{ab} = R_1 + \frac{1}{\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3 + \frac{1}{\frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_5 + R_6}}}}$$

6.4.6 Exemple

Illustrons par un exemple l'utilisation d'une procédure de réduction pour un calcul élémentaire de circuit électrique. Considérons le circuit représenté sur la figure 6.18. On désire déterminer la valeur du courant i débité par la source de tension u .

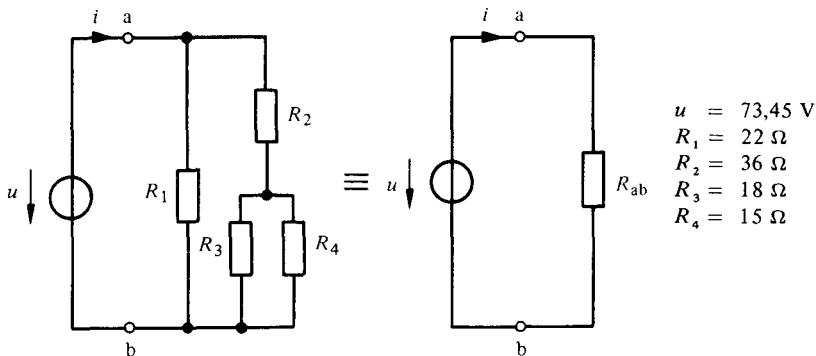


Fig. 6.18

En réduisant le circuit qui se trouve à droite des bornes a et b à une résistance équivalente R_{ab} , le courant cherché sera immédiatement exprimé à l'aide de la loi d'Ohm

$$i = u/R_{ab}$$

La mise en parallèle de R_3 et R_4 donne une résistance R_5 qui, avec les valeurs numériques proposées, vaut $8,18 \Omega$. La mise en série de R_5 avec R_2 est équivalente à une résistance R_6 de $44,18 \Omega$. Finalement, R_6 en parallèle avec R_1 forme la résistance équivalente R_{ab} qui vaut $14,69 \Omega$. On obtient ainsi pour le courant cherché : $i = 5 \text{ A}$.

6.4.7 Circuits composés d'éléments de types différents

Dans le cas de circuits série-parallèle comprenant des éléments de types divers, l'établissement d'un circuit équivalent simplifié, valable quel que soit le régime de fonctionnement, n'est possible que si l'on peut procéder à des réductions locales sur des sous-ensembles d'éléments de même type.

Cette réduction est facilitée par l'observation que deux bipôles sont identiques, du point de vue électrique, si l'un est obtenu par permutation des éléments (ou groupes d'éléments) connectés en série de l'autre.

Ainsi qu'on l'a déjà mentionné, des simplifications beaucoup plus considérables sont possibles lorsque le régime de fonctionnement est purement sinusoïdal (voir chap. 8).

Rappelons enfin qu'en régime continu, la capacité peut être remplacée par un circuit ouvert et l'inductance par un court-circuit !

6.4.8 Exemple

Considérons le circuit représenté sur la figure 6.19. Un bipôle équivalent, ne comprenant plus qu'une source de tension u , une inductance L , une résistance R et une capacité C connectées en série, est obtenu en effectuant les réductions partielles :

$$u = u_1 - u_2 \quad L = L_1 + L_2 \quad R = R_3 + \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$$

$$\text{et} \quad C = \frac{C_1 (C_2 + C_3)}{C_1 + C_2 + C_3}$$

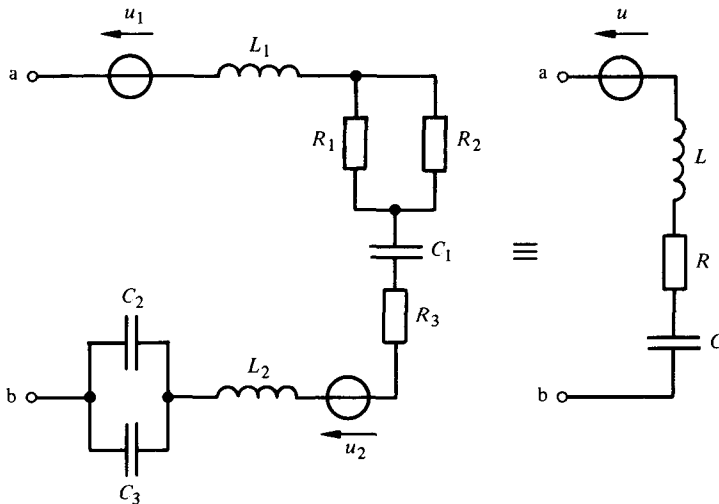


Fig. 6.19

6.5 CIRCUITS DIVISEURS DE TENSION ET DE COURANT

6.5.1 Diviseurs de tension à résistances

Il est très fréquent de rencontrer, éventuellement après avoir procédé à certaines réductions, un circuit ayant la structure de celui représenté sur la figure 6.20. Une tension u est appliquée à un circuit série composé de deux résistances R_1 et R_2 et l'on désire déterminer la tension u_2 , apparaissant aux bornes de R_2 , ou encore le rapport u_2 sur u (respectivement u_1 aux bornes de R_1 ou le rapport u_1/u). Un tel circuit est appelé *diviseur de tension à résistances*. Le courant i circulant dans le circuit est donné par

$$i = \frac{u}{R_1 + R_2} \quad (6.21)$$

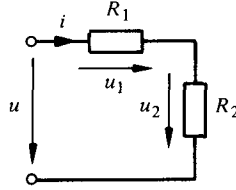


Fig. 6.20

Puisque $u_1 = R_1 i$ et $u_2 = R_2 i$, on obtient finalement les rapports de tension

$$\frac{u_1}{u} = \frac{R_1}{R_1 + R_2} \quad \text{et} \quad \frac{u_2}{u} = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \quad (6.22)$$

6.5.2 Diviseur de tension à capacités

Si l'on remplace dans le circuit précédent les résistances par des capacités (voir tab. 6.22), on obtient un nouveau circuit diviseur de tension avec (*en supposant les tensions initiales nulles*) :

$$u = \frac{C_1 + C_2}{C_1 C_2} \int_0^t i(t') dt' \quad (6.23)$$

et

$$u_k = \frac{1}{C_k} \int_0^t i(t') dt' \quad k = 1, 2 \quad (6.24)$$

d'où l'expression des rapports de tension

$$\frac{u_1}{u} = \frac{C_2}{C_1 + C_2} \quad \text{et} \quad \frac{u_2}{u} = \frac{C_1}{C_1 + C_2} \quad (6.25)$$

6.5.3 Diviseur de tension à inductances

Pour un diviseur de tension à inductances (voir tab. 6.22), on obtient de manière analogue :

$$u = (L_1 + L_2) \frac{di}{dt} \quad (6.26)$$

$$u_k = L_k \frac{di}{dt} \quad k = 1, 2 \quad (6.27)$$

et

$$\frac{u_1}{u} = \frac{L_1}{L_1 + L_2} \quad \text{et} \quad \frac{u_2}{u} = \frac{L_2}{L_1 + L_2} \quad (6.28)$$

6.5.4 Circuits diviseurs de courant

Si un circuit série se comporte en diviseur de tension, un circuit composé de deux éléments en parallèle se comporte en diviseur de courant (fig. 6.21).

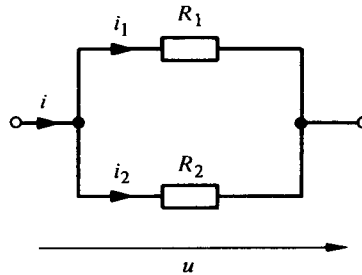


Fig. 6.21

En tenant compte du fait que la somme des courants partiels i_1 et i_2 est égale au courant total i , et que les deux éléments ont la même tension aux bornes u , on obtient :

- pour un diviseur de courant à résistances

$$\frac{i_1}{i} = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \quad \text{et} \quad \frac{i_2}{i} = \frac{R_1}{R_1 + R_2} \quad (6.29)$$

- pour un diviseur de courant à capacités

$$\frac{i_1}{i} = \frac{C_1}{C_1 + C_2} \quad \text{et} \quad \frac{i_2}{i} = \frac{C_2}{C_1 + C_2} \quad (6.30)$$

- pour un diviseur de courant à inductances (avec courants initiaux nuls)

$$\frac{i_1}{i} = \frac{L_2}{L_1 + L_2} \quad \text{et} \quad \frac{i_2}{i} = \frac{L_1}{L_1 + L_2} \quad (6.31)$$

6.5.5 Observation

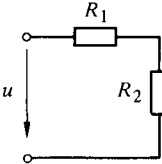
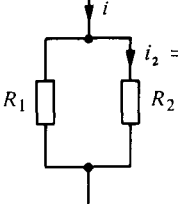
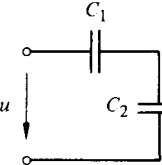
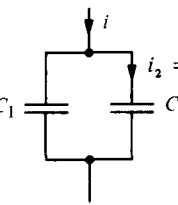
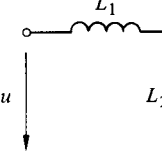
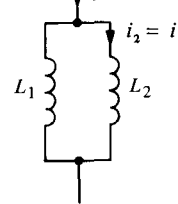
Les relations (6.28) et (6.31) sont valables pour des **éléments** inductances, c'est-à-dire pour des **modèles** de composants (bobines d'inductances). Ces modèles ne se justifient ici que si le couplage magnétique entre les deux bobines est rigoureusement nul.

Le tableau 6.22 récapitule les résultats principaux obtenus pour les diviseurs de tension et de courant.

6.5.6 Exemple d'utilisation

Considérons le circuit en pont représenté sur la figure 6.23. Il est alimenté par une source de tension, de valeur instantanée u égale à 200 V, branchée entre les bornes a et b. On désire déterminer les valeurs instantanées des courants i , i_α et i_β , de même que les tensions apparaissant entre les bornes c et b d'une part, d et e d'autre part.

Tableau 6.22

Diviseur de tension	Diviseur de courant
 $u_2 = u \frac{R_2}{R_1 + R_2}$	 $i_2 = i \frac{R_1}{R_1 + R_2}$
 $u_2 = u \frac{C_1}{C_1 + C_2}$ (tensions initiales nulles)	 $i_2 = i \frac{C_2}{C_1 + C_2}$
 $u_2 = u \frac{L_2}{L_1 + L_2}$	 $i_2 = i \frac{L_1}{L_1 + L_2}$ (courants initiaux nuls)

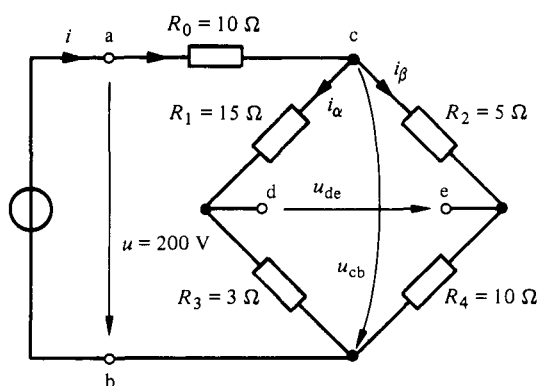


Fig. 6.23

En première étape, on peut réduire le circuit vu par la source à une résistance

$$R_{ab} = R_0 + \frac{(R_1 + R_3)(R_2 + R_4)}{R_1 + R_2 + R_3 + R_4} = 18,18 \, \Omega$$

On en déduit que le courant i débité par la source vaut

$$i = u/R_{ab} = 200/18,18 = 11 \text{ A}$$

Compte tenu de la chute de tension dans R_0 , on a :

$$u_{cb} = u - R_0 i = 200 - 110 = 90 \text{ V}$$

Les résistances R_1 et R_3 (respectivement R_2 et R_4) forment des diviseurs de tension permettant d'exprimer u_{db} et u_{eb} en fonction de u_{cb} :

$$u_{db} = u_{cb} \cdot R_3 / (R_1 + R_3) = 15 \text{ V}$$

$$u_{eb} = u_{cb} \cdot R_4 / (R_2 + R_4) = 60 \text{ V}$$

On obtient ainsi

$$u_{de} = u_{db} - u_{eb} = 15 - 60 = -45 \text{ V}$$

Finalement, les courants i_α et i_β peuvent être facilement déterminés soit en divisant la tension u_{cb} par $R_1 + R_3$, respectivement $R_2 + R_4$, soit en tenant compte du diviseur de courant formé par ces résistances. Si l'on choisit cette voie, on a :

$$i_\alpha = i \cdot (R_2 + R_4) / (R_1 + R_2 + R_3 + R_4) = 5 \text{ A}$$

$$i_\beta = i - i_\alpha = 6 \text{ A}$$

On aurait évidemment pu inverser l'ordre du calcul et déterminer en premier i_α et i_β , puis en déduire les valeurs $u_{db} = R_3 i_\alpha$ et $u_{eb} = R_4 i_\beta$.

6.6 TRANSFORMATION T - Π

6.6.1 Circuits en T et circuits en Π

Trois éléments connectés à un noeud commun (fig. 6.24) forment un circuit en T (on dit aussi en Y, ou en étoile).

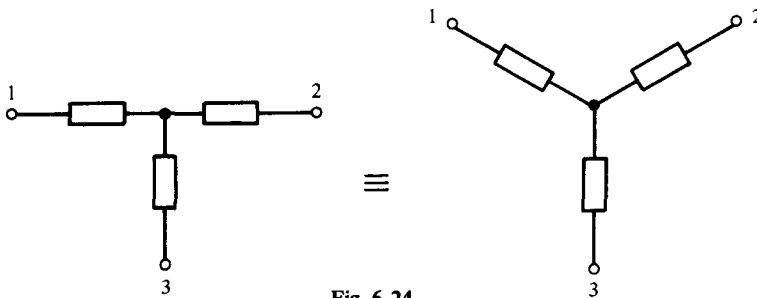


Fig. 6.24

Trois éléments connectés en série (fig. 6.25) de manière à former un circuit fermé (maille) sont dits en Π (ou en Δ, ou en triangle).

La terminologie étoile-triangle est en principe aujourd'hui réservée au cas des systèmes triphasés (voir chap. 9).

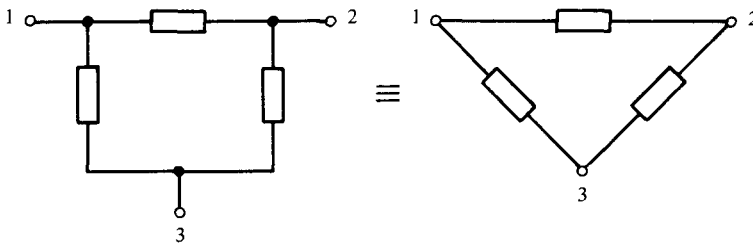


Fig. 6.25

De telles configurations apparaissent souvent dans le modèle d'un circuit. Selon leur mode de liaison avec le reste du réseau, elles sont de nature à empêcher la poursuite d'une procédure de réduction. Toutefois, cette difficulté peut être éliminée en remplaçant un circuit en T par un circuit équivalent en Π , ou inversement.

6.6.2 Equivalence de tripôles en T et en Π à résistances

Les deux tripôles de la figure 6.26 sont équivalents s'ils ont en tout temps le même courant i et le même potentiel v pour chaque borne de même numéro.

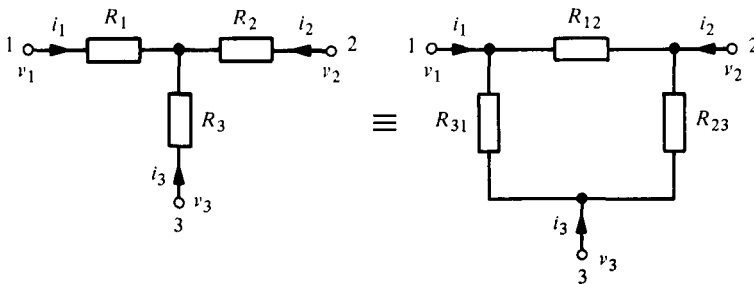


Fig. 6.26

Supposons, par exemple, que $i_3 = 0$ (borne 3 non connectée). Alors les deux circuits doivent se comporter en bipôles équivalents entre les bornes 1 et 2. On obtient donc la relation

$$R_1 + R_2 = \frac{R_{12}(R_{23} + R_{31})}{R_{12} + R_{23} + R_{31}} \quad (6.32)$$

En procédant de même manière pour les paires de bornes 2-3 et 3-1, on obtient

$$R_2 + R_3 = \frac{R_{23}(R_{12} + R_{31})}{R_{12} + R_{23} + R_{31}} \quad (6.33)$$

et

$$R_3 + R_1 = \frac{R_{31}(R_{12} + R_{23})}{R_{12} + R_{23} + R_{31}} \quad (6.34)$$

De ces trois équations indépendantes à trois inconnues, on tire aisément les relations d'équivalence permettant de remplacer un circuit en Π par un circuit en T :

$$R_1 = \frac{R_{12} R_{31}}{R_{12} + R_{23} + R_{31}} \quad (6.35)$$

$$R_2 = \frac{R_{12} R_{23}}{R_{12} + R_{23} + R_{31}} \quad (6.36)$$

$$R_3 = \frac{R_{23} R_{31}}{R_{12} + R_{23} + R_{31}} \quad (6.37)$$

En effectuant un calcul semblable en partant des conductances équivalentes entre paires de bornes (lorsque la troisième n'est pas connectée), on obtient les relations d'équivalence permettant de remplacer un circuit en T par un circuit en Π :

$$G_{12} = 1/R_{12} = \frac{G_1 G_2}{G_1 + G_2 + G_3} \quad (6.38)$$

$$G_{23} = 1/R_{23} = \frac{G_2 G_3}{G_1 + G_2 + G_3} \quad (6.39)$$

$$G_{31} = 1/R_{31} = \frac{G_3 G_1}{G_1 + G_2 + G_3} \quad (6.40)$$

ou en termes de résistances

$$R_{12} = R_1 + R_2 + R_1 R_2 / R_3 \quad (6.41)$$

$$R_{23} = R_2 + R_3 + R_2 R_3 / R_1 \quad (6.42)$$

$$R_{31} = R_3 + R_1 + R_3 R_1 / R_2 \quad (6.43)$$

6.6.3 Commentaire

On peut, par une approche identique, déterminer les relations d'équivalence entre circuits en T et en Π à capacités ou à inductances. Ceci est proposé comme exercice. Le même principe s'applique également à la transformation de circuits à branches composées, dès que l'on introduit le concept d'impédance (voir chap. 8).

6.6.4 Exemple

On désire déterminer la résistance équivalente R du circuit de la figure 6.27, mesurée entre les bornes 1 et 4.

Différentes solutions se présentent pour faciliter la réduction de ce circuit. On peut, par exemple, considérer le circuit en Π formé par les résistances R_{12} , R_{23} , et R_{31} et le remplacer par un circuit en T équivalent formé par R_1 , R_2 et R_3 . Les réductions successives

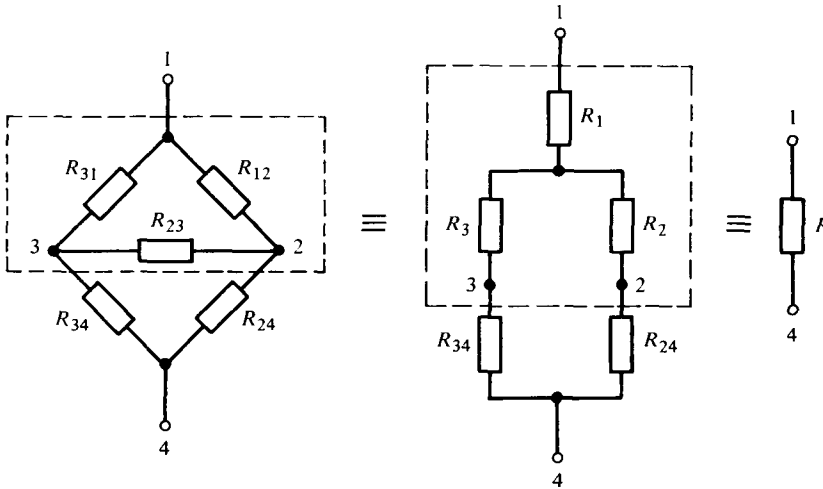


Fig. 6.27

sont alors immédiates. On pourrait bien sûr aussi transformer le circuit en Π : R_{23} , R_{24} et R_{34} ; ou encore ceux en T : R_{31} , R_{34} et R_{23} ou R_{12} , R_{24} et R_{23} .

On obtient pour la résistance cherchée :

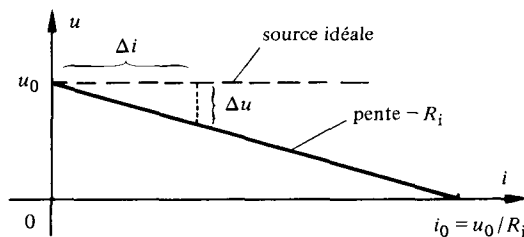
$$R = R_1 + \frac{(R_2 + R_{24})(R_3 + R_{34})}{R_2 + R_3 + R_{24} + R_{34}}$$

avec R_1 , R_2 et R_3 exprimées en fonctions de R_{12} , R_{23} et R_{31} , d'après (6.35), (6.36) et (6.37).

6.7 SOURCE AVEC RÉSISTANCE INTERNE

6.7.1 Modèle d'une source de tension réelle

La source idéale de tension introduite au chapitre 5 impose une tension $u(t)$ indépendante du courant $i(t)$ débité. Un tel modèle est généralement impropre à rendre compte du comportement d'un générateur physique. On observe en effet expérimentalement une diminution Δu de la tension u mesurée aux bornes d'une telle source réelle, lorsque l'on fait croître le courant débité i d'une quantité Δi (fig. 6.28).

Fig. 6.28 Caractéristique $u = f(i)$ d'une source de tension réelle.

Cette chute de tension suggère la présence d'une *résistance interne* R_i dans la source réelle, avec

$$R_i = \left| \frac{\Delta u}{\Delta i} \right| \quad (6.44)$$

On obtient alors la relation suivante entre la tension fournie et le courant débité

$$u = u_0 - R_i i \quad (6.45)$$

Un modèle (fig. 6.29) ou schéma équivalent d'une source réelle de tension correspond ainsi à la mise en série d'une source idéale de tension u_0 (*tension à vide* de la source réelle) et d'une résistance égale à la résistance interne donnée par (6.44).

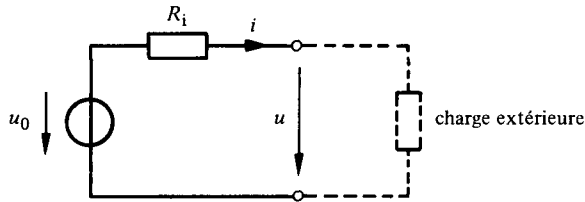


Fig. 6.29

En court-circuit, c'est-à-dire pour $u = 0$, la source débite un *courant de court-circuit*

$$i_0 = \frac{u_0}{R_i} \quad (6.46)$$

6.7.2 Modèle d'une source de courant réelle

Pour une source de courant réelle, le courant fourni au circuit extérieur n'est pas vraiment indépendant de la tension aux bornes (fig. 6.30).

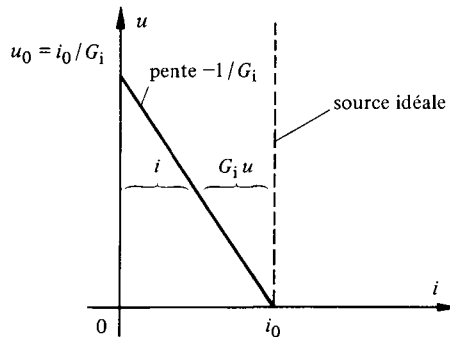


Fig. 6.30 Caractéristique $u = f(i)$ d'une source de courant réelle.

On observe pratiquement une diminution Δi de ce courant lorsque la tension augmente d'une quantité Δu . Cette chute de courant correspond à la présence d'une *conduc-*

tance interne G_i dans la source réelle :

$$G_i = \left| \frac{\Delta i}{\Delta u} \right| \quad (6.47)$$

On obtient ainsi la relation suivante entre le courant et la tension de la source réelle :

$$i = i_0 - G_i u \quad (6.48)$$

De cette équation, on déduit le schéma équivalent (fig. 6.31) d'une source de courant réelle : c'est la mise en parallèle d'une source idéale de courant i_0 (courant de court-circuit de la source réelle) et d'une conductance G_i .

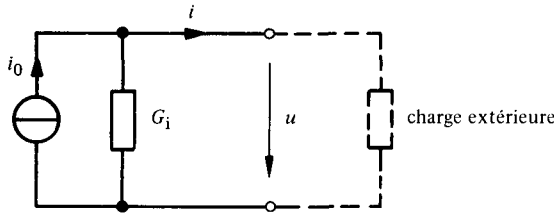


Fig. 6.31

A vide, c'est-à-dire pour $i = 0$, on obtient aux bornes de la source une tension à vide

$$u_0 = \frac{i_0}{G_i} \quad (6.49)$$

6.7.3 Equivalence de sources de tension et de courant réelles

En examinant les caractéristiques représentées sur les figures 6.28 et 6.30, on observe qu'une source de tension et une source de courant sont équivalentes dans leur comportement vis-à-vis d'un circuit de charge si elles possèdent la même tension à vide u_0 et le même courant de court-circuit i_0 . On a donc les conditions :

$$i_0 = \frac{u_0}{R_i} \quad (6.50)$$

et

$$G_i = \frac{1}{R_i} \quad (6.51)$$

Ces conditions d'équivalence permettent ainsi de remplacer (fig. 6.32) un circuit se comportant comme une source de tension réelle par un circuit en source de courant réelle, ou inversement. Une telle modification peut souvent rendre plus facile un calcul de circuit (en permettant de pousser plus loin une procédure de réduction, par exemple).

Cette équivalence est un cas particulier des théorèmes de Thévenin et Norton, mentionnés au paragraphe 6.7.9 et présentés dans le volume IV de ce Traité.

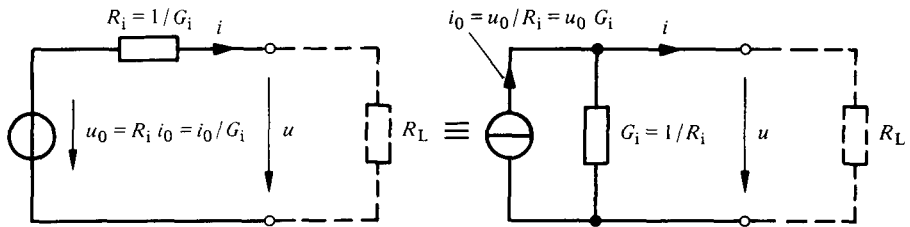


Fig. 6.32 Equivalence de sources de tension et de courant réelles.

6.7.4 Commentaires

On préfère généralement utiliser pour une source réelle le schéma équivalent en source de tension lorsque la résistance interne est petite vis-à-vis de la résistance équivalente R_L présentée par le circuit de charge. Par contre, on préférera souvent le schéma en source de courant, si la résistance interne (l'inverse de la conductance interne) est grande vis-à-vis de R_L :

$$R_i \ll R_L \rightarrow \text{source de tension}$$

$$R_i \gg R_L \rightarrow \text{source de courant}$$

Dans une procédure de réduction de circuit, il est en principe avantageux de représenter une source réelle par son schéma équivalent en source de tension si elle est en série avec d'autres éléments, et par son schéma en source de courant si elle est en parallèle avec d'autres éléments.

6.7.5 Exemple

Considérons le cas d'un bipôle constitué par la mise en parallèle de deux branches, dont l'une contient une source de tension u_0 avec une résistance R_1 en série, et l'autre une résistance unique R_2 (fig. 6.33). L'application du concept d'équivalence de sources permet de modifier ce circuit une première fois en remplaçant la source de tension réelle, composée par la source idéale u_0 et la résistance R_1 , par une source idéale de courant i_0

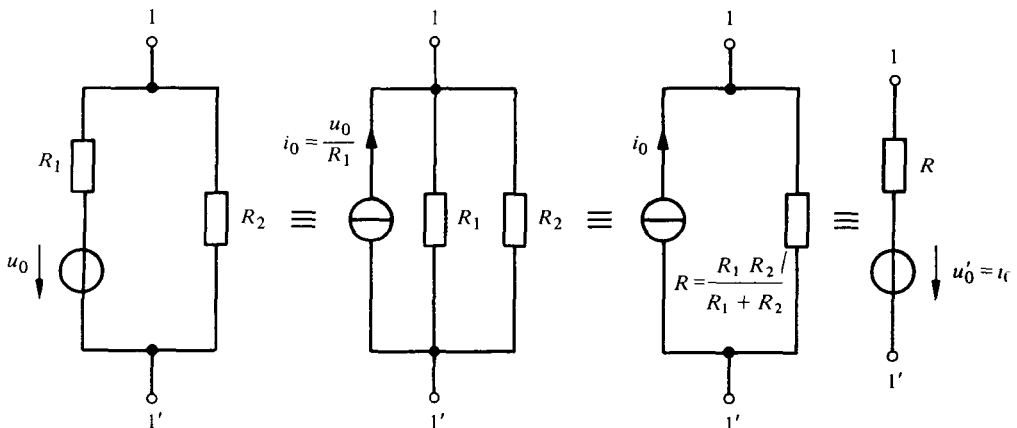


Fig. 6.33

avec une résistance interne R_1 en parallèle. On peut recombinaison ensuite R_1 et R_2 et l'on obtient un circuit équivalent au circuit original, qui se présente sous la forme d'une source de courant réelle avec comme courant de court-circuit $i_0 = u_0/R_1$ et résistance interne $R = R_1 R_2 / (R_1 + R_2)$. On peut enfin, si on le désire, revenir à un schéma en source de tension. On obtient ainsi une tension à vide $u'_0 = i_0 R = u_0 R_2 / (R_1 + R_2)$ placée en série avec la résistance interne R .

On constate que la nouvelle source de tension idéale u'_0 représente la tension à vide — c'est-à-dire sans débit de courant vers une charge extérieure — apparaissant entre les bornes 1-1' du circuit original (diviseur de tension !). Quant à la résistance R , elle représente la résistance équivalente vue entre ces mêmes bornes lorsqu'on annule la source de tension idéale (ce qui revient à la remplacer par un court-circuit).

6.7.6 Exemple

L'application du concept d'équivalence de sources permet également de remplacer un circuit bipôle comprenant des sources de types différents par une seule source réelle de courant ou de tension. Une illustration en est donnée à la figure 6.34.

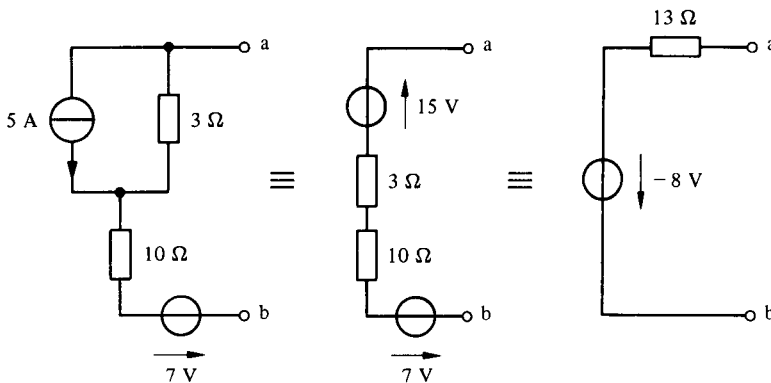


Fig. 6.34

6.7.7 Modification d'un circuit par substitution de sources

La présence dans le modèle d'un circuit électrique d'une branche du réseau ne contenant qu'une source idéale de tension ou de courant peut parfois, à première vue, bloquer une procédure de réduction.

Il est toutefois généralement possible de tourner cette difficulté en effectuant l'une des substitutions de sources illustrées sur les figures 6.35 et 6.36. Le but de cette substitution est de remplacer la source idéale par deux sources réelles ayant la même influence sur le reste du circuit. Ceci permet d'éliminer un noeud — ou une branche — du réseau. On vérifie aisément l'équivalence des circuits à l'aide des lois de Kirchhoff.

6.7.8 Exemple

Une illustration de l'application de cette méthode de substitution à la réduction d'un circuit est présentée sur la figure 6.37. Par réductions successives (par substitution de sources de courant d'abord, puis en jouant sur des équivalences de sources), le circuit

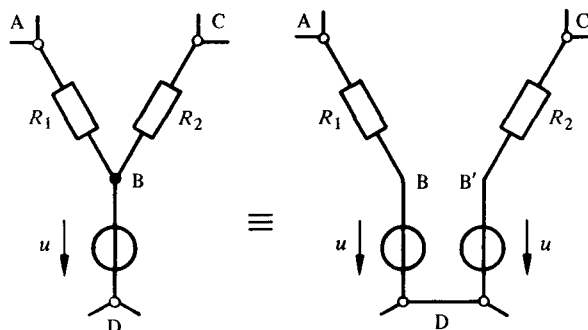


Fig. 6.35

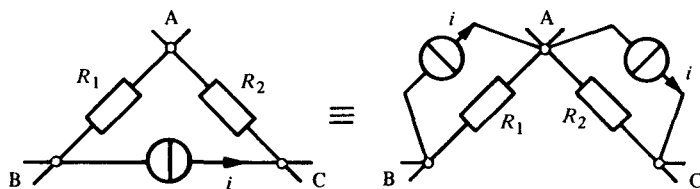


Fig. 6.36

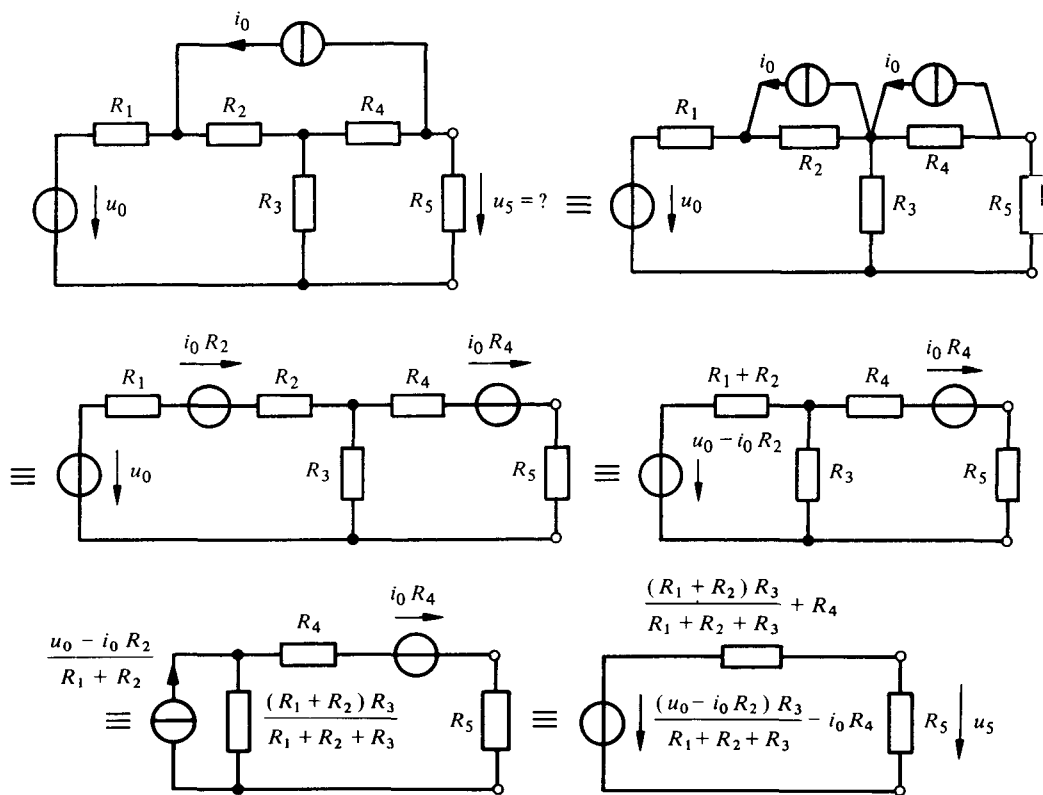


Fig. 6.37

initial est ramené à une simple source de tension réelle débitant sur une résistance de charge R_5 . On obtient finalement, pour la tension aux bornes de cette résistance, par (6.22) :

$$u_5 = \frac{(u_0 - i_0 R_2) R_3 R_5 - i_0 R_4 R_5 (R_1 + R_2 + R_3)}{(R_1 + R_2) R_3 + (R_4 + R_5)(R_1 + R_2 + R_3)}$$

6.7.9 Réduction d'un bipôle à une source réelle

Les différentes méthodes de simplification de circuits présentées jusqu'ici ont montré qu'il est toujours possible de réduire un bipôle contenant une combinaison quelconque de sources indépendantes et de résistances à un bipôle équivalent (fig. 6.38) qui ne contient finalement qu'une source de tension idéale en série avec une résistance interne (théorème de Thévenin) ou une source de courant idéale en parallèle avec cette même résistance interne (théorème de Norton). L'équivalence de ces bipôles est réalisée s'ils ont la même tension à vide

$$u_0 = u_{ab} \Big|_{i=0} \quad (6.52)$$

et le même courant de court-circuit

$$i_0 = i \Big|_{u_{ab}=0} \quad (6.53)$$

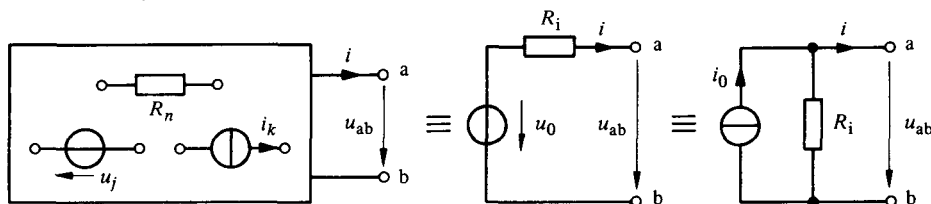


Fig. 6.38 Circuits équivalents de Thévenin et Norton.

La résistance interne

$$R_i = u_0 / i_0 = R_{ab} \Big|_{\substack{u_j=0 \\ i_k=0}} \quad (6.54)$$

correspond à la résistance équivalente du bipôle, vue des bornes a et b, lorsque toutes les sources idéales sont annulées (sources de tension court-circuitées et sources de courant ouvertes).

6.7.10 Commentaire

Ces théorèmes, dont la démonstration formelle, étendue au cas des circuits (R, L, C), peut être trouvée dans le volume IV de ce Traité (sect. 5.4), jouent un rôle important non seulement dans l'étude des circuits électriques, mais aussi dans celle d'autres systèmes linéaires.

Ils permettent de se représenter facilement le comportement d'un circuit, même fort compliqué, vis-à-vis d'une charge extérieure (amplificateur, ligne). Ils permettent

également de déterminer, souvent d'une manière très élégante et rapide, le courant ou la tension agissant sur une branche passive d'un réseau. Cette branche est alors assimilée pour l'occasion au circuit de charge du reste du réseau.

6.7.11 Exemple

Supposons que l'on désire calculer la valeur du courant traversant la résistance R_5 du circuit en pont représenté sur la figure 6.39. On peut remplacer, au niveau des bornes a et b, le circuit sans R_5 (qui est alors assimilé à la charge) par son schéma équivalent de Thévenin. La tension à vide u_0 est obtenue d'une manière semblable à celle décrite dans l'exemple 6.5.6.

En déterminant le courant i fourni par la source (égal au rapport de la tension u et de la résistance équivalente vue par la source) lorsque la charge R_5 n'est pas connectée (pour obtenir $i_5 = 0$), et en tenant compte du circuit diviseur de courant formé dans ce cas par $R_1 + R_3$ et $R_2 + R_4$, on obtient

$$\begin{aligned} u_0 &= u_{ab} \Big|_{i_5 = 0} \\ &= \frac{u}{R_0 + \frac{(R_1 + R_3)(R_2 + R_4)}{R_1 + R_2 + R_3 + R_4}} \left(\frac{R_2 + R_4}{R_1 + R_2 + R_3 + R_4} R_3 - \frac{R_1 + R_3}{R_1 + R_2 + R_3 + R_4} R_4 \right) \\ &= u \frac{(R_2 + R_4)R_3 - (R_1 + R_3)R_4}{R_0(R_1 + R_2 + R_3 + R_4) + (R_1 + R_3)(R_2 + R_4)} \end{aligned}$$

En reprenant les valeurs de tension et de résistances de l'exemple 6.5.6 ($u = 200 \text{ V}$, $R_0 = 10 \Omega$, $R_1 = 15 \Omega$, $R_3 = 3 \Omega$, $R_2 = 5 \Omega$ et $R_4 = 10 \Omega$), on obtient $u_0 = -45 \text{ V}$.

La résistance interne R_i est celle que l'on voit depuis les bornes a-b (et donc sans tenir compte de la charge R_5) après avoir annulé la source de tension u , ce qui correspond à la remplacer par un simple court-circuit.

En s'inspirant de la méthode présentée dans l'exemple 6.6.4, on obtient, après avoir procédé à une réduction par transformation $\Pi \rightarrow T$ sur les résistances R_0 , R_1 et R_3 :

$$R_i = \frac{R_1 R_3}{R_0 + R_1 + R_3} + \frac{\left(R_2 + \frac{R_0 R_1}{R_0 + R_1 + R_3} \right) \left(R_4 + \frac{R_0 R_3}{R_0 + R_1 + R_3} \right)}{R_2 + R_4 + \frac{R_0 R_1 + R_0 R_3}{R_0 + R_1 + R_3}}$$

Pour les valeurs numériques indiquées plus haut, la résistance interne du schéma équivalent de Thévenin vaut environ $6,96 \Omega$.

On a finalement pour le courant i_5 cherché

$$i_5 = \frac{u_0}{R_i + R_5}$$

Si $R_5 = 10 \Omega$, $i_5 \cong -2,65 \text{ A}$.

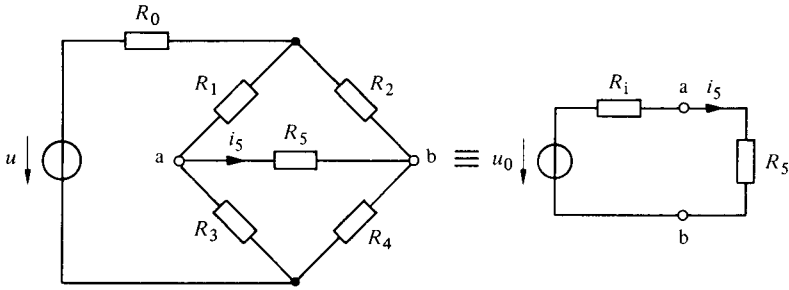


Fig. 6.39

6.7.12 Source avec charge résistive

Considérons une source réelle de résistance interne R_i alimentant une résistance de charge R_L . La tension u aux bornes de la source et le courant i fourni à la charge sont aisément déterminés en considérant l'un ou l'autre des schémas équivalents.

Du schéma en source de tension (fig. 6.40), on tire :

$$u = u_0 \frac{R_L}{R_i + R_L} ; \quad i = \frac{u}{R_L} = \frac{u_0}{R_i + R_L} \quad (6.55)$$

D'un schéma en source de courant, on obtiendrait les relations équivalentes (avec $G_L = 1/R_L$)

$$i = i_0 \frac{G_L}{G_i + G_L} = i_0 \frac{R_i}{R_i + R_L} ; \quad u = R_L i = \frac{i_0}{G_i + G_L} \quad (6.56)$$

Le couple de valeurs (u, i) fixe le *point de fonctionnement* du circuit. Celui-ci peut également être obtenu graphiquement (fig. 6.41) en reportant sur un même diagramme les caractéristiques $u = f(i)$ de la source et de la charge.

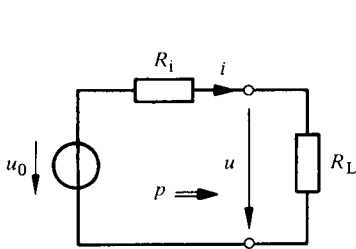


Fig. 6.40

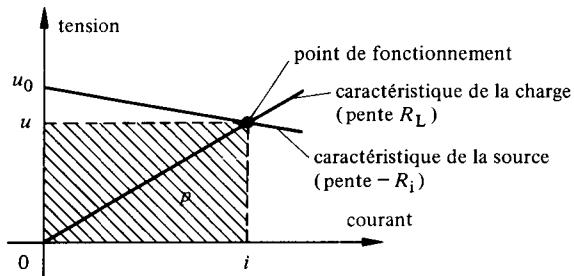


Fig. 6.41

6.7.13 Puissance fournie

La puissance instantanée fournie par la source réelle à la charge R_L est donnée par

$$p = u i \quad (6.57)$$

Cette puissance est représentée graphiquement sur le diagramme de la figure 6.41 par la zone hachurée.

En introduisant (6.55) dans (6.57), on obtient une expression de la puissance instantanée fournie qui est une fonction de la tension à vide de la source, de la résistance interne de celle-ci et de la résistance de charge :

$$p = u_0^2 \frac{R_L}{(R_i + R_L)^2} \quad (6.58)$$

On constate immédiatement que, pour une valeur de $R_i \neq 0$, lorsque $R_L = 0$ (court-circuit) la puissance p est nulle. Il en est de même lorsque $R_L = \infty$ (circuit ouvert). Entre ces deux valeurs extrêmes, il existe une condition de charge qui rend maximum la puissance fournie. Dans ce cas, la charge est dite *adaptée* (en puissance) à la source. Cette condition d'adaptation est réalisée si

$$R_L = R_i \quad (6.59)$$

L'établissement de ce résultat est proposé comme exercice.

6.8 PRINCIPE DE SUPERPOSITION

6.8.1 Théorème

Dans un circuit linéaire soumis à l'action de plusieurs sources indépendantes, le courant résultant en un point quelconque du circuit (respectivement la tension aux bornes de n'importe quel élément) s'obtient en effectuant la somme algébrique des courants (respectivement tensions) dus à chaque source prise individuellement et agissant seule.

6.8.2 Commentaires

Le principe de superposition énonce l'une des propriétés les plus fondamentales des systèmes composés d'éléments linéaires, électriques ou non, à savoir que la réponse du système à une somme d'excitations est égale à la somme des réponses dues à chaque excitation prise séparément (voir § IV.2.3.5).

Appliqué au cas des circuits électriques, il permet d'éviter une méthode d'analyse globale souvent très lourde, en la remplaçant par une succession de calculs partiels effectués sur des circuits simplifiés. A chaque étape, une seule source du réseau initial est prise en compte, les autres étant annulées (rappel : *l'annulation d'une source de tension idéale – résistance interne nulle – revient à la remplacer par un court-circuit, l'annulation d'une source de courant idéale – résistance interne infinie – revient à la remplacer par un circuit ouvert; une source réelle se réduit ainsi simplement à sa résistance interne*).

6.8.3 Exemple

Considérons le circuit à deux sources représenté sur la figure 6.42. On désire déterminer le courant i_2 traversant la résistance R_2 . En vertu du principe de superposition, ce courant peut être exprimé comme la somme de deux courants i_{2a} et i_{2b} , le premier dû à la source de courant i_0 agissant seule ($u_0 = 0$), et le second dû à la source de tension u_0 agissant seule ($i_0 = 0$).

$$i_2 = i_{2a} + i_{2b} = i_0 \frac{R_1}{R_1 + R_2} + \frac{u_0}{R_1 + R_2} = \frac{i_0 R_1 + u_0}{R_1 + R_2}$$

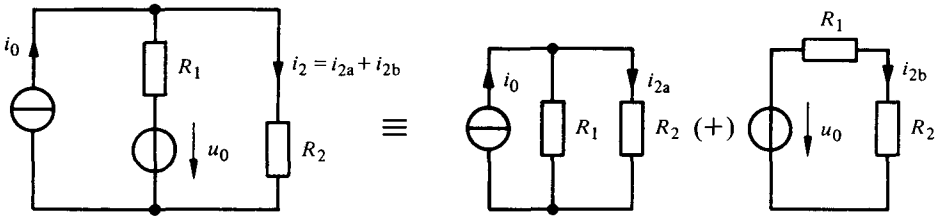


Fig. 6.42

6.8.4 Exemple

L'utilisation du principe de superposition facilite, entre autres, la détermination du schéma équivalent de Thévenin (ou Norton) d'un circuit à sources multiples. Prenons, par exemple, le circuit représenté sur la figure 6.43. La résistance interne du schéma équivalent de Thévenin est facilement obtenue en observant que l'on a affaire à un simple réseau en échelle (cf. § 6.4.5) lorsque toutes les sources sont annulées.

$$R_i = R_5 + \frac{1}{\frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_3 + \frac{1}{\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_1}}}}$$

La tension à vide u_0 peut être ici décomposée en une somme de trois termes correspondant à l'effet de chaque source prise isolément.

$$u_0 = u_{0a} + u_{0b} + u_{0c}$$

avec

$$u_{0a} = u_0 \Big|_{\substack{i=0 \\ u_2=0}} = \frac{R_2 R_4}{R_1 (R_2 + R_3 + R_4) + R_2 (R_3 + R_4)} u_1$$

$$u_{0b} = u_0 \Big|_{\substack{i=0 \\ u_1=0}} = \frac{R_3 + \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}}{R_3 + R_4 + \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}} u_2$$

$$u_{0c} = u_0 \Big|_{\substack{u_1=0 \\ u_2=0}} = - \left(R_5 + \frac{R_3 R_4}{R_3 + R_4 + \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}} \right) i$$

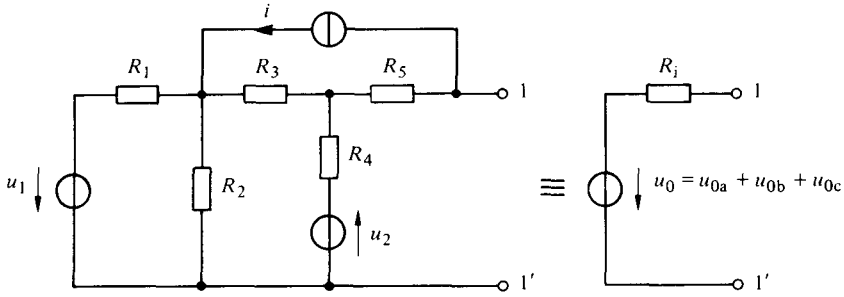


Fig. 6.43

6.9 PHÉNOMÈNES TRANSITOIRES

6.9.1 Equations différentielles

Le comportement d'un circuit linéaire comprenant des éléments inductifs L et capacitifs C est décrit par une – ou plusieurs – équation différentielle linéaire à coefficients constants. La résolution de cette équation conduit, dans le cas général, à un terme permanent (solution particulière de l'équation différentielle) qui est de même forme que l'excitation si celle-ci est continue ou sinusoïdale, et un terme transitoire (solution générale de l'équation différentielle homogène) qui tend vers zéro lorsque le temps t tend vers l'infini [23].

La réponse globale du circuit est la somme du terme permanent et du terme transitoire.

Une autre méthode générale de résolution d'équations différentielles, basée sur la Transformation de Laplace qui transforme les équations différentielles en équations algébriques, est décrite dans le volume IV de ce Traité.

6.9.2 Exemple : circuit RC

Considérons le circuit de la figure 6.44 où la tension $u(t)$ passe brusquement de la valeur zéro à la valeur U_0 au temps $t_0 = 0$, puis de la valeur U_0 à la valeur zéro au temps $t_1 \gg RC$.

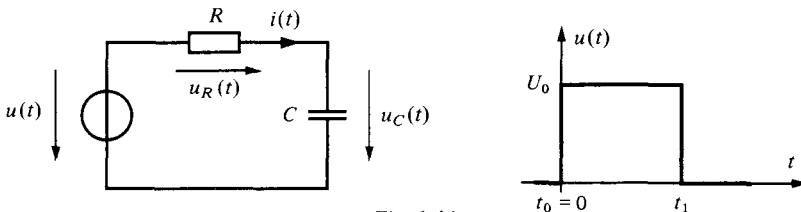


Fig. 6.44

Par (2.35), (5.1) et (5.13), la loi de Kirchhoff sur les tensions autour d'une maille donne, avec l'hypothèse d'une capacité initialement déchargée [$u_C(0) = 0$] :

$$Ri(t) + \frac{1}{C} \int i(t) dt = u(t) \quad (6.60)$$

Pour $t_0 \leq t < t_1$, $u(t) = U_0$. Après dérivation par rapport au temps et multiplication par C , on obtient une équation différentielle homogène du premier ordre décrivant le comportement du courant $i(t)$ circulant dans le circuit

$$RC \frac{di(t)}{dt} + i(t) = 0 \quad (6.61)$$

dont la solution générale est :

$$i(t) = i(0) \exp[-t/(RC)] \quad (6.62)$$

où $i(0) = U_0/R$ est la valeur initiale du courant au temps $t_0 = 0$, puisque la tension aux bornes de la capacité ne peut pas varier brusquement (§ 5.4.7).

Toujours pour $t_0 \leq t < t_1$, on en déduit les équations des tensions:

$$u_R(t) = Ri(t) = U_0 \exp[-t/(RC)] \quad t_0 \leq t < t_1 \quad (6.63)$$

et

$$u_C(t) = U_0 - u_R(t) = U_0 \{1 - \exp[-t/(RC)]\} \quad t_0 \leq t < t_1 \quad (6.64)$$

Cette équation décrit le phénomène transitoire de charge de la capacité C au travers de la résistance R . La vitesse du phénomène est liée à la *constante de temps* RC du circuit. Pour $t_1 \gg RC$, $u_C(t)$ atteint pratiquement la valeur U_0 et le courant $i(t)$ s'annule.

Si en t_1 la tension $u(t)$ retombe à zéro, l'équation différentielle homogène (6.61) et sa solution générale (6.62) restent valables pour déterminer le comportement du courant pour $t \geq t_1$, à la condition de remplacer la constante $i(0)$ par $i(t_1)$ qui vaut $-U_0/R$ si l'on admet la valeur asymptotique $u_C(t_1) = U_0$. On en tire le résultat

$$u_C(t) = -u_R(t) = U_0 \exp[-(t-t_1)/(RC)] \quad t \geq t_1 \quad (6.65)$$

qui décrit le phénomène transitoire de décharge de la capacité C dans la résistance R .

La combinaison des équations (6.63), (6.64) et (6.65) est illustrée sur la figure 6.45.

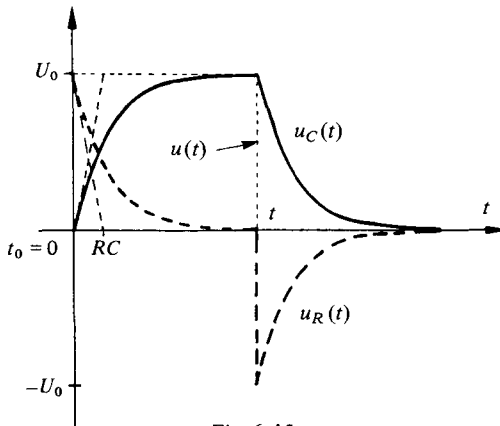


Fig. 6.45

6.9.3 Exemple : circuit RL

En remplaçant dans la figure 6.44 la capacité C par une inductance L (fig. 6.46) de courant initial $i(0) = 0$, on obtient par analogie aux résultats précédents (exercice 6.10.15) :

$$i(t) = \frac{U_0}{R} \{1 - \exp[-t / (L / R)]\} \quad t_0 \leq t < t_1 \quad (6.66)$$

$$i(t) = \frac{U_0}{R} \exp[-(t - t_1) / (L / R)] \quad t \geq t_1 \quad (6.67)$$

où la constante de temps est maintenant donnée par le rapport L/R .

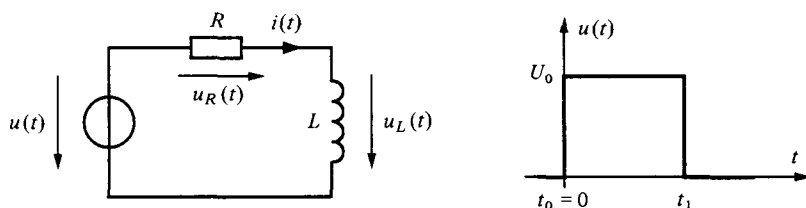


Fig. 6.46

La tension aux bornes de la résistance R se déduit directement de (6.66) et (6.67) par la relation $u_R(t) = Ri(t)$. L'évolution de la tension aux bornes de l'inductance est ensuite obtenue en tenant compte de la relation $u_L(t) = u(t) - u_R(t)$:

$$u_L(t) = U_0 \exp[-t / (L / R)] \quad t_0 \leq t < t_1 \quad (6.68)$$

$$u_L(t) = -U_0 \exp[-(t - t_1) / (L / R)] \quad t \geq t_1 \quad (6.69)$$

On obtient donc pour $u_R(t)$ et $u_L(t)$ des comportements transitoires semblables à ceux des tensions $u_C(t)$ et $u_R(t)$ du circuit RC représentées sur la figure 6.45, après avoir remplacé la constante de temps RC par L/R .

6.9.4 Circuit RLC

Soit une source $u(t)$ passant brusquement de la valeur 0 à la valeur U_0 en $t_0 = 0$. Le branchement en série à ses bornes d'une résistance R , d'une inductance L et d'une capacité C initialement déchargée [$u_C(0) = 0$], selon le schéma de la figure 6.47, conduit par application de la loi de Kirchhoff sur les tensions à l'équation intégréo-différentielle

$$Ri(t) + L \frac{di(t)}{dt} + \frac{1}{C} \int i(t) dt = u(t) \quad (6.70)$$

Pour $t > t_0$, $u(t) = U_0$ et l'on obtient après dérivation par rapport au temps l'équation différentielle homogène du deuxième ordre:

$$L \frac{d^2 i(t)}{dt^2} + R \frac{di(t)}{dt} + \frac{i(t)}{C} = 0 \quad (6.71)$$

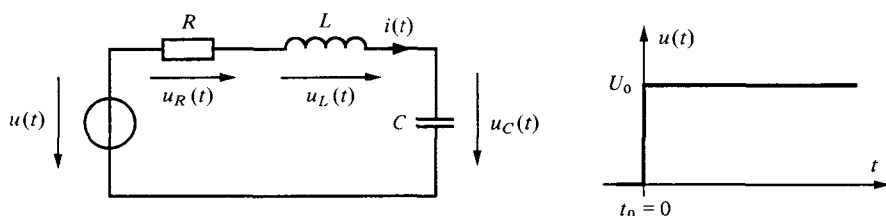


Fig. 6.47

dont la solution générale dépend des valeurs relatives de R , L et C , ainsi que des conditions initiales. On supposera ici que le courant au temps t_0 est nul et que la capacité est initialement déchargée [$u_C(0) = 0$]. Il en découle que $u_R(0) = 0$ et $u_L(0) = U_0$. Comme selon (5.18) $u_L(t) = L di/dt$, on a également la condition initiale $di/dt = U_0/L$ au temps $t_0 = 0$.

- Pour $R^2 > 4L/C$, la solution est dite *suramortie* :

$$i(t) = I_1 \exp[(\alpha + \beta)t] + I_2 \exp[(\alpha - \beta)t] \quad t \geq t_0 \quad (6.72)$$

avec $\alpha = -R/(2L)$ et $\beta = \{[R/(2L)]^2 - 1/(LC)\}^{1/2}$.

La condition $i(0) = 0$ entraîne $I_1 = -I_2 = I$ et la condition $di/dt = 2\beta I = U_0/L$ au temps $t_0 = 0$ conduit au résultat final (fig. 6.48(a)):

$$i(t) = \frac{U_0}{2\beta L} \{ \exp[(\alpha + \beta)t] - \exp[(\alpha - \beta)t] \} \quad t \geq t_0 \quad (6.73)$$

- Pour $R^2 = 4L/C$, la solution est dite à *amortissement critique* :

$$i(t) = (A + Bt) \exp(\alpha t)$$

où $A = 0$ si $i(0) = 0$ et $B = di/dt = U_0/L$ au temps $t_0 = 0$. On a donc finalement (fig. 6.48(b)):

$$i(t) = \frac{U_0}{L} t \exp(\alpha t) \quad t \geq t_0 \quad (6.74)$$

- Pour $R^2 < 4L/C$, la solution est dite *oscillatoire amortie* :

$$i(t) = \exp(\alpha t) [I_3 \cos(\omega t) + I_4 \sin(\omega t)] \quad t \geq t_0 \quad (6.75)$$

où $\omega = \{[1/(LC) - R/(2L)]^2\}^{1/2}$, $I_3 = 0$ si $i(0) = 0$ et $di/dt = \omega I_4 = U_0/L$ au temps $t_0 = 0$. On obtient donc finalement (fig. 6.48(c)):

$$i(t) = \frac{U_0}{\omega L} \exp(\alpha t) \sin(\omega t) \quad t \geq t_0 \quad (6.76)$$

Les tensions $u_R(t)$, $u_L(t)$ et $u_C(t)$ peuvent se déduire des relations $u_R(t) = Ri(t)$, $u_L(t) = L di/dt$ et $u_C(t) = u(t) - u_R(t) - u_L(t)$.

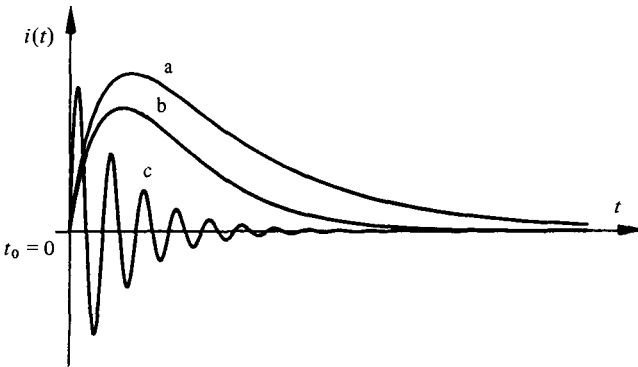


Fig. 6.48

6.10 EXERCICES

6.10.1 Déterminer les résistances équivalentes à la mise en série et à la mise en parallèle de quatre résistances valant respectivement $150\ \Omega$, $33\ \Omega$, $100\ m\Omega$ et $3,9\ k\Omega$.

6.10.2 Déterminer les capacités équivalentes à la mise en série et à la mise en parallèle trois capacités valant respectivement $33\ nF$, $150\ nF$ et $47\ pF$.

6.10.3 Déterminer l'inductance équivalente à la mise en série, respectivement à la mise en parallèle, de deux inductances $L_1 = 3\ \mu H$ et $L_2 = 10\ \mu H$.

6.10.4 Quelle est la source de tension u_{ab} équivalente au bipôle de la figure 6.49?

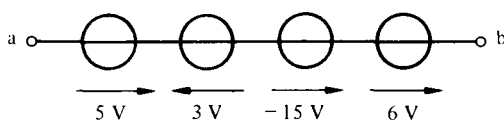


Fig. 6.49

6.10.5 Quelle est la source de courant équivalente au bipôle de la figure 6.50?

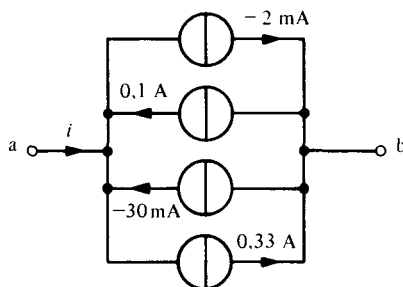


Fig. 6.50

6.10.6 Calculer la résistance équivalente au bipôle de la figure 6.51, sachant que $R_1 = 470\ \Omega$, $R_2 = 2,2\ k\Omega$ et $R_3 = 10\ k\Omega$.

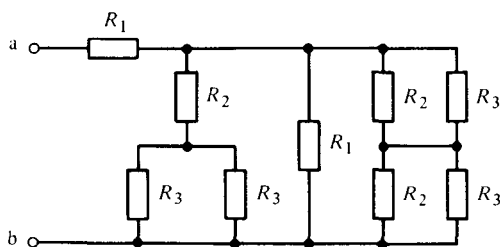


Fig. 6.51

6.10.7 Réduire le plus possible le bipôle de la figure 6.52.

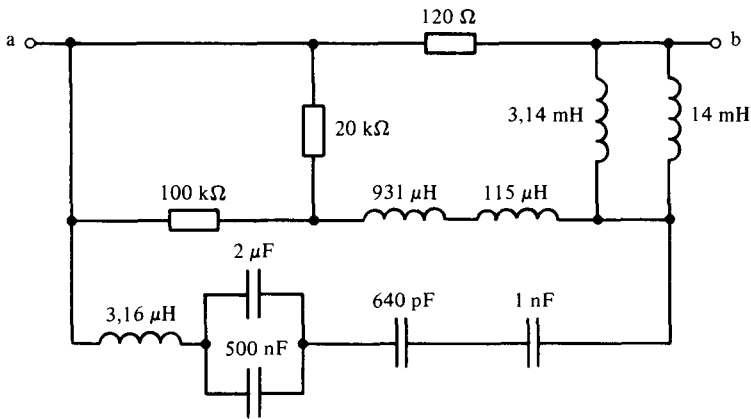


Fig. 6.52

6.10.8 Déterminer la relation liant les éléments R_1 , R_2 , C_1 et C_2 de la figure 6.53 pour que le rapport $u_2(t)/u_1(t)$ soit une constante.

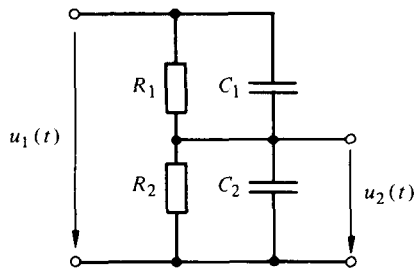


Fig. 6.53

6.10.9 Trois capacités $C_1 = 1 \mu\text{F}$, $C_2 = 2 \mu\text{F}$ et $C_3 = 3 \mu\text{F}$ sont branchées en parallèle à une source de courant. Déterminer la fraction du courant de la source qui circule dans chaque capacité.

6.10.10 Calculer la résistance équivalente au bipôle de la figure 6.54.

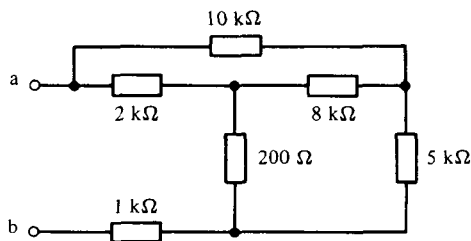


Fig. 6.54

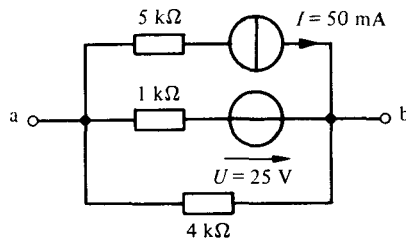


Fig. 6.55

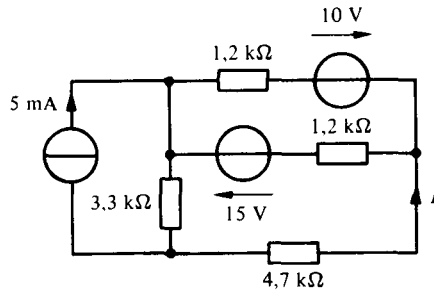


Fig. 6.56

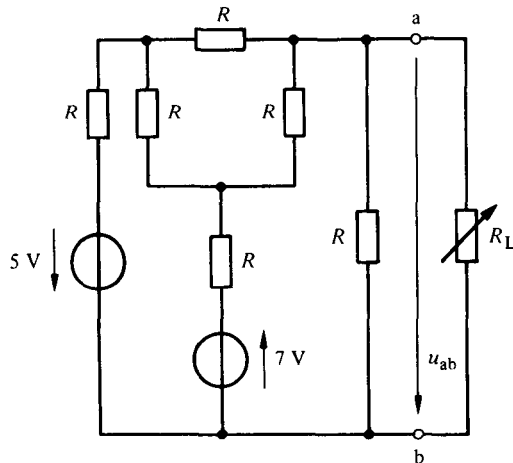


Fig. 6.57

6.10.11 Etablir les schémas équivalents en source de tension réelle et en source de courant réelle du bipôle de la figure 6.55.

6.10.12 Démontrer la condition d'adaptation en puissance (6.59).

6.10.13 Calculer le courant I du circuit de la figure 6.56 en appliquant le principe de superposition.

6.10.14 Déterminer la loi $u_{ab} = f(R_L)$ pour le circuit de la figure 6.57 et calculer la valeur particulière de u_{ab} obtenue à l'adaptation de puissance si $R = 1 \text{ k}\Omega$.

6.10.15 Démontrer les résultats du paragraphe 6.9.3.

CIRCUITS EN RÉGIME CONTINU

7.1 RÉGIME PERMANENT CONTINU

7.1.1 Définition

Un circuit électrique est dit *en régime continu*, lorsque toutes les excitations extérieures (courants ou tensions) sont des constantes.

Il en découle que tous les courants ou tensions internes au circuit sont également des constantes [$u(t) = U$ et $i(t) = I$], de même que la puissance instantanée fournie ou dissipée par chaque élément du circuit [$p(t) = P$].

7.1.2 Commentaires

L'usage a consacré l'emploi, en électrotechnique, de termes tels que *courant continu* ou *tension continue*, là où il faudrait plutôt parler de courant constant et tension constante. Cette terminologie crée en effet une confusion regrettable avec la notion de continuité introduite en mathématique, qui est elle associée au caractère ininterrompu d'une fonction ou du domaine d'existence d'une variable. Alors qu'on oppose en électrotechnique courant continu à courant sinusoïdal, en mathématique une fonction sinusoïdale est bel et bien une fonction continue !

Ainsi, l'analyse d'un circuit en régime continu ne concerne que des grandeurs constantes correspondant à un régime permanent. Celui-ci ne peut être atteint qu'après un temps suffisamment long après l'enclenchement d'excitations extérieures de valeurs constantes. L'étude des phénomènes transitoires, généralement présents à l'enclenchement, est succinctement présentée à la section 6.9 et développée dans le volume IV de ce Traité.

7.1.3 Importance du régime continu

Les modèles de circuits électriques en régime continu se présentent sous une forme particulièrement simple, puisqu'ils ne comprennent plus que des sources (de courant ou de tension) et des résistances. On peut en effet éliminer les éventuelles capacités et inductances qui ne représentent dans ce cas que des circuits ouverts et des court-circuits, respectivement.

Les seules lois à faire intervenir pour l'analyse de tels circuits sont donc les lois de Kirchhoff et la loi d'Ohm.

La méthodologie de mise en équation d'un circuit peut ainsi être étudiée dans des conditions très favorables. Grâce au concept d'impédance (voir chap. 8), les résultats obtenus peuvent être par la suite aisément généralisés au cas du régime permanent sinusoïdal.

Notons enfin que l'étude d'un circuit en régime continu intervient dans de nombreuses situations pratiques, notamment dans le calcul de certains dispositifs électroniques et de mesure.

7.2 MISE EN ÉQUATIONS DES CIRCUITS LINÉAIRES À RÉSISTANCES

7.2.1 Application des lois de Kirchhoff

En régime permanent continu, les phénomènes inductifs et capacitifs sont inexistant. Un circuit quelconque se réduit ainsi à un simple circuit à résistances, après avoir remplacé les inductances par des court-circuits ($u_L = L \, di/dt = 0$) et les capacités par des circuits ouverts ($i_C = C \, du/dt = 0$).

Le circuit ainsi obtenu est un ensemble (réseau) de branches (b) résistives, connectées entre elles en des noeuds (n), qui forment un certain nombre de mailles (m). Un exemple parmi d'autres est le réseau planaire représenté schématiquement sur la figure 7.1.

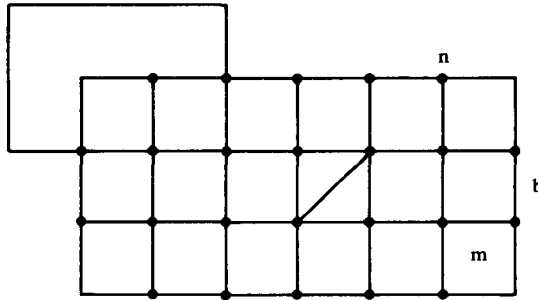


Fig. 7.1

Les branches sont ici des bipôles formés de résistances et, cas échéant, de sources de tension ou de courant. Par application de la loi d'Ohm et du théorème de Thévenin (§ 6.7.9), il est toujours possible de réduire la structure de chaque branche à la mise en série d'une source idéale de tension U_{b0} et d'une résistance totale R_b . La relation entre le courant et la tension aux bornes de chaque branche est ainsi (si l'on choisit les sens de référence arbitraires de la figure 7.2) du type :

$$U_b = R_b I_b - U_{b0} \quad (7.1)$$

Bien entendu, si la branche ne contient aucune source, $U_{b0} = 0$.

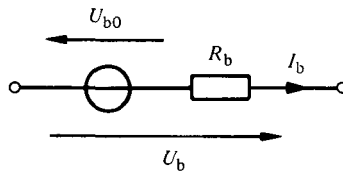


Fig. 7.2 Schéma équivalent d'une branche du réseau.

Les méthodes de réduction de circuit exposées au chapitre précédent ne sont utiles que lorsque l'on veut déterminer les valeurs d'un petit nombre de grandeurs du circuit seulement. Une description complète, dans l'hypothèse où on considère comme connues les valeurs des sources et des éléments, nécessite la connaissance des b courants de branches et des b tensions de branches, soit au total $2b$ inconnues. La solution d'un tel problème exige donc l'établissement de $2b$ équations indépendantes.

La méthodologie générale conduisant au choix d'un ensemble d'équations linéairement indépendantes permettant de calculer les tensions et les courants inconnus est le sujet principal de la théorie des circuits. Ce domaine étant développé de manière approfondie et rigoureuse dans le volume IV de ce Traité, nous nous contenterons d'indiquer ici sommairement comment il convient d'aborder cette mise en équations.

Sur les $2b$ équations indépendantes indispensables, la moitié est fournie par les équations (7.1) établies pour chaque branche. Les autres b équations seront établies en appliquant méthodiquement les lois de Kirchhoff. On peut obtenir ainsi n équations de noeuds du type

$$\sum_k I_{bk} = 0 \quad (7.2)$$

où I_{bk} est le courant circulant dans la k -ième branche aboutissant au noeud considéré, et m équations de mailles

$$\sum_l U_{bl} = 0 \quad (7.3)$$

où U_{bl} est la tension aux bornes de la l -ième branche de la maille considérée.

Toutefois, ces $n + m$ équations ne sont pas toutes indépendantes. On constate en effet que sur les n équations possibles du type (7.2), seules $(n - 1)$ sont indépendantes, puisque la connaissance des courants entrant ou sortant des $(n - 1)$ premiers noeuds du circuit suffit à déterminer ceux du n -ième noeud. Les $b - (n - 1)$ équations indépendantes complémentaires nécessaires seront établies en appliquant (7.3) à un nombre égal de mailles choisies en s'assurant de leur indépendance. On démontre en effet (§ IV.4.2.9) par des arguments topologiques que c'est bien là le nombre total de mailles indépendantes d'un tel réseau.

7.2.2 Exemple

Considérons le circuit représenté à la figure 7.3. Il comprend $b = 3$ branches, $n = 2$ noeuds et $m = 2$ mailles indépendantes. Puisque $b = 3$, ce circuit est décrit par un système de 6 équations à 6 inconnues :

- b équations de branches du type (7.1), dont la première est obtenue en appliquant le théorème de Thévenin :

$$U' = (R_1 + R_2)I' - R_1 I_0$$

$$U'' = R_3 I''$$

$$U''' = (R_4 + R_5 + R_6)I'''$$

- $(n - 1)$ équation de noeuds du type (7.2) :

$$I' - I'' - I''' = 0$$

Cette équation, établie au noeud a, est identique à celle du noeud b !

- $b - (n - 1)$ équations de mailles indépendantes du type (7.3) :

$$U' + U'' = 0$$

$$U'' - U''' = 0$$

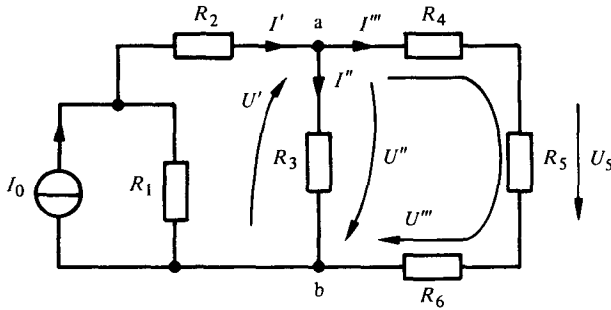


Fig. 7.3

Supposons que l'on désire calculer la tension U_5 apparaissant aux bornes de la résistance R_5 . On a alors

$$U_5 = R_5 I'''$$

Le courant I''' peut être obtenu en résolvant le système d'équations ci-dessus. En introduisant les équations de branches dans les équations de mailles et en remplaçant I' par $I'' + I'''$ (résultat tiré de l'équation du noeud a), on obtient le système de deux équations à deux inconnues suivant :

$$(R_1 + R_2 + R_3)I'' + (R_1 + R_2)I''' = R_1 I_0$$

$$R_3 I'' = (R_4 + R_5 + R_6)I'''$$

En éliminant I'' entre ces deux équations, on obtient finalement

$$I''' = \frac{R_1 R_3 I_0}{(R_1 + R_2)R_3 + (R_1 + R_2 + R_3)(R_4 + R_5 + R_6)}$$

7.2.3 Exemple

Soit à établir un système d'équation décrivant le circuit de la figure 7.4. Ce circuit possède cinq branches, trois noeuds et trois mailles indépendantes. On est ainsi conduit à écrire un système de 10 équations à 10 inconnues, avec 5 équations de branches, 2 équations de noeuds et 3 équations de mailles :

- branche 1 $U_1 = R_1 I_1 - U_{10}$
- branche 2 $U_2 = R_2 I_2$
- branche 3 $U_3 = R_3 I_3$
- branche 4 $U_4 = R_4 I_4$
- branche 5 $U_5 = R_5 I_5 + U_{50}$

- noeud a $I_1 - I_2 - I_3 = 0$
- noeud b $I_3 - I_4 - I_5 = 0$
- maille aca $U_1 + U_2 = 0$
- maille abca $U_2 - U_3 - U_4 = 0$
- maille bcb $U_4 - U_5 = 0$

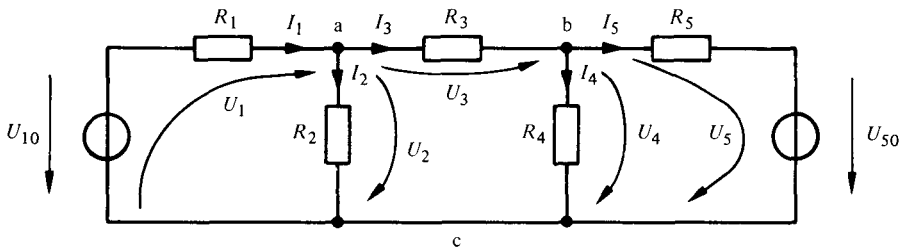


Fig. 7.4

7.2.4 Méthodes systématiques

Lorsque le circuit à analyser est relativement compliqué et comporte un grand nombre de branches, l'établissement du système d'équations indépendantes nécessaire et sa résolution deviennent des tâches assez laborieuses. Il est alors préférable d'aborder l'étude du circuit à l'aide de l'une des méthodes systématiques de mise en équation présentées dans le volume IV de ce Traité.

L'une de ces méthodes est basée sur le calcul de $m = b - (n - 1)$ **courants de mailles** indépendants. Un courant de maille est un courant fictif circulant dans toute la maille considérée, c'est-à-dire qu'il traverse toutes les branches qui forment cette maille. Le courant d'une branche donnée est alors égal à la somme algébrique des courants des mailles contiguës. Le choix des courants de mailles comme variables indépendantes conduit ainsi à établir un système de m équations à m inconnues du type (7.3), dont la résolution peut être obtenue par les techniques usuelles d'algèbre linéaire.

Une autre approche systématique consiste à prendre comme variables indépendantes les $n - 1$ **potentiels de noeuds** du réseau mesurés par rapport au n -ième noeud choisi comme référence (potentiel zéro). Les diverses tensions de branches s'en déduisent aisément. On obtient ainsi un système de $n - 1$ équations à $n - 1$ inconnues.

7.3 PONT DE WHEATSTONE

7.3.1 Principe

Le pont de Wheatstone, représenté sur la figure 7.5, est un exemple intéressant de circuit susceptible de satisfaire à une condition particulière d'équilibre (un peu comme les plateaux d'une balance !) qui correspond à l'annulation de la tension U_5 , et partant du courant I_5 , quelles que soient U_0 , R_0 et R_5 . Un tel principe peut être utilisé en courant continu pour effectuer la mesure d'une résistance inconnue ou généralisé en régime alternatif pour déterminer des impédances inconnues (voir chap. 10 et vol. XVII).

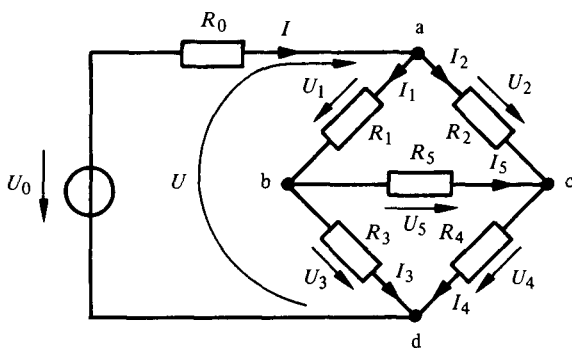


Fig. 7.5

L'analyse de ce circuit et l'établissement de cette condition d'équilibre est un excellent exemple de calcul de circuit en régime continu.

7.3.2 Mise en équation

Comprenant 6 branches, 4 noeuds et 3 mailles indépendantes, ce circuit nécessite pour sa description un système de 12 équations à 12 inconnues. Celui-ci est facilement obtenu en appliquant la procédure décrite précédemment. Les 6 équations de branches sont :

- $U = R_0 I - U_0$
- $U_1 = R_1 I_1$
- $U_2 = R_2 I_2$
- $U_3 = R_3 I_3$
- $U_4 = R_4 I_4$
- $U_5 = R_5 I_5$

Les $n - 1 = 3$ équations de noeuds donnent :

- noeud a $I - I_1 - I_2 = 0$
- noeud b $I_1 - I_3 - I_5 = 0$
- noeud c $I_2 - I_4 + I_5 = 0$

On vérifie aisément que l'équation du quatrième noeud (d) correspond simplement à l'addition des trois équations ci-dessus.

Les trois équations complémentaires sont fournies par les équations de mailles suivantes :

- maille abda $U + U_1 + U_3 = 0$
- maille abca $U_1 - U_2 + U_5 = 0$
- maille bcd b $U_5 + U_4 - U_3 = 0$

7.3.3 Calcul du courant I_5

On peut exprimer le courant I_5 en fonction de la seule tension d'excitation U_0 et des diverses résistances du circuit en éliminant progressivement les 11 autres inconnues du système.

L'introduction des 6 équations de branches dans les 3 équations de mailles donne

$$R_0 I + R_1 I_1 + R_3 I_3 = U_0$$

$$R_1 I_1 - R_2 I_2 + R_5 I_5 = 0$$

$$R_5 I_5 + R_4 I_4 - R_3 I_3 = 0$$

Avec les 3 équations de noeuds établies précédemment, on obtient ainsi un nouveau système de 6 équations à 6 inconnues (les courants de branches).

En tirant ensuite I de l'équation du noeud a, I_1 de celle du noeud b, I_4 de celle du noeud c, et en introduisant ces résultats dans les 3 équations ci-dessus, on obtient le système de 3 équations à 3 inconnues.

$$R_0 I_2 + (R_0 + R_1 + R_3) I_3 + (R_0 + R_1) I_5 = U_0$$

$$-R_2 I_2 + R_1 I_3 + (R_1 + R_5) I_5 = 0$$

$$R_4 I_2 - R_3 I_3 + (R_4 + R_5) I_5 = 0$$

En éliminant successivement I_2 et I_3 , on obtient finalement

$$I_5 = \frac{\gamma R_2 U_0}{\beta \gamma - \alpha \delta}$$

avec

$$\alpha = R_0 R_1 + R_0 R_2 + R_1 R_2 + R_2 R_3$$

$$\beta = R_0 R_1 + R_0 R_2 + R_1 R_2 + R_0 R_5$$

$$\gamma = R_1 R_4 - R_2 R_3$$

$$\delta = R_1 R_4 + R_2 R_4 + R_2 R_5 + R_4 R_5$$

7.3.4 Condition d'équilibre

La condition d'équilibre du pont de Wheatstone est obtenue lorsque $I_5 = 0$, c'est-à-dire pour $\gamma = 0$, ou en d'autres termes, lorsque l'égalité suivante est satisfaite :

$$R_1 R_4 = R_2 R_3 \quad (7.4)$$

7.3.5 Remarques

La condition d'équilibre ci-dessus peut aussi s'obtenir très simplement en égalant les tensions des deux diviseurs de tensions que forment les résistances R_1 et R_3 d'une part, R_2 et R_4 d'autre part, lorsque $I_5 = 0$.

On peut également déterminer I_5 dans le cas général par application du théorème de Thévenin (voir § 6.7.11).

7.4 CIRCUITS AVEC ÉLÉMENTS NON LINÉAIRES

7.4.1 Insuffisance des modèles linéaires

Une importance prédominante est généralement donnée à l'étude des circuits linéaires. Les raisons en sont évidentes : simplification des modèles mathématiques d'éléments et de circuits, existence de méthodes générales d'analyse et de techniques algébriques efficaces de résolution, unicité de la solution. Très souvent, les lois physiques régissant le comportement d'un système réel sont si proches des lois linéaires que l'hypothèse de linéarité faite lors de l'établissement des modèles n'entraîne aucune erreur significative.

Cette prédominance pourrait laisser croire au lecteur que tous les circuits sont linéaires, ou que seuls les circuits linéaires peuvent faire l'objet d'un modèle et d'une analyse rigoureuse. Ceci pourrait l'encourager à appliquer par ignorance l'analyse linéaire à mauvais escient, avec comme conséquence l'établissement de résultats grossièrement faux.

Il est vrai que l'étude théorique de circuits non linéaires peut se heurter à de sérieuses difficultés, voire à des impossibilités. Il n'existe pas de méthode générale d'analyse et la *non-linéarité proscriit en particulier toute approche basée sur le principe de superposition*. L'obtention d'une solution peut exiger le recours à des méthodes d'analyse numérique, voire graphique. De plus, un problème peut conduire à plusieurs solutions, à une solution unique, ou même à pas de solution du tout (ceci en raison du caractère approximatif des modèles de non-linéarités utilisés).

Cette section n'a pas l'ambition de traiter de l'étude des circuits non linéaires de manière approfondie et systématique. Elle est simplement destinée à illustrer quelques procédures simples utilisables dans des cas de circuits non linéaires simples, tels que ceux comprenant des sources indépendantes, des résistances linéaires ou non linéaires, ou des modèles de dispositifs à semiconducteurs (diode par exemple) en régime continu.

7.4.2 Exemple de résolution analytique

Dans certains cas, les équations décrivant le fonctionnement d'un circuit non linéaire se présentent sous une forme telle qu'une solution analytique peut être déterminée. Cette situation favorable peut apparaître en particulier si une approximation raisonnable des non-linéarités est obtenue par un développement en série de puissances du type

$$I = a_0 + a_1 U + a_2 U^2 + a_3 U^3 + \dots \quad (7.5)$$

pour autant que l'ordre du polynôme ne soit pas trop élevé.

Considérons, par exemple, le circuit de la figure 7.6 où une résistance non linéaire R_{nl} sert de charge à une source ayant une résistance interne (linéaire) R et une tension à vide U_0 . La caractéristique de l'élément non linéaire (voir fig. 7.7) est définie par la relation

$$I = (a|U| + bU^2) \operatorname{sgn} U$$

où a et b sont des constantes positives et

$$\operatorname{sgn} U = \frac{U}{|U|} = \begin{cases} +1 & \text{si } U > 0 \\ 0 & \text{si } U = 0 \\ -1 & \text{si } U < 0 \end{cases}$$

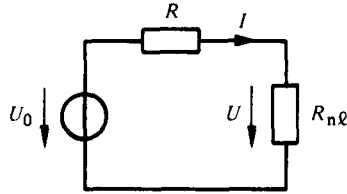


Fig. 7.6

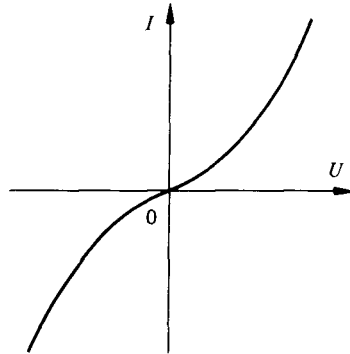


Fig. 7.7

Pour $U_0 > 0$, et donc $U > 0$, l'équation de ce simple circuit

$$U_0 - RI = U$$

conduit à l'expression quadratique

$$bRU^2 + (1 + aR)U - U_0 = 0$$

qui possède deux solutions réelles dont la seule positive est

$$U = \frac{1}{2bR} \left[\sqrt{(1 + aR)^2 + 4bRU_0} - (1 + aR) \right]$$

De par la symétrie impaire de la caractéristique, pour $U_0 < 0$, on obtient pour U le même résultat simplement changé de signe.

Numériquement, si $U_0 = 4 \text{ V}$, $R = 1 \Omega$, $a = 2 \text{ S}$ et $b = 1 \text{ SV}^{-1}$, on obtient $U = 1 \text{ V}$ et par conséquent $I = 3 \text{ A}$.

7.4.3 Remarque

Un circuit comprenant des sources indépendantes et des résistances linéaires et non linéaires caractérisées par des lois du type $u = f(i)$ variant de manière monotone possède toujours une solution unique, c'est-à-dire un seul état satisfaisant les lois de Kirchhoff (ceci résulte d'un théorème que nous ne démontrerons pas ici). Toutefois, il est assez rare que l'on puisse déterminer cet état de manière analytique. Il suffit pour s'en convaincre de considérer l'exemple décrit au paragraphe suivant.

Remarquons également que, si l'une des résistances possède une caractéristique $u = f(i)$ non strictement monotone, il est fort possible que le circuit ait plusieurs solutions.

7.4.4 Exemple ne possédant pas de solution analytique

Remplaçons la résistance R_{n1} de l'exemple 7.4.2 par une diode d'équation

$$I = I_s [\exp(U/V) - 1]$$

où I_s et V sont des paramètres constants.

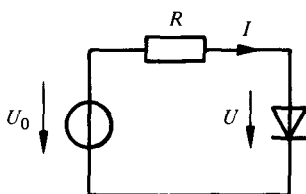


Fig. 7.8

Le circuit (fig. 7.8) est alors décrit par une équation transcendante

$$U + R I_s \exp(U/V) - R I_s - U_0 = 0$$

que l'on peut aussi mettre sous la forme

$$\frac{U}{V} - \ln(U_0 + R I_s - U) + \ln R I_s = 0$$

et qui ne possède pas de solution analytique.

On peut par contre résoudre ce type de problème par voie numérique (ordinateur) avec une précision très élevée ou par voie graphique de manière approchée.

7.4.5 Résolution graphique

Lorsqu'un circuit en régime continu ne contient qu'un seul élément non linéaire dont la caractéristique $U=f(I)$ est connue soit sous la forme d'une expression analytique, soit sous la forme d'un ensemble de points de mesure, une résolution approximative par voie graphique peut être envisagée. Une telle méthode s'impose souvent en raison de sa simplicité et de son efficacité.

Elle consiste simplement à déterminer au préalable le schéma équivalent de Thévenin (ou de Norton) de la partie linéaire du circuit auquel l'élément non linéaire sert ainsi de charge. Cette simplification nous ramène donc au même type de circuit que ce-

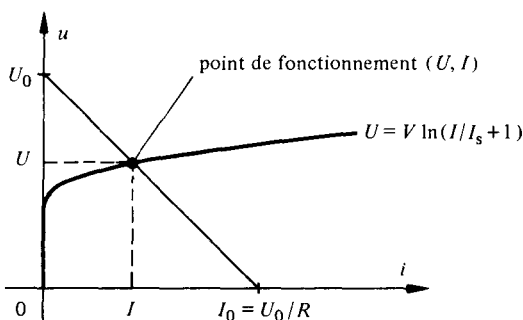


Fig. 7.9

lui représenté sur la figure 7.6, où U_0 et R sont respectivement la tension à vide et la résistance interne de la source équivalente. L'équation du circuit

$$U_0 - RI = U$$

doit satisfaire simultanément la source débitant le courant I et la charge non linéaire. Sa solution est représentée par le point de fonctionnement (U, I) qui est déterminé graphiquement dans un diagramme $u = f(i)$ – ou $i = g(u)$ – par l'intersection des caractéristiques de la source (droite définie par la tension à vide U_0 et le courant de court-circuit $I_0 = U_0/R$) et de la charge.

La figure 7.9 illustre cette procédure pour le circuit de la figure 7.8.

7.4.6 Remarque

Il peut arriver que la caractéristique non linéaire soit telle qu'il existe plusieurs intersections. On peut alors montrer (voir vol. VIII) que parmi les solutions ainsi obtenues, certaines correspondent à des points de fonctionnement stables, alors que les autres sont instables.

7.4.7 Approximation par segments de droite

Une caractéristique non linéaire peut être représentée approximativement par un ensemble de segments linéaires. Cette approche est d'autant plus efficace que le nombre de segments à considérer est réduit. On fera correspondre alors un modèle linéaire approprié à chaque segment. Ce modèle linéaire se réduit, en régime continu, à une source idéale fictive de valeur correspondant à l'intersection du prolongement du segment linéaire avec l'axe U ou l'axe I , et d'une résistance donnée par la pente de ce segment (voir fig. 7.10 et 7.11).

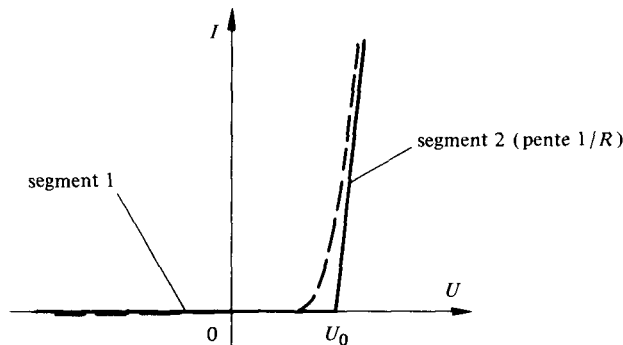


Fig. 7.10 Approximation de la caractéristique d'une diode par segments de droite.

7.4.8 Remarque

L'approximation par segments de droite est une méthode assez générale qui trouve son application dans d'autres domaines que la seule analyse de circuits à résistances non linéaires en régime continu. Une méthode de linéarisation fréquemment employée lorsque l'on ne s'intéresse qu'à une petite région de la caractéristique $U = f(I)$ au voisinage

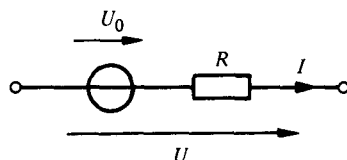


Fig. 7.11 Schéma équivalent approché d'une diode dans la zone de conduction ($U > U_0$: segment 2 de la figure 7.10). Pour $U < U_0$, le schéma équivalent approché se réduit à un simple circuit ouvert.

d'un point de fonctionnement (analyse en régime de faibles accroissements) consiste à identifier la pente du segment de droite d'approximation à la résistance différentielle en ce point. Cette méthode, qui s'applique aussi pour des lois autres que $u = f(i)$, est très largement utilisée en électronique linéaire (voir vol. VII).

7.5 EXERCICES

7.5.1 Déterminer la valeur de la tension U , en régime continu, pour le circuit de la figure 7.12.

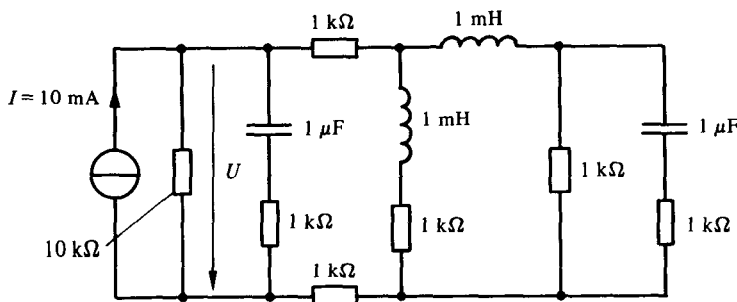


Fig. 7.12

7.5.2 Etablir un système d'équations permettant de calculer tous les courants et tensions de branches du circuit de la figure 7.13. En déduire la valeur de la tension U_4 .

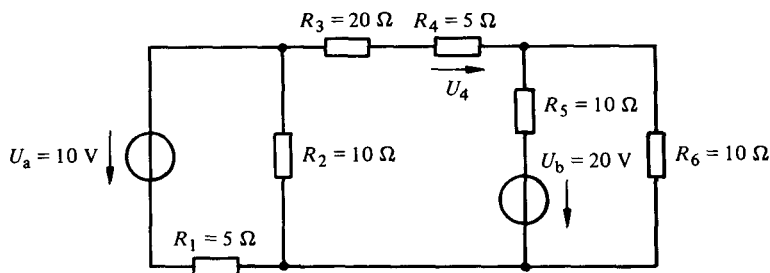


Fig. 7.13

7.5.3 Etablir le système d'équation décrivant le circuit de la figure 7.14 et en déduire la valeur du courant I .

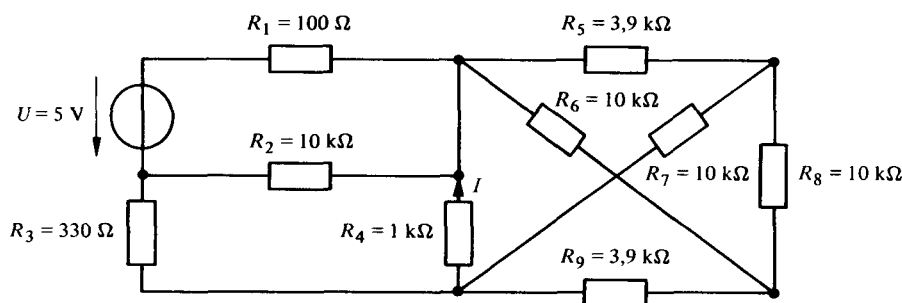


Fig. 7.14

7.5.4 Déterminer la valeur du courant I_1 circulant dans le circuit en pont de Wheatstone représenté sur la figure 7.5, si $U_0 = 7 \text{ V}$, $R_0 = 600 \Omega$, $R_1 = R_3 = 1,2 \text{ k}\Omega$, $R_2 = 47 \Omega$, $R_4 = 470 \Omega$ et $R_5 = 10 \Omega$.

7.5.5 Calculer la valeur de la résistance R_3 du circuit représenté sur la figure 7.5, sachant que la tension $U_5 = 0$ et que $R_1 = 127,33 \Omega$, $R_2 = 1 \text{ k}\Omega$ et $R_4 = 10 \text{ k}\Omega$.

7.5.6 Une résistance non linéaire, caractérisée par la loi $U = K |I|^{1/2}$, avec $K = 14 \text{ VA}^{-1/2}$, est branchée aux bornes d'une source de tension réelle dont la tension à vide vaut 10 V et la résistance interne 100Ω . Calculer le courant fourni par la source.

7.5.7 Déterminer graphiquement le point de fonctionnement (U, I) d'une diode d'équation $I = I_s [\exp(U/V) - 1]$, avec $I_s = 1,5 \text{ nA}$ et $V = 50 \text{ mV}$, branchée dans le sens direct à une source de courant réelle dont le courant de court-circuit vaut $2,2 \text{ mA}$ et la résistance interne $10 \text{ k}\Omega$.

7.5.8 Déterminer les éléments d'un schéma équivalent linéaire approché (approximation de la caractéristique par segments de droite) de la diode de l'exercice 7.5.7 valable au voisinage du point de fonctionnement.

CIRCUITS EN RÉGIME SINUSOÏDAL MONOPHASÉ

8.1 RÉGIME PERMANENT SINUSOÏDAL

8.1.1 Définition

Un circuit électrique est dit *en régime permanent sinusoïdal* lorsque les excitations extérieures (courants ou tensions) sont des fonctions sinusoïdales, supposées établies depuis le temps $t = -\infty$ et n'engendrant dans le circuit que des courants et des tensions de même forme.

8.1.2 Commentaires

Comme dans le cas du régime continu présenté au chapitre précédent, le régime sinusoïdal permanent est un régime limite, c'est-à-dire un régime caractérisant le comportement d'un circuit lorsque les éventuels phénomènes transitoires apparaissant à l'enclenchement des sources extérieures se sont évanouis. Comme indiqué au paragraphe 6.9.1, l'application des lois de Kirchhoff à un circuit linéaire conduit à une équation intégral-différentielle dont la solution, pour une excitation donnée, peut souvent se décomposer en deux parties: un terme transitoire et un terme de régime sinusoïdal permanent.

L'utilisation de notations complexes pour représenter les courants et les tensions permet de simplifier l'étude en régime sinusoïdal en remplaçant les relations intégral-différentielles par des opérations algébriques.

L'étude d'ensemble de la réponse globale d'un circuit soumis à des conditions d'excitation quelconque est présentée dans le volume IV de ce Traité.

8.1.3 Importance du régime permanent sinusoïdal

La fonction sinusoïdale joue un rôle de première importance en électricité. Cette prédominance est liée pour une part au fait que la production industrielle d'énergie électrique résulte généralement d'une conversion mécanique-électrique (voir chap. 3) réalisée par la mise en rotation d'un bobinage placé dans un champ d'induction magnétique, ou l'inverse. La tension induite obtenue aux bornes du bobinage est alors sinusoïdale. Cette caractéristique permet d'assurer une distribution économique et efficace (utilisation de transformateurs) de cette énergie et en facilite l'exploitation.

L'importance de la fonction sinusoïdale vient surtout de ses propriétés mathématiques remarquables. *C'est la seule fonction périodique qui possède une dérivée ou une intégrale analogue.* Or, comme on l'a vu au chapitre 5, les équations liant les valeurs instantanées du courant et de la tension de chaque élément électrique linéaire conduisent

à des relations de proportionnalité, de dérivation ou d'intégration. Ainsi, lorsqu'un circuit électrique constitué d'éléments linéaires est excité en permanence par une source de tension ou de courant, fonction sinusoïdale du temps, les tensions ou courants que l'on obtient en tout point du circuit sont aussi des fonctions sinusoïdales de même période qui ne diffèrent que par l'amplitude et la phase.

De plus, la somme de fonctions sinusoïdales de même période, mais d'amplitudes et de phases quelconques, est également une sinusoïde de même période.

L'importance de la fonction sinusoïdale est due également à l'existence du développement en série de Fourier (voir sect. IV.7.4) qui permet de représenter une fonction périodique quelconque par la somme d'un terme constant et d'une combinaison linéaire de fonctions sinusoïdales. Ce principe, généralisé par la transformation de Fourier, conduit aux méthodes fondamentales d'analyse fréquentielle des circuits linéaires (vol. IV) et des signaux (vol. VI).

8.2 GRANDEURS SINUSOÏDALES

8.2.1 Expression analytique et définitions des paramètres

Une grandeur $x(t)$ variant sinusoïdalement en fonction du temps avec une *période* T (voir fig. 8.1) est représentée par l'expression générale

$$x(t) = A \sin \left(\frac{2\pi}{T} t + \alpha \right) \quad -\infty < t < +\infty \quad (8.1)$$

où A est l'*amplitude*, α la *phase initiale* (pour $t = 0$) appelée aussi *angle de phase*, et $[(2\pi/T)t + \alpha]$ la *phase instantanée*.

Pour définir une telle grandeur, il suffit donc de connaître les trois paramètres A , T et α .

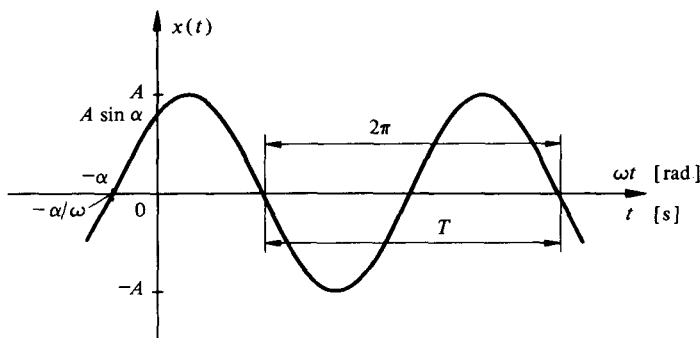


Fig. 8.1

8.2.2 Définition

On appelle *fréquence*, et l'on dénote usuellement en électrotechnique par f , l'inverse de la période :

$$f = \frac{1}{T} \quad \text{Hz} = \text{s}^{-1} \quad (8.2)$$

8.2.3 Définition

On appelle *pulsation* la grandeur

$$\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T} \quad \text{rad} \cdot \text{s}^{-1} \quad (8.3)$$

8.2.4 Définition

La plus grande valeur d'une grandeur $x(t)$ dans un intervalle de temps spécifié est appelée *valeur de crête* et dénotée par $\hat{X}$. Pour une grandeur périodique, l'intervalle est égal à une période.

8.2.5 Commentaires

La définition ci-dessus entraîne que, pour une grandeur sinusoïdale, la valeur de crête s'identifie à l'amplitude.

En électrotechnique, on dénote conventionnellement les valeurs instantanées d'une tension $u(t)$ et d'un courant $i(t)$ sinusoïdaux par

$$u \equiv u(t) = \hat{U} \cos(\omega t + \alpha) \quad (8.4)$$

$$i \equiv i(t) = \hat{I} \cos(\omega t + \beta) \quad (8.5)$$

8.2.6 Définition

On appelle *déphasage* φ la différence entre les phases de la tension et du courant

$$\varphi = \alpha - \beta \quad (8.6)$$

8.2.7 Commentaires

L'angle φ étant défini à $\pm 2k\pi$ près (avec k entier), on le ramènera toujours à sa *valeur principale* comprise dans l'intervalle $(-\pi, +\pi)$. Lorsque $\varphi > 0$, on dit que la tension est *en avance* sur le courant et lorsque $\varphi < 0$, la tension est *en retard* par rapport au courant. On trouvera l'explication de cette terminologie au paragraphe 8.3.9.

8.2.8 Définitions

Deux grandeurs sinusoïdales de même fréquence, dont la différence de phase est nulle, sont dites *en phase*. Si la différence de phase est égale à $\pm \pi/2$, ces grandeurs sont *en quadrature*.

8.2.9 Définition

On appelle *valeur moyenne* d'une grandeur périodique de période T le résultat

$$\bar{X} = \frac{1}{T} \int_T x(t) \, dt \quad (8.7)$$

8.2.10 Commentaire

On déduit immédiatement de la définition ci-dessus que la valeur moyenne d'une grandeur sinusoïdale est nulle.

8.2.11 Définition

On appelle *valeur efficace* d'une grandeur périodique la racine de la moyenne du carré de cette grandeur calculée sur une période (en anglais : "root-mean-square" ou en abrégé "rms"; en allemand "Effektivwert").

$$X = \sqrt{\frac{1}{T} \int_T x^2(t) dt} \quad (8.8)$$

8.2.12 Valeurs efficaces de grandeurs sinusoïdales

Pour une grandeur sinusoïdale, on obtient en introduisant (8.1) dans (8.8) et en tenant compte de (8.3) :

$$\begin{aligned} X &= \sqrt{\frac{A^2}{T} \int_0^T \sin^2(\omega t + \alpha) dt} \\ &= \sqrt{\frac{A^2}{T} \int_0^T \frac{1}{2} dt - \underbrace{\frac{A^2}{2T} \int_0^T \cos(2\omega t + 2\alpha) dt}_{= 0}} \\ &= \frac{A}{\sqrt{2}} \end{aligned} \quad (8.9)$$

Ainsi, la valeur efficace d'une grandeur sinusoïdale est égale à la valeur de crête divisée par $\sqrt{2}$.

$$U = \hat{U}/\sqrt{2} = 0,707 \hat{U} ; \quad I = \hat{I}/\sqrt{2} = 0,707 \hat{I} \quad (8.10)$$

On peut donc écrire les relations (8.4) et (8.5) sous la forme conventionnelle

$$u = \sqrt{2} U \cos(\omega t + \alpha) \quad (8.11)$$

$$i = \sqrt{2} I \cos(\omega t + \beta) \quad (8.12)$$

8.2.13 Commentaire

La notion de valeur efficace est directement liée à celle de puissance moyenne (voir fig. 8.2). Si l'on considère, par exemple, la puissance instantanée dissipée par effet Joule dans une résistance R soumise à un courant sinusoïdal $i(t)$

$$p(t) = Ri^2(t) \quad (8.13)$$

La puissance moyenne dissipée est alors, en vertu de (8.7) et (8.8), donnée par

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T p(t) dt = R \left[\frac{1}{T} \int_0^T i^2(t) dt \right] = RI^2 \quad (8.14)$$

On retrouve ainsi une formule identique à celle obtenue en considérant un courant constant (2.27). On obtient donc la même puissance moyenne dissipée dans une résistance R avec un courant continu I ou un courant sinusoïdal de valeur efficace I , ou respectivement de valeur de crête (amplitude) $\sqrt{2} I$.

La valeur efficace est toujours positive par définition.

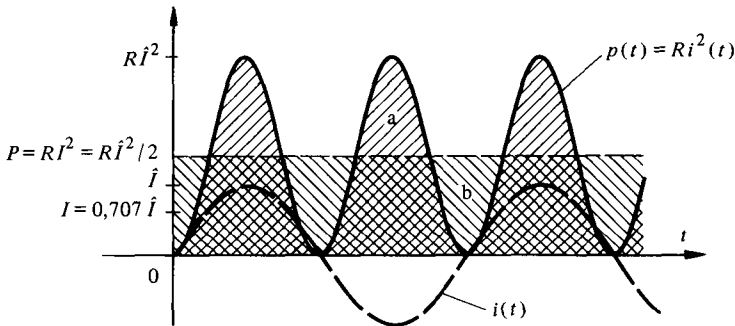


Fig. 8.2 Relation entre puissance et valeur efficace ; zone hachurée a : puissance instantanée en régime sinusoïdal ; zone hachurée b : puissance instantanée en régime continu = puissance moyenne en régime sinusoïdal ou continu.

8.2.14 Exemple

Soit à calculer l'amplitude (valeur de crête) de la tension du réseau industriel de 220 volts (valeur efficace), les valeurs de crête et efficace du courant fourni à un radiateur électrique constitué par une résistance de 40Ω et la puissance dissipée par effet Joule.

- Valeur de crête de la tension : $\hat{U} = \sqrt{2} U \cong 1,4142 \cdot 220 \cong 311 \text{ V}$
- Valeur de crête du courant : $\hat{I} = \hat{U}/R = 7,78 \text{ A}$
- Valeur efficace du courant : $I = U/R = 220/40 = 5,5 \text{ A}$
- Puissance : $P = RI^2 = U^2/R = 40 \cdot (5,5)^2 = 1210 \text{ W}$

8.3 REPRÉSENTATION COMPLEXE DES GRANDEURS SINUSOÏDALES

8.3.1 Fonction exponentielle complexe

Le chapitre 13 est consacré au rappel des principales propriétés des nombres complexes. La forme exponentielle d'un tel nombre y est introduite (sect. 13.4). En utilisant la formule d'Euler (13.39), on peut écrire ce nombre sous la forme

$$r \exp(j\theta) = r(\cos \theta + j \sin \theta) \quad (8.15)$$

où r est le module et θ l'argument. Dans le plan complexe, l'image de ce nombre est un point fixe d'abscisse (axe réel) $r \cos \theta$ et d'ordonnée (axe imaginaire) $r \sin \theta$.

Si l'argument θ croît linéairement avec le temps, tel que

$$\theta = \omega t + \alpha \quad (8.16)$$

on obtient une fonction exponentielle complexe du temps

$$r \exp [j(\omega t + \alpha)] = r [\cos(\omega t + \alpha) + j \sin(\omega t + \alpha)] \quad (8.17)$$

L'image dans le plan complexe de cette fonction est celle d'un point tournant à vitesse angulaire ω autour de l'origine, sur un cercle de rayon r , dans le sens inverse des aiguilles d'une montre. On appelle parfois cette représentation la flèche tournante – ou improprement vecteur tournant – de Fresnel.

La projection de ce point sur l'axe réel est une fonction réelle sinusoïdale (fig. 8.3)

$$\operatorname{Re} \{ r \exp [j(\omega t + \alpha)] \} = r \cos(\omega t + \alpha) \quad (8.18)$$

De manière analogue, la projection sur l'axe imaginaire engendre la fonction.

$$\operatorname{Im} \{ r \exp [j(\omega t + \alpha)] \} = r \sin(\omega t + \alpha) \quad (8.19)$$

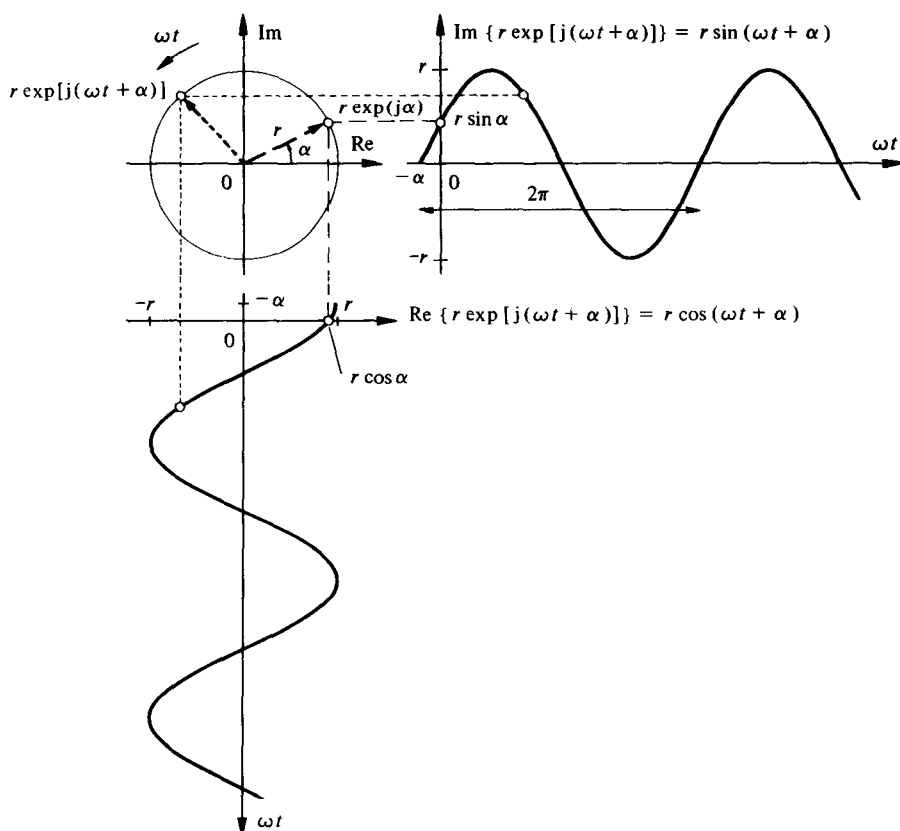


Fig. 8.3 Fonction exponentielle complexe et ses projections sur l'axe réel et l'axe imaginaire.

Chacune de ces deux projections peut être utilisée pour représenter une grandeur sinusoïdale. Ainsi, une tension et un courant sinusoïdaux pourront, à l'aide de la notation complexe, s'écrire :

$$u(t) = \hat{U} \cos(\omega t + \alpha) = \operatorname{Re} \{ \hat{U} \exp [j(\omega t + \alpha)] \} \quad (8.20)$$

$$i(t) = \hat{I} \cos(\omega t + \beta) = \operatorname{Re} \{ \hat{I} \exp [j(\omega t + \beta)] \} \quad (8.21)$$

Ce mode d'écriture peut paraître à première vue inutilement compliqué. On verra par la suite tout l'intérêt de la représentation complexe des grandeurs sinusoïdales.

8.3.2 Définition

En électrotechnique, on appelle *valeur instantanée complexe* d'une grandeur sinusoïdale $x(t) = \hat{X} \cos(\omega t + \alpha)$, et l'on dénote conventionnellement par $\underline{x}$, l'expression complexe

$$\underline{x} = \hat{X} \exp [j(\omega t + \alpha)] \quad (8.22)$$

Ainsi, les valeurs instantanées complexes de la tension et du courant correspondant aux relations (8.20) et (8.21) sont

$$\underline{u} = \hat{U} \exp [j(\omega t + \alpha)] \quad (8.23)$$

$$\underline{i} = \hat{I} \exp [j(\omega t + \beta)] \quad (8.24)$$

8.3.3 Définition du phaseur

En tenant compte de la propriété de multiplication de l'exponentielle, l'expression (8.22) peut s'écrire

$$\underline{x} = \hat{X} \exp(j\alpha) \exp(j\omega t) \quad (8.25)$$

Le facteur $\exp(j\omega t)$ correspond à un opérateur de rotation de vitesse angulaire ω et de module unité.

Or, comme on l'a souligné au paragraphe 8.1.3, tous les courants et tensions d'un circuit linéaire en régime sinusoïdal permanent varient également sinusoïdalement avec la même pulsation ω . Par conséquent, le facteur $\exp(j\omega t)$ est commun à la représentation de toutes les grandeurs sinusoïdales du circuit et peut être simplifié.

On appelle par définition *phaseur* la grandeur complexe

$$\underline{\hat{X}} = \hat{X} \exp(j\alpha) \quad (8.26)$$

ou

$$\underline{X} = X \exp(j\alpha) \quad (8.27)$$

dont l'argument est égal à l'angle de phase et le module est égal soit à l'amplitude (valeur de crête), soit à la valeur efficace, d'une grandeur sinusoïdale $x(t) = \hat{X} \cos(\omega t + \alpha) = \sqrt{2} X \cos(\omega t + \alpha)$.

L'expression (8.27) est le *substitut complexe* – ou *valeur efficace complexe* – d'une grandeur sinusoïdale (tension, courant, charge, flux, potentiel). C'est un nombre complexe, indépendant du temps.

La méthode de calcul des circuits linéaires en régime permanent sinusoïdal consis-

te à remplacer dans les équations toutes les grandeurs, signaux ou réponses, par les phaseurs correspondants. Ceux-ci contiennent l'information essentielle de la valeur efficace et du déphasage par rapport à une origine du temps choisie arbitrairement. La description du circuit est ainsi ramenée à des relations algébriques entre des amplitudes complexes et le calcul du régime permanent revient à la résolution d'un système d'équations algébriques linéaires.

8.3.4 Diagramme des phaseurs

Puisque les phaseurs sont des nombres complexes, il est possible de les représenter graphiquement dans le plan complexe sous forme de demi-droites partant de l'origine. Celles-ci sont parfois assimilées improprement à des vecteurs.

Ce mode de représentation — appelé diagramme de Fresnel — permet de mettre en évidence les déphasages relatifs des différentes grandeurs sinusoïdales d'intérêt et d'interpréter géométriquement les opérations effectuées sur les grandeurs représentées.

On peut mélanger des grandeurs ayant des unités dimensionnelles différentes (par exemple courant et tension, voir fig. 8.4) à condition de choisir une échelle distincte pour chaque type de grandeur représentée.

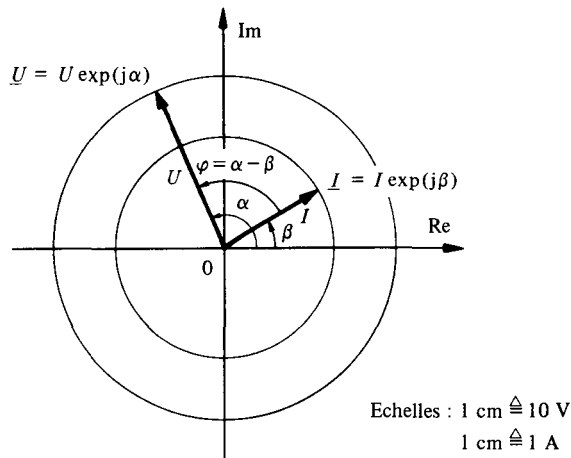


Fig. 8.4 Représentation graphique de phaseurs.

Le graphe temporel des grandeurs sinusoïdales ainsi représentées pourra toujours être reconstitué en imprimant à tous les phaseurs un même mouvement de rotation uniforme autour de l'origine avec une vitesse angulaire ω — ce qui correspond à la multiplication par l'opérateur de rotation $\exp(j\omega t)$ — et en considérant leurs projections sur l'axe imaginaire ou réel (fig. 8.5). On tiendra compte, le cas échéant, du rapport $\sqrt{2}$ existant entre la valeur de crête et la valeur efficace.

8.3.5 Opérations élémentaires sur les phaseurs

Les règles d'opérations sur les nombres complexes, rappelées au chapitre 13, s'appliquent par analogie aux phaseurs.

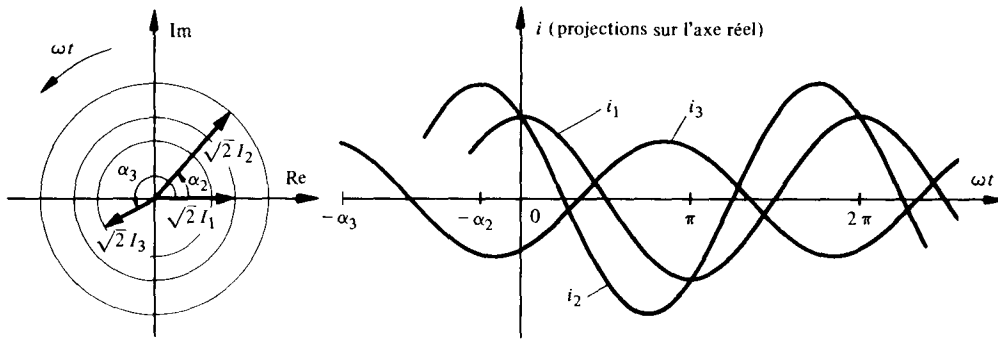


Fig. 8.5

- La somme [différence] de deux phaseurs (fig. 8.6) est un phaseur dont les projections sur les axes réel et imaginaire valent respectivement les sommes [différences] des projections correspondantes des deux phaseurs. Géométriquement, il se construit à l'aide de la même règle classique du parallélogramme qui est utilisée pour la représentation de l'addition [soustraction] de deux vecteurs. Il faut noter que seuls des phaseurs correspondant à des grandeurs de même type peuvent être additionnés ou soustraits.
- Le quotient de deux phaseurs est une grandeur complexe — appelée récemment *complexeur* — dont le module est égal au quotient des modules et dont l'argument est égal à la différence des phases respectives. Alors que le phaseur représente une grandeur sinusoïdale, le complexeur représente, lui, une grandeur indépendante du temps. L'unité de mesure du module correspond au quotient des unités relatives à chaque phaseur.

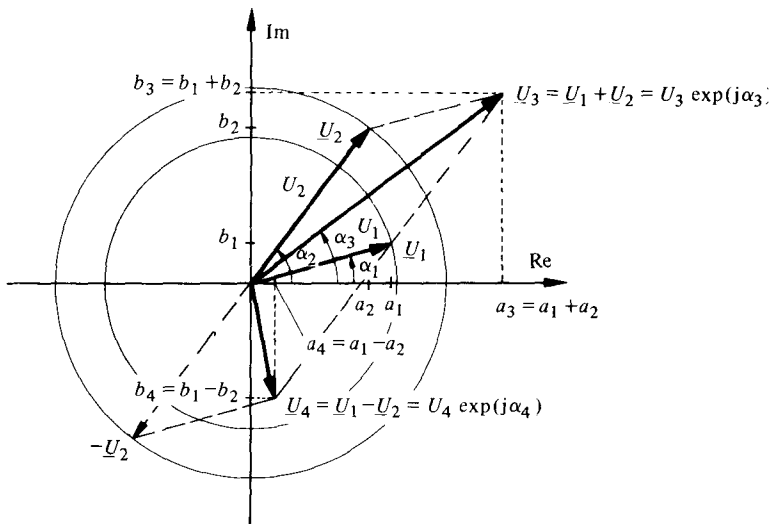


Fig. 8.6

- Le produit de deux phaseurs est une grandeur complexe dont le module est égal au produit des modules et dont l'argument est égal à la somme des phases respectives. En général, cette grandeur ne représente plus une grandeur sinusoïdale et n'est donc plus un phaseur au sens de la définition du paragraphe 8.3.3. L'unité de mesure du module correspond au produit des unités relatives à chaque phaseur.
- La multiplication [division] d'un phaseur par un complexe est un phaseur dont le module est égal au produit [quotient] des modules et la phase à la somme [différence] des arguments.

8.3.6 Application de la règle d'addition [soustraction]

Soit deux tensions sinusoïdales (fig. 8.6)

$$u_1 = \sqrt{2} U_1 \cos(\omega t + \alpha_1) \triangleq \underline{U}_1 = U_1 \exp(j \alpha_1) \quad (8.28)$$

$$u_2 = \sqrt{2} U_2 \cos(\omega t + \alpha_2) \triangleq \underline{U}_2 = U_2 \exp(j \alpha_2) \quad (8.29)$$

En utilisant la formule d'Euler (13.39), il vient

$$\underline{U}_1 = U_1 (\cos \alpha_1 + j \sin \alpha_1) \quad (8.30)$$

$$\underline{U}_2 = U_2 (\cos \alpha_2 + j \sin \alpha_2) \quad (8.31)$$

La somme de u_1 et u_2 est une nouvelle tension sinusoïdale

$$u_3 = \sqrt{2} U_3 \cos(\omega t + \alpha_3) \triangleq \underline{U}_3 = U_3 \exp(j \alpha_3) \quad (8.32)$$

avec

$$\underline{U}_3 = (U_1 \cos \alpha_1 + U_2 \cos \alpha_2) + j (U_1 \sin \alpha_1 + U_2 \sin \alpha_2) \quad (8.33)$$

d'où

$$\begin{aligned} U_3 &= [(U_1 \cos \alpha_1 + U_2 \cos \alpha_2)^2 + (U_1 \sin \alpha_1 + U_2 \sin \alpha_2)^2]^{1/2} \\ &= [U_1^2 + U_2^2 + 2 U_1 U_2 \cos(\alpha_1 - \alpha_2)]^{1/2} \end{aligned} \quad (8.34)$$

$$\alpha_3 = \arctan \frac{U_1 \sin \alpha_1 + U_2 \sin \alpha_2}{U_1 \cos \alpha_1 + U_2 \cos \alpha_2} \quad (8.35)$$

De manière analogue, la différence de u_1 et u_2 est une nouvelle tension

$$u_4 = \sqrt{2} U_4 \cos(\omega t + \alpha_4) \triangleq \underline{U}_4 = U_4 \exp(j \alpha_4) \quad (8.36)$$

avec

$$U_4 = [U_1^2 + U_2^2 - 2 U_1 U_2 \cos(\alpha_1 - \alpha_2)]^{1/2} \quad (8.37)$$

$$\alpha_4 = \arctan \frac{U_1 \sin \alpha_1 - U_2 \sin \alpha_2}{U_1 \cos \alpha_1 - U_2 \cos \alpha_2} \quad (8.38)$$

En accord avec les théorèmes 13.3.6 et 13.3.7, on remarque que $U_3 \leq U_1 + U_2$ et que $U_4 \geq U_1 - U_2$. L'égalité n'est atteinte que lorsque le déphasage $(\alpha_1 - \alpha_2)$ est nul, c'est-à-dire lorsque $\underline{U}_1$ et $\underline{U}_2$ sont en phase.

8.3.7 Application des règles du quotient et du produit

Dénotons par $\underline{Z}$ le complexe correspondant au quotient de $\underline{U} = U \exp(j\alpha)$ par $\underline{I} = I \exp(j\beta)$, alors

$$\underline{Z} = Z \exp(j\varphi) \quad (8.39)$$

avec

$$Z = U/I ; \quad \varphi = \alpha - \beta \quad (8.40)$$

Le produit $\underline{S} = \underline{U} \underline{I}^*$, où $\underline{I}^*$ dénote le conjugué complexe de $\underline{I}$, est introduit au paragraphe 8.5.9 sous le nom de puissance complexe.

Comme $\underline{I}^* = I \exp(-j\beta)$, le module de $\underline{S}$ vaut

$$S = UI \quad (8.41)$$

alors que son argument, obtenu par l'addition des phases respectives, vaut

$$\varphi = \alpha + (-\beta) = \alpha - \beta \quad (8.42)$$

8.3.8 Dérivation et intégration d'une grandeur sinusoïdale

La dérivée par rapport au temps d'une grandeur sinusoïdale est elle-même une grandeur sinusoïdale de même fréquence.

En vertu de (13.53), on a en écriture complexe :

$$\frac{d\underline{i}}{dt} = j\omega \underline{i} \quad (8.43)$$

car

$$\frac{d}{dt} [\sqrt{2} \underline{i} \exp(j\omega t)] = \sqrt{2} j\omega \underline{i} \exp(j\omega t) \quad (8.44)$$

et d'une façon plus générale

$$\frac{d^n \underline{i}}{dt^n} = (j\omega)^n \underline{i} \quad (8.45)$$

où n est un entier quelconque positif.

Par analogie, on obtient l'intégrale particulière (correspondant à une constante d'intégration nulle) :

$$\int \underline{i} dt = \frac{1}{j\omega} \underline{i} \quad (8.46)$$

Ainsi, l'utilisation d'une représentation complexe des grandeurs sinusoïdales permet de remplacer les opérations de dérivation et d'intégration par une multiplication ou une division par l'opérateur $j\omega$. En utilisant la forme exponentielle et en se limitant aux valeurs principales des arguments, on peut écrire d'après (13.46) et (13.47) :

$$j = \exp(j\pi/2) \quad (8.47)$$

et

$$\frac{1}{j} = -j = \exp(-j\pi/2) \quad (8.48)$$

On déduit de ce qui précède la règle suivante :

le phaseur représentant la dérivée [l'intégrale] d'une grandeur sinusoïdale s'obtient à partir du phaseur représentatif de celle-ci en multipliant [divisant] son module par ω et en augmentant [diminuant] sa phase de $\pi/2$.

Soit

$$i = \sqrt{2} I \cos(\omega t + \beta) \triangleq \underline{I} = I \exp(j\beta) \quad (8.49)$$

$$\begin{aligned} \frac{di}{dt} &= \sqrt{2} I \omega \cos\left(\omega t + \beta + \frac{\pi}{2}\right) \\ &\triangleq j\omega \underline{I} = I \omega \exp\left[j\left(\beta + \frac{\pi}{2}\right)\right] \end{aligned} \quad (8.50)$$

$$\begin{aligned} \int i dt &= \sqrt{2} \frac{I}{\omega} \cos\left(\omega t + \beta - \frac{\pi}{2}\right) \\ &\triangleq \frac{1}{j\omega} \underline{I} = \frac{I}{\omega} \exp\left[j\left(\beta - \frac{\pi}{2}\right)\right] \end{aligned} \quad (8.51)$$

8.3.9 Interprétation géométrique

Dans un diagramme complexe (fig. 8.7), la multiplication d'un phaseur par l'opérateur j correspond à une rotation de 90° dans le sens positif, alors que la multiplication par $1/j = -j$ correspond à une rotation de 90° dans le sens négatif.

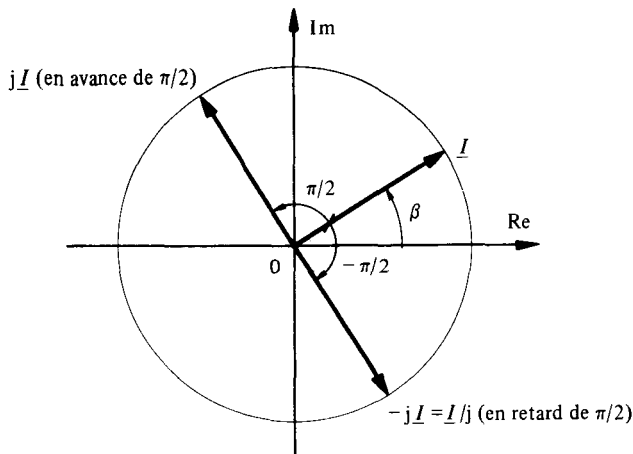


Fig. 8.7

Ainsi, la dérivée d'une grandeur sinusoïdale est en avance de $\pi/2$ (ou d'un quart de période) sur celle-ci, alors que son intégrale est en retard de $\pi/2$. La dérivée et l'intégrale d'une grandeur sinusoïdale sont donc en quadrature avec celle-ci.

D'une manière générale, la multiplication d'un phaseur par un nombre complexe de module unité et de phase α correspond à la rotation de ce phaseur d'un angle α , en avance ou en retard selon le signe de α .

8.4 IMPÉDANCE ET ADMITTANCE

8.4.1 Définitions

L'*impédance complexe* $\underline{Z}$ d'un bipôle en régime permanent sinusoïdal est le quotient de la tension complexe par le courant complexe :

$$\underline{Z} = \frac{\underline{u}}{\underline{i}} = \frac{\underline{U}}{\underline{I}} \quad (8.52)$$

L'*admittance complexe* $\underline{Y}$ est l'inverse de l'impédance, ou en d'autres termes

$$\underline{Y} = \frac{1}{\underline{Z}} = \frac{\underline{I}}{\underline{U}} \quad (8.53)$$

8.4.2 Remarques

En écrivant $\underline{U} = U \exp(j\alpha)$ et $\underline{I} = I \exp(j\beta)$, l'expression (8.52) donne

$$\underline{Z} = Z \exp(j\varphi) = Z(\cos \varphi + j \sin \varphi) \quad (8.54)$$

avec le module

$$Z = \frac{U}{I} \quad (8.55)$$

mesuré en $\Omega = \text{VA}^{-1}$, et le déphasage

$$\varphi = \alpha - \beta \quad (8.56)$$

Par analogie, on obtient pour l'admittance

$$\underline{Y} = Y \exp(-j\varphi) = Y(\cos \varphi - j \sin \varphi) \quad (8.57)$$

avec le module

$$Y = \frac{I}{U} \quad (8.58)$$

mesuré en $\text{S} = \text{AV}^{-1}$, et un argument égal en valeur absolue, mais de signe opposé, à celui de l'impédance.

On observera que l'impédance – ou l'admittance – est une grandeur indépendante du temps. On verra par contre plus loin qu'elle peut dépendre de la fréquence du régime sinusoïdal considéré.

La relation avec les grandeurs instantanées est immédiate. Avec

$$i(t) = \text{Re}[\sqrt{2}\underline{I} \exp(j\omega t)] = \sqrt{2}I \cos(\omega t + \beta) \quad (8.59)$$

on obtient en tenant compte de (8.52) :

$$\begin{aligned} u(t) &= \text{Re}[\sqrt{2}\underline{U} \exp(j\omega t)] = \text{Re}[\sqrt{2}\underline{Z}\underline{I} \exp(j\omega t)] \\ &= \sqrt{2}ZI \cos(\omega t + \varphi + \beta) \end{aligned} \quad (8.60)$$

8.4.3 Définitions de la résistance et de la réactance

La partie réelle de l'impédance complexe est appelée la *résistance* R du bipôle correspondant

$$R = \operatorname{Re}(\underline{Z}) = \frac{U}{I} \cos \varphi \quad (8.61)$$

La partie imaginaire de l'impédance complexe est appelée la *réactance* X du bipôle

$$X = \operatorname{Im}(\underline{Z}) = \frac{U}{I} \sin \varphi \quad (8.62)$$

L'impédance complexe peut donc s'écrire sous les formes équivalentes (voir fig. 8.8)

$$\underline{Z} = Z \exp(j\varphi) = R + jX \quad (8.63)$$

avec les équations de transformation

$$R = Z \cos \varphi \quad ; \quad X = Z \sin \varphi \quad (8.64)$$

$$Z = \sqrt{R^2 + X^2} \quad ; \quad \varphi = \arctan \frac{X}{R} \quad (8.65)$$

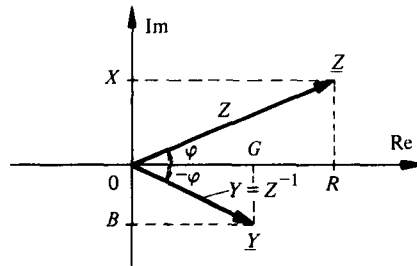


Fig. 8.8 Impédance et admittance dans le plan complexe.

8.4.4 Commentaire

Le mot résistance désigne malheureusement dans la langue technique française des concepts différents : un composant électrique, son modèle idéalisé (élément) et la partie réelle d'une impédance. Le contexte permet généralement de les identifier.

8.4.5 Définitions de la conductance et de la susceptance

La partie réelle de l'admittance complexe est appelée la *conductance* du bipôle

$$G = \operatorname{Re}(\underline{Y}) = \frac{I}{U} \cos \varphi \quad (8.66)$$

La partie imaginaire de l'admittance complexe est appelée la *susceptance* du bipôle

$$B = \operatorname{Im}(\underline{Y}) = -\frac{I}{U} \sin \varphi \quad (8.67)$$

L'admittance complexe peut donc s'écrire sous les formes équivalentes (voir fig. 8.8)

$$\underline{Y} = Y \exp(-j\varphi) = G + jB \quad (8.68)$$

avec les équations de transformation

$$G = Y \cos \varphi \quad ; \quad B = -Y \sin \varphi \quad (8.69)$$

$$Y = \sqrt{G^2 + B^2} \quad ; \quad \varphi = \arctan(-B/G) \quad (8.70)$$

8.4.6 Application à l'élément R

La relation en valeurs instantanées $u = Ri$ entre la tension et le courant dans une résistance R se traduit pour le régime sinusoïdal en valeurs complexes par

$$\underline{U} = R \underline{I} \quad (8.71)$$

On en déduit que l'impédance d'une résistance pure est donnée par

$$\underline{Z}_R = R \quad (8.72)$$

avec

$$\underline{Z}_R = \frac{\underline{U}}{\underline{I}} = R \quad ; \quad \varphi_R = 0 \quad (8.73)$$

ou en terme d'admittance

$$\underline{Y}_R = 1/R = G \quad (8.74)$$

L'impédance d'une résistance est donc indépendante de la fréquence.

8.4.7 Application à l'élément L

Pour une inductance, la relation en valeurs instantanées entre la tension et le courant est donnée par $u = L di/dt$. En valeurs complexes, on obtient en tenant compte de (8.50) :

$$\underline{U} = j\omega L \underline{I} \quad (8.75)$$

L'impédance complexe d'une inductance vaut donc, en combinant (8.52) et (8.75) :

$$\underline{Z}_L = j\omega L \quad (8.76)$$

Elle est purement imaginaire :

$$\underline{Z}_L = \omega L \quad ; \quad \varphi_L = +\frac{\pi}{2} \quad (8.77)$$

On a ici

$$R_L = 0 \quad ; \quad X_L = \omega L \quad (8.78)$$

L'admittance d'une inductance L vaut

$$\underline{Y}_L = \frac{1}{j\omega L} \quad (8.79)$$

On déduit de (8.77) que le module de l'impédance d'une inductance varie linéairement avec la fréquence. Ainsi, à fréquence nulle (courant continu), l'impédance Z_L est également nulle (court-circuit). Lorsque la fréquence tend vers l'infini, cette impédance se comporte de plus en plus comme un circuit ouvert.

8.4.8 Application à l'élément C

Pour une capacité, la relation en valeurs instantanées entre le courant et la tension est donnée par $i = C \, du/dt$. En valeurs complexes, on obtient dans ce cas :

$$\underline{I} = j\omega C \underline{U} \quad (8.80)$$

L'admittance complexe d'une capacité est obtenue en combinant (8.53) et (8.80)

$$\underline{Y}_C = j\omega C \quad (8.81)$$

Cette admittance est purement imaginaire. Par inversion, on obtient l'impédance

$$\underline{Z}_C = \frac{1}{j\omega C} \quad (8.82)$$

avec

$$\underline{Z}_C = \frac{1}{\omega C} \quad ; \quad \varphi_C = -\frac{\pi}{2} \quad (8.83)$$

On a ici

$$R_C = 0 \quad ; \quad X_C = -\frac{1}{\omega C} \quad (8.84)$$

On constate donc que le module de l'impédance d'une capacité varie de manière inversement proportionnelle à la fréquence. Ainsi, à l'inverse du cas de l'inductance, c'est maintenant lorsque la fréquence tend vers l'infini que l'impédance Z_C tend vers zéro et se comporte pratiquement comme un court-circuit. A la fréquence zéro, l'impédance d'une capacité est infinie (circuit ouvert).

Le tableau 8.9 regroupe l'ensemble des résultats obtenus avec les éléments R , L , C .

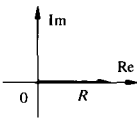
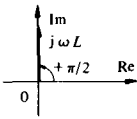
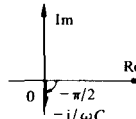
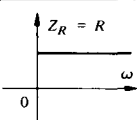
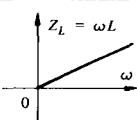
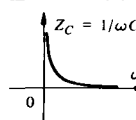
8.4.9 Exemple

Un courant sinusoïdal, de pulsation $\omega = 2\pi f$, avec $f = 50$ Hz et de valeur efficace $I = 2$ mA, traverse une résistance $R = 1500 \, \Omega$. Les équations en valeurs instantanées du courant et de la tension observés aux bornes de la résistance sont

$$\begin{aligned} i(t) &= \sqrt{2} I \cos(\omega t + \alpha) \\ &= 2,83 \cdot 10^{-3} \cos(314 t + \alpha) \quad \text{A} \\ u(t) &= \text{Re}[\sqrt{2} \underline{Z} \underline{I} \exp(j\omega t)] \\ &= \sqrt{2} R I \cos(\omega t + \alpha + \varphi) \\ &= 4,24 \cos(314 t + \alpha) \quad \text{V} \end{aligned}$$

La valeur efficace de cette tension vaut $U = RI = 3$ V.

Tableau 8.9

Élément	Résistance $R [\Omega]$	Inductance $L [H]$	Capacité $C [F]$
Relations en valeurs instantanées	$u = Ri$ $i = \frac{1}{R} u$	$u = L \frac{di}{dt}$ $i = \frac{1}{L} \int_{-\infty}^t u dt$	$u = \frac{1}{C} \int_{-\infty}^t i dt$ $i = C \frac{du}{dt}$
Relations en valeurs complexes (régime sinusoïdal)	$\underline{U} = R \underline{I}$ $\underline{I} = \frac{1}{R} \underline{U}$	$\underline{U} = j\omega L \underline{I}$ $\underline{I} = \frac{1}{j\omega L} \underline{U}$	$\underline{U} = \frac{1}{j\omega C} \underline{I}$ $\underline{I} = j\omega C \underline{U}$
Impédance	$\underline{Z}_R = R$	$\underline{Z}_L = j\omega L$	$\underline{Z}_C = \frac{1}{j\omega C}$
Module $[\Omega]$	$Z_R = R$	$Z_L = \omega L$	$Z_C = \frac{1}{\omega C}$
Déphasage [rad]	$\varphi_R = 0$	$\varphi_L = +\frac{\pi}{2}$	$\varphi_C = -\frac{\pi}{2}$
Admittance	$\underline{Y}_R = \frac{1}{R} = G$	$\underline{Y}_L = \frac{1}{j\omega L}$	$\underline{Y}_C = j\omega C$
Module [S]	$Y_R = \frac{1}{R}$	$Y_L = \frac{1}{\omega L}$	$Y_C = \omega C$
Déphasage [rad]	$-\varphi_R = 0$	$-\varphi_L = -\frac{\pi}{2}$	$-\varphi_C = +\frac{\pi}{2}$
Résistance $[\Omega]$	$R_R = R$	$R_L = 0$	$R_C = 0$
Réactance $[\Omega]$	$X_R = 0$	$X_L = \omega L$	$X_C = -\frac{1}{\omega C}$
Conductance [S]	$G_R = \frac{1}{R}$	$G_L = 0$	$G_C = 0$
Susceptance [S]	$B_R = 0$	$B_L = -\frac{1}{\omega L}$	$B_C = \omega C$
Diagramme complexe de l'impédance			
Dépendance de la fréquence			

8.4.10 Exemple

Soit à déterminer le courant traversant une inductance $L = 5 \mu\text{H}$ alimentée par une tension sinusoïdale de valeur efficace égale à 3 volts, premièrement si la fréquence est de 50 Hz, deuxièmement si cette fréquence est portée à 20 kHz.

$$u(t) = \sqrt{2} U \cos(\omega t + \alpha)$$

$$i(t) = \text{Re}[\sqrt{2} \underline{Y}_L \underline{U} \exp(j\omega t)] = \sqrt{2} Y_L U \cos(\omega t + \alpha - \varphi)$$

avec

$$\underline{Y}_L = 1/\underline{Z}_L = 1/j\omega L$$

Pour $f = 50 \text{ Hz}$ ($\omega = 2\pi f = 314 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$), on a :

- $u(t) = \sqrt{2} \cdot 3 \cos(314 t + \alpha)$
- $Z_L = \omega L = 314 \cdot 5 \cdot 10^{-6} = 1,57 \cdot 10^{-3} \Omega$; $\varphi = \pi/2$
- $Y_L = 1/Z_L = 636,6 \text{ S}$; $-\varphi = -\pi/2$
- $i(t) = \sqrt{2} \cdot 1910 \cos(314 t + \alpha - \pi/2)$
 $= \sqrt{2} \cdot 1910 \sin(314 t + \alpha) \text{ A}$

La valeur efficace du courant, à 50 Hz, vaut $I = 1910 \text{ A}$.

Pour $f = 20 \text{ kHz}$ ($\omega = 2\pi f = 125,7 \cdot 10^3 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$), on a :

- $u(t) = \sqrt{2} \cdot 3 \cos(125,7 \cdot 10^3 t + \alpha)$
- $Z_L = 628,3 \cdot 10^{-3} \Omega$; $\varphi = \pi/2$
- $Y_L = 1,59 \text{ S}$; $-\varphi = -\pi/2$
- $i(t) = \sqrt{2} \cdot 4,775 \sin(125,7 \cdot 10^3 t + \alpha) \text{ A}$

La valeur efficace du courant, à 20 kHz, vaut $I = 4,775 \text{ A}$.

8.4.11 Exemple

Soit à calculer le module de l'impédance d'une capacité $C = 33 \text{ nF}$ à une fréquence $f = 1000 \text{ Hz}$:

- $\omega = 2\pi f = 6283 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$
- $Z_C = 1/\omega C = 10^9/(6283 \cdot 33) = 4,82 \cdot 10^3 \Omega$

Si le phaseur représentant le courant est $\underline{I} = I \exp(j\beta)$, celui représentant la tension vaut $\underline{U} = Z I \exp(j\beta - \pi/2)$. Une esquisse de ces phaseurs est représentée sur la figure 8.10.

8.5 PUISSANCE ET FACTEUR DE PUISSANCE

8.5.1 Puissance instantanée en régime sinusoïdal

La valeur instantanée de la puissance étant par définition le produit des valeurs instantanées de la tension et du courant, on obtient en régime sinusoïdal permanent, en te-

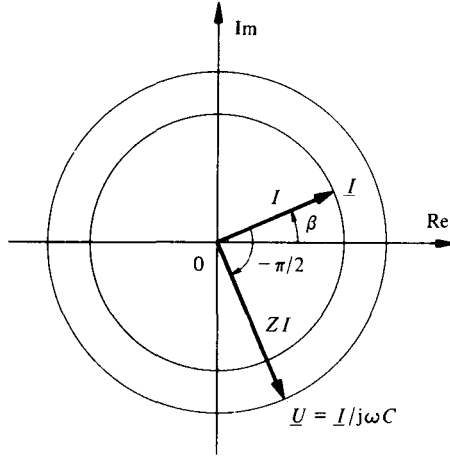


Fig. 8.10

nant compte de (8.4) et (8.5) :

$$\begin{aligned}
 p &\equiv p(t) = \hat{U}\hat{I} \cos(\omega t + \alpha) \cos(\omega t + \beta) \\
 &= \frac{\hat{U}\hat{I}}{2} [\cos(\alpha - \beta) + \cos(2\omega t + \alpha + \beta)] \\
 &= UI \cos \varphi + UI \cos(2\omega t + \alpha + \beta)
 \end{aligned} \tag{8.85}$$

où $\varphi = \alpha - \beta$.

La fonction $p(t)$ comprend une composante constante $UI \cos \varphi$ et une composante sinusoïdale d'amplitude UI et de fréquence double de celle du courant et de la tension. Le graphe de cette fonction du temps est représenté sur la figure 8.11.

8.5.2 Remarque

En posant $\beta = \alpha - \varphi$ et en introduisant l'identité trigonométrique

$$\cos(2\omega t + 2\alpha - \varphi) = \cos \varphi \cos(2\omega t + 2\alpha) + \sin \varphi \sin(2\omega t + 2\alpha) \tag{8.86}$$

l'expression (8.85) devient :

$$p(t) = UI \cos \varphi [1 + \cos(2\omega t + 2\alpha)] + UI \sin \varphi \sin(2\omega t + 2\alpha) \tag{8.87}$$

La formule (8.87) permet de mettre en évidence les deux composantes fondamentales de la puissance instantanée en régime sinusoïdal. La première, qui correspond au premier terme du second membre, est une composante pulsée, toujours positive, qui oscille autour de la valeur moyenne $UI \cos \varphi$. Elle traduit un échange d'énergie unidirectionnel entre une source et une charge.

La deuxième, correspondant au deuxième terme du second membre, est une composante alternative qui varie sinusoïdalement avec une amplitude $UI \sin \varphi$ et une valeur moyenne nulle. Elle est donc alternativement positive et négative et traduit un échange oscillatoire et réversible d'énergie entre la source et la charge.

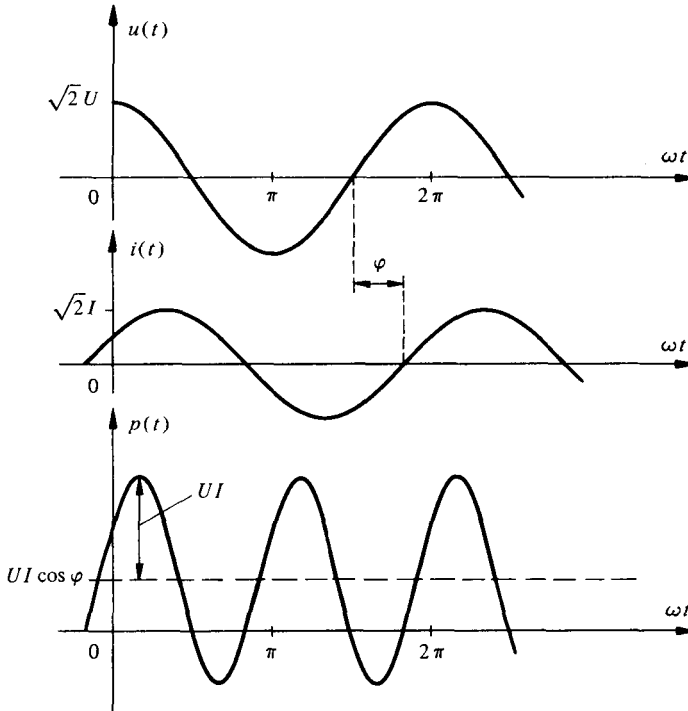


Fig. 8.11 Tension, courant et puissance instantanée en régime sinusoïdal.

Lorsque $\varphi = 0$ (charge purement résistive), $\cos \varphi = 1$ et $\sin \varphi = 0$; la valeur moyenne $UI \cos \varphi$ est alors maximum et égale à UI , alors que la composante alternative est nulle.

Par contre, lorsque $\varphi = \pm \pi/2$ (charge purement réactive : inductance, capacité), $\cos \varphi = 0$ et $\sin \varphi = \pm 1$. Dans ce cas, la puissance instantanée se réduit à la seule composante alternative.

8.5.3 Définition de la puissance active

On appelle *puissance active* P la valeur moyenne de la puissance instantanée. En régime sinusoïdal, la puissance active vaut

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T p(t) dt = UI \cos \varphi \quad \text{W} \quad (8.88)$$

8.5.4 Commentaire

La puissance active, mesurable par un wattmètre (voir chap. 10), correspond à une fourniture réelle d'énergie convertible en travail ou en chaleur. Comme on l'a souligné au paragraphe 8.5.2, la puissance active est maximale en cas de charge purement résistive ($\underline{Z} = R$) et nulle en cas de charge purement réactive ($\underline{Z} = jX$).

8.5.5 Définition de la puissance réactive

On appelle *puissance réactive* Q , ou P_q en régime sinusoïdal, l'amplitude de la composante alternative de la puissance instantanée. Selon (8.87)

$$Q = UI \sin \varphi \quad \text{var} \quad (8.89)$$

8.5.6 Commentaires

Pour éviter toute confusion avec la puissance active, la puissance réactive s'exprime en var (volts-ampères réactifs). C'est en fait une puissance fictive, qui ne répond pas à une véritable définition physique, mais qui permet de caractériser l'échange d'énergie non convertible apparaissant dans le cas d'une charge réactive. Bien que cet échange corresponde à un bilan nul après un nombre entier de périodes, on doit tenir compte de la circulation de cette énergie fluctuante dans le cas d'un réseau de distribution d'énergie électrique, car elle entraîne des pertes en raison de la dissipation par effet Joule dans les lignes et elle contribue à l'augmentation du volume — donc du coût — des générateurs assurant l'alimentation. Comme la valeur efficace de la tension est en principe une constante, l'intérêt du distributeur est de transmettre le maximum de puissance active au moyen d'un minimum de courant et par conséquent de réduire autant que possible la puissance réactive.

Remarquons enfin que la notion de puissance réactive est utile pour caractériser clairement la nature d'un utilisateur. Pour une charge inductive ($X > 0$), le déphasage φ est positif, de même que $\sin \varphi$, et la puissance réactive absorbée par la charge est conventionnellement positive. Pour une charge capacitive ($X < 0$), le déphasage φ est négatif, de même que $\sin \varphi$, et la puissance réactive absorbée est aussi négative : on dit qu'une charge capacitive fournit de la puissance réactive positive.

8.5.7 Définition de la puissance apparente

L'amplitude des fluctuations de la puissance instantanée par rapport à sa valeur moyenne est appelée *puissance apparente* S ou P_s :

$$S = UI \quad \text{VA} \quad (8.90)$$

Elle correspond au produit des valeurs efficaces de la tension et du courant (mesurables à l'aide d'un voltmètre et d'un ampèremètre) et s'exprime conventionnellement, pour la distinguer, en VA (volt-ampère). Ce produit est apparemment une puissance, mais ne fournit pas nécessairement un travail, d'où son nom de puissance apparente.

Cette grandeur est liée aux puissances active et réactive par la relation

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2} \quad (8.91)$$

Les puissances apparentes, correspondant à un module, ne peuvent pas être additionnées algébriquement.

8.5.8 Remarques

La puissance apparente est une mesure pratique de l'importance d'un équipement alternatif. Dans un transformateur, par exemple, les pertes dépendent à la fois de la tension et du courant : c'est pourquoi ses dimensions sont déterminées par la puissance ap-

parente et non par la puissance active. La puissance apparente indiquée sur la plaque signalétique du transformateur en VA ou kVA indique le produit du plus grand courant admissible dans un de ses enroulements et de la tension maximum admissible en valeur efficace que cet enroulement peut supporter.

Du point de vue de l'analyse dimensionnelle, il est clair que l'on a l'équivalence : $W = \text{var} = \text{VA}$. Les surnoms donnés à ces unités sont utilisés pour éviter toute confusion entre les diverses puissances dont les significations sont très différentes et qui sont facturées par les distributeurs d'énergie électrique selon des règles différentes.

8.5.9 Définition de la puissance complexe

On appelle *puissance complexe* $\underline{S}$ l'expression

$$\underline{S} = P + jQ = S \exp(j\varphi) \quad (8.92)$$

Elle permet de réunir les différentes puissances précédemment définies en faisant de sa partie réelle la puissance active, de sa partie imaginaire la puissance réactive, de son module la puissance apparente et de son argument le déphasage φ entre tension et courant (fig. 8.12).

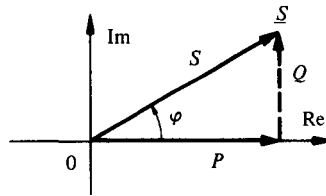


Fig. 8.12

8.5.10 Commentaire

En dénotant le conjugué complexe du phaseur correspondant au courant par

$$\underline{I}^* = I \exp(-j\beta) \quad (8.93)$$

on peut exprimer la puissance complexe par le produit

$$\underline{S} = \underline{U} \underline{I}^* \quad (8.94)$$

Si l'impédance de la charge est $\underline{Z} = R + jX$, on obtient en remplaçant $\underline{U}$ dans (8.94) par son expression tirée de (8.52) et en tenant compte de (13.22) :

$$\underline{S} = \underline{U} \underline{I}^* = \underline{Z} \underline{I} \underline{I}^* = \underline{Z} I^2 = RI^2 + jXI^2 \quad (8.95)$$

En identifiant (8.95) et (8.92), on peut exprimer les puissances active et réactive en fonction de la résistance et de la réactance de la charge :

$$P = RI^2 \quad (8.96)$$

$$Q = XI^2 \quad (8.97)$$

D'une manière analogue, on obtient en introduisant l'admittance $\underline{Y} = G + jB$:

$$P = GU^2 \quad (8.98)$$

$$Q = -BU^2 \quad (8.99)$$

Contrairement aux puissances apparentes, les puissances complexes absorbées par chaque élément d'un ensemble peuvent être additionnées pour calculer la puissance complexe totale.

8.5.11 Définition du facteur de puissance

Le rapport entre la puissance active et la puissance apparente est appelé *facteur de puissance*

$$\cos \varphi = \frac{P}{S} \quad (8.100)$$

Ce facteur est toujours compris entre zéro et un (pour une charge passive) et caractérise l'efficacité d'un système de distribution d'énergie. Pour un distributeur d'énergie électrique, il est donc désirable d'avoir un facteur de puissance aussi proche que possible de 1 (donc d'avoir $\varphi \cong 0$).

Dans le cas assez fréquent où l'utilisateur représente une charge inductive, il est possible d'améliorer le facteur de puissance en branchant des condensateurs en parallèle avec la charge.

8.5.12 Exemple

Considérons un moteur monophasé alimenté par une tension sinusoïdale à 50 Hz de valeur efficace égale à 220 volts. Ce moteur constitue une charge inductive qui peut être représentée par une impédance complexe

$$\underline{Z} = R + jX$$

où la résistance $R = 42 \, \Omega$ et la réactance $X = 26 \, \Omega$.

Le module de l'impédance vaut

$$Z = \sqrt{R^2 + X^2} = 49,4 \, \Omega$$

La valeur efficace du courant fourni vaut donc

$$I = U/Z = 4,45 \, \text{A}$$

Les puissances active, réactive et apparente valent respectivement

$$P = RI^2 = 833 \, \text{W}$$

$$Q = XI^2 = 516 \, \text{var}$$

$$S = UI = 980 \, \text{VA}$$

Le facteur de puissance vaut ici :

$$\cos \varphi = P/S = 0,85$$

8.6 SOURCE AVEC IMPÉDANCE INTERNE

8.6.1 Généralisation de la notion de résistance interne

Le modèle de source avec résistance interne (sect. 6.7) se généralise facilement en régime sinusoïdal en introduisant le concept d'impédance interne, comprenant une partie résistive et une partie réactive (positive si la réactance est inductive, négative si elle est capacitive) :

$$\underline{Z}_i = R_i + jX_i \quad (8.101)$$

Par analogie avec l'équation (6.45), on obtient en notation complexe, avec $\underline{U}_0$, $\underline{U}$, $\underline{I}$, les phaseurs correspondant respectivement à la tension à vide, la tension en charge et le courant en charge, l'équation d'une source de tension

$$\underline{U} = \underline{U}_0 - \underline{Z}_i \underline{I} \quad (8.102)$$

à laquelle correspond le schéma équivalent de la figure 8.13 (avec impédance de charge $\underline{Z}_u$).

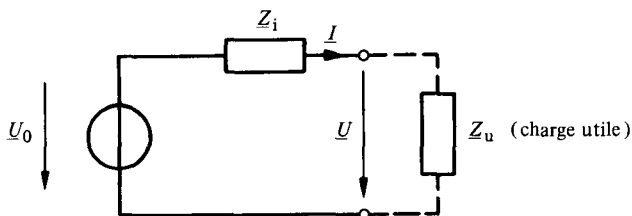


Fig. 8.13

En court-circuit, c'est-à-dire lorsque $\underline{U} = 0$, le courant vaut

$$\underline{I}_0 = \underline{U}_0 / \underline{Z}_i = \underline{Y}_i \underline{U}_0 \quad (8.103)$$

où $\underline{Y}_i = 1/\underline{Z}_i$ est l'admittance interne.

En multipliant (8.102) par l'admittance interne et en introduisant (8.103), on obtient l'équation en source de courant

$$\underline{I} = \underline{I}_0 - \underline{Y}_i \underline{U} \quad (8.104)$$

dont le schéma équivalent est représenté à la figure 8.14. La condition d'équivalence entre ces deux modèles (dans leur comportement vis-à-vis du circuit de charge) est bien entendu exprimée par (8.103).

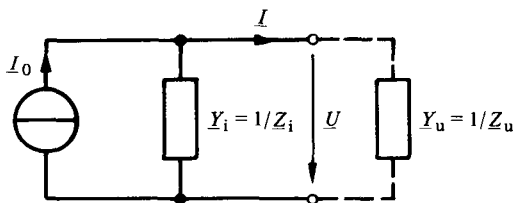


Fig. 8.14

8.6.2 Exemple

Considérons une source en régime sinusoïdal pour laquelle la tension à vide est donnée par

$$\underline{U}_0 = U_0 \exp(j\alpha_0)$$

et le courant de court-circuit par

$$\underline{I}_0 = I_0 \exp(j\beta_0)$$

avec

$$U_0 = 50 \text{ V}, \quad I_0 = 0,25 \text{ A} \quad \text{et} \quad \varphi_0 = \alpha_0 - \beta_0 = \pi/6$$

L'impédance interne de la source se déduit de (8.103) :

$$\underline{Z}_i = \underline{U}_0 / \underline{I}_0 = \frac{U_0}{I_0} \exp(j\varphi_0) = Z_i \cos \varphi_0 + jZ_i \sin \varphi_0$$

Par identification, on a

$$R_i = Z_i \cos \varphi_0$$

$$X_i = Z_i \sin \varphi_0$$

où $Z_i = U_0 / I_0 = 200 \, \Omega$ et $\varphi_0 = \pi/6 \triangleq 30^\circ$

Ainsi

$$R_i = (\sqrt{3}/2) 200 = 173,2 \, \Omega$$

$$X_i = (1/2) 200 = 100 \, \Omega$$

La réactance positive X_i dénote une impédance interne inductive.

8.6.3 Source avec charge

En régime sinusoïdal, la charge est représentée par une impédance

$$\underline{Z}_u = \underline{U} / \underline{I} = R_u + jX_u \quad (8.105)$$

En combinant (8.102) et (8.105), on obtient facilement les expressions de la tension aux bornes de la charge et du courant qui traverse celle-ci :

$$\underline{U} = \underline{U}_0 \frac{\underline{Z}_u}{\underline{Z}_i + \underline{Z}_u} \quad ; \quad \underline{I} = \frac{\underline{U}}{\underline{Z}_u} = \frac{\underline{U}_0}{\underline{Z}_i + \underline{Z}_u} \quad (8.106)$$

La puissance active fournie par la source à la charge est donnée par (8.96), qui prend ici la forme

$$P = R_u I^2 = R_u \frac{U_0^2}{(R_i + R_u)^2 + (X_i + X_u)^2} \quad (8.107)$$

La puissance réactive absorbée par la charge est, de manière analogue, donnée d'a-

près (8.97) et (8.106) par

$$Q = X_u I^2 = X_u \frac{U_0^2}{(R_i + R_u)^2 + (X_i + X_u)^2} \quad (8.108)$$

Le facteur de puissance peut ici s'exprimer, d'après (8.100) ou directement d'après (8.64) et (8.65), par

$$\cos \varphi_u = \frac{P}{\sqrt{P^2 + Q^2}} = \frac{R_u}{Z_u} = \frac{R_u}{\sqrt{R_u^2 + X_u^2}} \quad (8.109)$$

8.6.4 Exemple

La source de l'exemple 8.6.2 est chargée par une impédance $Z_u = R_u + j X_u$, avec $R_u = 327 \, \Omega$ et $X_u = -100 \, \Omega$ (charge capacitive).

La puissance active fournie à la charge vaut, d'après (8.107) :

$$P = R_u I^2 = 327 \cdot 0,01 = 3,27 \, \text{W}$$

La puissance réactive absorbée par la charge vaut, quant à elle, d'après (8.108) :

$$Q = X_u I^2 = -100 \cdot 0,01 = -1 \, \text{var}$$

La valeur efficace du courant vaut $I = 0,1 \, \text{A}$ et la valeur efficace de la tension

$$U = Z_u I = \sqrt{R_u^2 + X_u^2} I = 341,95 \cdot 0,1 \cong 34,2 \, \text{V}$$

Pour le facteur de puissance, on obtient dans ce cas

$$\cos \varphi_u = \frac{R_u}{Z_u} = 0,956$$

8.6.5 Remarque

Comme dans le cas d'une source avec résistance interne et charge résistive, on démontre (voir § IV.6.3.9) qu'il existe une condition d'adaptation correspondant à un transfert optimum de puissance active de la source à la charge. Cette condition est que l'impédance de charge soit égale au conjugué complexe de l'impédance interne.

8.7 RÉSEAUX D'IMPÉDANCES

8.7.1 Lois d'Ohm et de Kirchhoff en régime sinusoïdal

L'introduction, en régime sinusoïdal permanent, du concept d'impédance (8.52) permet de généraliser la loi d'Ohm pour les circuits contenant des éléments linéaires résistifs, inductifs et capacitifs en utilisant la notation complexe :

$$\underline{U} = \underline{Z} \underline{I} \quad (8.110)$$

On exprimera de même les lois de Kirchhoff (2.34) et (2.35) à l'aide des substituts complexes (phaseurs) des courants incidents à un noeud du réseau et des tensions aux bornes des branches formant une maille

$$\sum_k \underline{I}_k = 0 \quad (8.111)$$

$$\sum_l \underline{U}_l = 0 \quad (8.112)$$

L'addition [soustraction] complexe est opérée conformément à la règle énoncée au paragraphe 8.3.5.

8.7.2 Remarque

Grâce à l'introduction des phaseurs, l'étude d'un circuit électrique en régime sinusoïdal permanent permet de ramener les équations intégro-différentielles de description du circuit à un ensemble d'équations algébriques à coefficients constants.

On se trouve donc placé dans une situation similaire à celle rencontrée au chapitre 7 dans le cas restrictif de circuits linéaires purement résistifs en régime continu. On pourra donc utiliser, par analogie, les mêmes méthodes de mise en équations en remplaçant les résistances de branches du régime continu par les impédances de branches valables pour le régime sinusoïdal.

Il est clair également que les techniques de simplification de circuits présentées au chapitre 6, en ne faisant appel qu'aux relations en valeurs instantanées, trouvent leur équivalent en écriture complexe. On a de plus ici l'avantage d'obtenir une formulation générale des principaux résultats valables pour n'importe quelle combinaison d'éléments R, L, C .

8.7.3 Impédances [admittances] en série et en parallèle

L'application des relations fondamentales (8.110), (8.111) et (8.112) à des circuits composés d'impédances connectées en série ou en parallèle permet d'énoncer les résultats suivants :

- L'impédance d'un bipôle constitué par la mise en série de plusieurs impédances est égale à la somme (complexe) de celles-ci (fig. 8.15).

$$\underline{Z}_s = \sum_k \underline{Z}_k \quad (8.113)$$

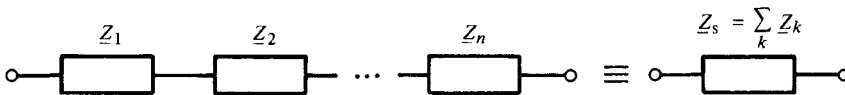


Fig. 8.15

L'admittance étant égale à l'inverse de l'impédance, on a pour un circuit série

$$\underline{Y}_s = 1/\underline{Z}_s = \frac{1}{\sum_k \underline{Z}_k} = \frac{1}{\sum_k 1/\underline{Y}_k} \quad (8.114)$$

- L'admittance d'un bipôle constitué par la mise en parallèle de plusieurs admittances est égale à la somme (complexe) de celles-ci (fig. 8.16).

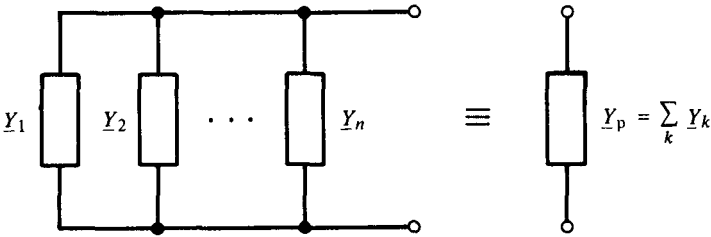


Fig. 8.16

Tableau 8.17 Bipôles composites élémentaires

Circuit	Impédance $\underline{Z} = R_z + jX$	Admittance $\underline{Y} = G_z + jB$
	$R + j\omega L$	$\frac{1}{R + j\omega L} = \frac{R - j\omega L}{R^2 + \omega^2 L^2}$
	$R + \frac{1}{j\omega C} = R - j\frac{1}{\omega C}$	$\frac{R\omega^2 C^2 + j\omega C}{1 + \omega^2 R^2 C^2}$
	$j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right) = j\frac{\omega^2 LC - 1}{\omega C}$	$j\frac{\omega C}{1 - \omega^2 LC}$
	$R + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)$	$\frac{R - j(\omega L - 1/\omega C)}{R^2 + (\omega L - 1/\omega C)^2}$
	$\frac{R\omega^2 L^2 + j\omega LR^2}{R^2 + \omega^2 L^2}$	$\frac{1}{R} - j\frac{1}{\omega L}$
	$\frac{R - j\omega CR^2}{1 + \omega^2 R^2 C^2}$	$\frac{1}{R} + j\omega C$
	$j\frac{\omega L}{1 - \omega^2 LC}$	$j\left(\omega C - \frac{1}{\omega L}\right)$
	$\frac{R - jR^2(\omega C - 1/\omega L)}{1 + R^2(\omega C - 1/\omega L)^2}$	$\frac{1}{R} + j\left(\omega C - \frac{1}{\omega L}\right)$

$$\underline{Y}_p = \sum_k \underline{Y}_k \quad (8.115)$$

L'impédance correspondante vaut

$$\underline{Z}_p = 1/\underline{Y}_p = \frac{1}{\sum_k \underline{Y}_k} = \frac{1}{\sum_k 1/\underline{Z}_k} \quad (8.116)$$

Les impédances et admittances correspondant aux principaux bipôles élémentaires composés d'éléments R , L , C sont présentées dans le tableau 8.17.

8.7.4 Diagramme d'impédances [d'admittances] et diagramme des phaseurs associés

Les impédances [admittances] sont des grandeurs complexes qui peuvent être représentées graphiquement dans le plan complexe. La somme des termes partiels réels et imaginaires s'opère selon les règles de l'addition vectorielle.

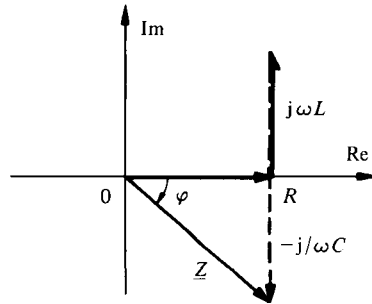


Fig. 8.18

La figure 8.18 montre l'application de ce mode de représentation graphique à l'impédance du circuit série R , L , C .

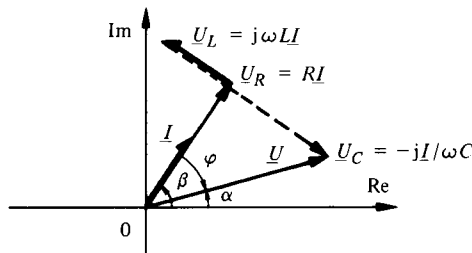


Fig. 8.19

Compte tenu de l'interprétation géométrique de la multiplication ou division par j discutée au paragraphe 8.3.9, il est alors aisé de construire le diagramme des phaseurs correspondants, lorsque l'un de ceux-ci est connu. Par exemple (fig. 8.19), pour l'impédance du circuit série R , L , C , si le courant $\underline{I}$ traversant chaque élément est donné, on

obtient facilement le phaseur de la tension $\underline{U}$ à partir de ses composantes $\underline{U}_R$, $\underline{U}_L$ et $\underline{U}_C$. La tension $\underline{U}_R$ aux bornes de la résistance est en phase avec le courant, les tensions $\underline{U}_L$ et $\underline{U}_C$ sont en quadrature, la première en avance de $\pi/2$ et la seconde en retard de $\pi/2$.

La construction du diagramme des phaseurs associés à un bipôle série-parallèle s'obtient d'une manière similaire. La figure 8.21 reproduit celui associé au bipôle de la figure 8.20; le courant $\underline{I}_1$ étant choisi comme base de départ, on trace les phaseurs $R_1 \underline{I}_1$, $(j\omega C)^{-1} \underline{I}_1$ et leur somme $\underline{U}_1$; le courant $\underline{I}_2$ est en retard de $\pi/2$ par rapport à $\underline{U}_1$ et son module vaut $U_1 / \omega L_2$. On en déduit le courant total $\underline{I}$, les tensions $R_3 \underline{I}$ et $j\omega L_3 \underline{I}$, la tension $\underline{U}_3$ et enfin la tension totale $\underline{U}$ dont on peut alors *mesurer* le module et l'argument sur le diagramme.

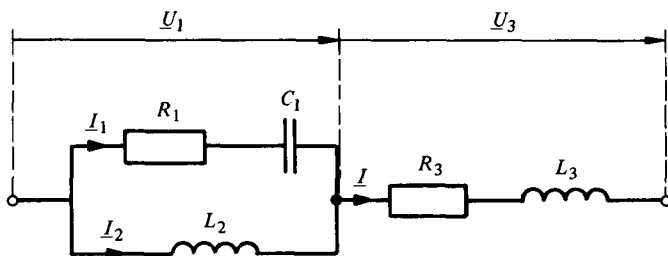


Fig. 8.20 Exemple de circuit série-parallèle.

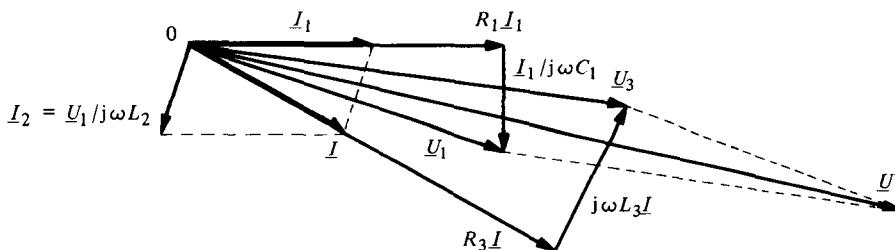


Fig. 8.21 Diagramme des phaseurs du circuit de la figure 8.20.

8.7.5 Lieux complexes

Le diagramme complexe associé à un bipôle constitue une représentation graphique du fonctionnement de celui-ci en régime permanent à une fréquence déterminée. Les renseignements que l'on peut en tirer sont de nature essentiellement qualitative (et quantitative si les échelles sont respectées), bien que très utile pour certaines applications à fréquence fixe (technique des courants forts).

Pour d'autres applications, il peut être utile d'expliciter les performances d'un réseau en régime sinusoïdal permanent, mais pour toute une gamme de fréquences distinctes.

On appelle *lieu complexe* relatif à une grandeur complexe quelconque F le lieu décrit par l'extrémité du vecteur représentant cette grandeur lorsqu'on fait varier un paramètre du réseau, généralement la pulsation ω .

8.7.6 Circuits résonnants

Les bipôles composés des trois éléments R , L , C connectés en série ou en parallèle portent le nom de *circuits résonnants*.

Du tableau 8.17, on tire l'impédance du circuit résonnant série et l'admittance du circuit résonnant parallèle :

$$\underline{Z}_s = R + j(\omega L - 1/\omega C) \quad (8.117)$$

$$\underline{Y}_p = \frac{1}{R} + j(\omega C - 1/\omega L) \quad (8.118)$$

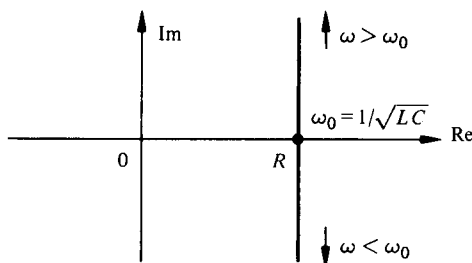


Fig. 8.22 Lieu complexe de l'impédance d'un circuit résonnant série.

Le lieu complexe de l'impédance (8.117) est représenté sur la figure 8.22. Celui de l'admittance (8.118) peut être obtenu de manière similaire. La condition de résonance est réalisée lorsque la pulsation vaut

$$\omega_0 = 1/\sqrt{LC} \quad (8.119)$$

On observe que pour cette valeur particulière, les réactances [susceptances] de l'inductance et de la capacité sont égales et opposées; la réactance [susceptance] du bipôle est nulle et l'impédance [admittance] du bipôle se résume à la seule résistance [conductance]. En particulier, lorsque $R = 0$, l'impédance à la résonance du circuit série est nulle, alors que l'impédance du circuit parallèle est infinie (admittance nulle) lorsque $R = \infty$. On parle parfois dans ce dernier cas de *circuit bouchon*.

A la résonance, le courant est en phase avec la tension pour les deux circuits. Pour le circuit série, lorsque $\omega < \omega_0$, la tension est en retard sur le courant (réactance à dominante capacitive) et lorsque $\omega > \omega_0$, la tension est en avance sur le courant (réactance à dominante inductive). Le résultat inverse est obtenu dans le cas du circuit parallèle. Ceci découle de la dualité entre les deux circuits.

Les circuits résonnants jouent un rôle très important en électrotechnique. Leurs propriétés sont étudiées en détail dans le volume IV de ce Traité (chap. 3).

8.7.7 Bipôles équivalents pour une fréquence donnée

En régime sinusoïdal permanent, deux bipôles sont équivalents s'ils possèdent la même impédance [admittance] complexe. Cette équivalence n'est en général valable que *pour une seule fréquence*.

Puisque l'impédance complexe peut toujours s'écrire sous la forme d'une somme comprenant une partie résistive et une partie réactive (inductive si $\varphi > 0$, capacitive si

$\varphi < 0$), on peut toujours construire, pour une fréquence particulière, un bipôle équivalent à un bipôle donné avec l'aide d'une seule résistance connectée en série à une inductance ou une capacité. Le même raisonnement appliqué à l'admittance conduit au bipôle équivalent parallèle.

8.7.8 Exemples

Du tableau 8.17, on déduit que :

- un bipôle inductif série d'impédance $\underline{Z}_1 = R_1 + j\omega L_1$ est équivalent à un bipôle constitué par la mise en parallèle d'une résistance R_2 et d'une inductance L_2 , à la condition que

$$R_1 = \frac{R_2 \omega^2 L_2^2}{R_2^2 + \omega^2 L_2^2} = \frac{R_2}{1 + (R_2/\omega L_2)^2}$$

$$L_1 = \frac{L_2 R_2^2}{R_2^2 + \omega^2 L_2^2} = \frac{L_2}{1 + (\omega L_2/R_2)^2}$$

- un bipôle capacitif série d'impédance $\underline{Z}_3 = R_3 - j/\omega C_3$ est équivalent à un bipôle constitué par la mise en parallèle d'une résistance R_4 et d'une capacité C_4 , à la condition que

$$R_3 = \frac{R_4}{1 + (\omega R_4 C_4)^2}$$

$$C_3 = \frac{1 + (\omega R_4 C_4)^2}{\omega^2 R_4^2 C_4} = \left[1 + \frac{1}{(\omega R_4 C_4)^2} \right] C_4$$

8.7.9 Tripôles équivalents

Par analogie avec le calcul développé à la section 6.6, on démontre facilement qu'en régime sinusoïdal permanent tout circuit tripôle constitué par trois impédances $\underline{Z}_1$, $\underline{Z}_2$ et $\underline{Z}_3$ connectées en T (ou en étoile) possède un tripôle équivalent (fig. 8.23) formé de trois impédances connectées en Π (ou en triangle). Les équations d'équivalence sont données par (avec $\underline{Z}_{ij} = \underline{Z}_{ji}$) :

$$\underline{Z}_{12} = \frac{\underline{Z}_1 \underline{Z}_2 + \underline{Z}_2 \underline{Z}_3 + \underline{Z}_3 \underline{Z}_1}{\underline{Z}_3} \quad (8.120)$$

$$\underline{Z}_{23} = \frac{\underline{Z}_1 \underline{Z}_2 + \underline{Z}_2 \underline{Z}_3 + \underline{Z}_3 \underline{Z}_1}{\underline{Z}_1} \quad (8.121)$$

$$\underline{Z}_{31} = \frac{\underline{Z}_1 \underline{Z}_2 + \underline{Z}_2 \underline{Z}_3 + \underline{Z}_3 \underline{Z}_1}{\underline{Z}_2} \quad (8.122)$$

ou inversement par

$$\underline{Z}_1 = \frac{\underline{Z}_{12} \underline{Z}_{31}}{\underline{Z}_{12} + \underline{Z}_{23} + \underline{Z}_{31}} \quad (8.123)$$

$$\underline{Z}_2 = \frac{\underline{Z}_{12} \underline{Z}_{23}}{\underline{Z}_{12} + \underline{Z}_{23} + \underline{Z}_{31}} \quad (8.124)$$

$$\underline{Z}_3 = \frac{\underline{Z}_{23} \underline{Z}_{31}}{\underline{Z}_{12} + \underline{Z}_{23} + \underline{Z}_{31}} \quad (8.125)$$

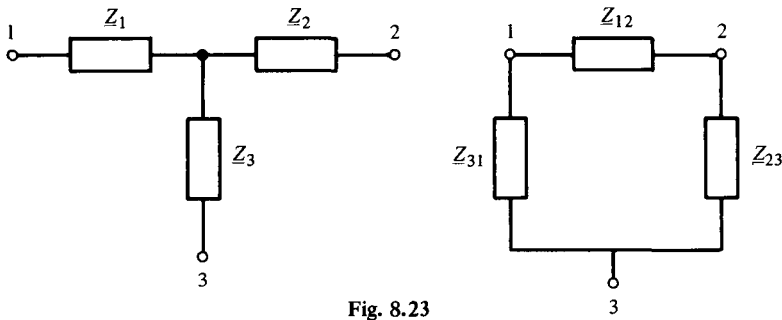


Fig. 8.23

8.7.10 Diviseurs de tension et de courant

La généralisation en régime sinusoïdal permanent du calcul des diviseurs de tension ou de courant est immédiate.

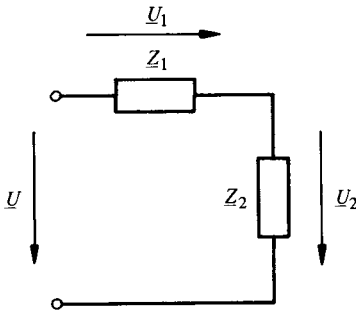


Fig. 8.24

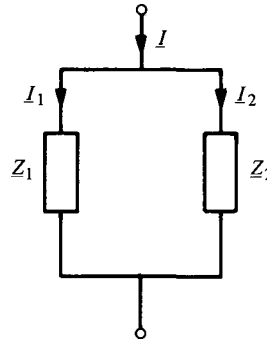


Fig. 8.25

Un diviseur de tension (fig. 8.24) est un circuit constitué par la mise en série de deux impédances $\underline{Z}_1$ et $\underline{Z}_2$ alimenté par une tension totale $\underline{U}$. Les deux tensions partielles aux bornes des impédances sont alors :

$$\underline{U}_1 = \frac{\underline{Z}_1}{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2} \underline{U} ; \quad \underline{U}_2 = \frac{\underline{Z}_2}{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2} \underline{U} \quad (8.126)$$

Un diviseur de courant (fig. 8.25) est un circuit constitué par la mise en parallèle de deux impédances $\underline{Z}_1$ et $\underline{Z}_2$ alimenté par un courant total $\underline{I}$. Les deux courants partiels traversant les impédances sont :

$$\underline{I}_1 = \frac{\underline{Z}_2}{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2} \underline{I} ; \quad \underline{I}_2 = \frac{\underline{Z}_1}{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2} \underline{I} \quad (8.127)$$

8.7.11 Exemple

Un circuit diviseur de tension est composé d'une impédance $\underline{Z}_1 = R$ et d'une impédance $\underline{Z}_2 = (j\omega C)^{-1}$. On désire déterminer la condition pour laquelle la tension aux bornes de la capacité $\underline{U}_2$ est déphasée de $\pi/4$ (45°) par rapport à la tension d'alimentation totale $\underline{U}$. Par (8.126) :

$$\frac{\underline{U}_2}{\underline{U}} = \frac{\underline{Z}_2}{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2} = \frac{1/j\omega C}{R + 1/j\omega C} = \frac{1}{1 + j\omega RC} = \frac{1 - j\omega RC}{1 + (\omega RC)^2}$$

Un déphasage (retard) de $\pi/4$ est obtenu lorsque la partie imaginaire du rapport ci-dessus est égale à la partie réelle, c'est-à-dire lorsque

$$\omega = 1/RC$$

Pour cette pulsation, on constate que le module de la tension $\underline{U}_2$ est $\sqrt{2}$ fois plus petit que celui de $\underline{U}$.

8.7.12 Pont d'impédances

On peut généraliser en régime sinusoïdal permanent le concept de circuit en pont étudié au chapitre 7 (pont de Wheatstone). On obtient alors le circuit représenté sur la figure 8.26.

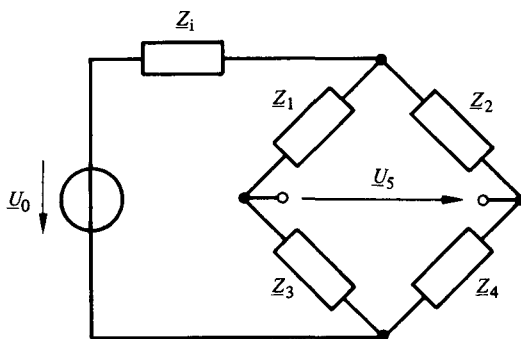


Fig. 8.26

La condition d'équilibre du pont (correspondant à $\underline{U}_5 = 0$) est, par analogie avec la relation (7.4) :

$$\underline{Z}_1 \underline{Z}_4 = \underline{Z}_2 \underline{Z}_3 \quad (8.128)$$

8.7.13 Fonction de transfert harmonique

Le comportement en fonction de la fréquence d'un tripôle ou d'un quadripôle linéaire (fig. 8.27) est décrit par une fonction $H(j\omega)$, appelée *fonction de transfert harmonique* ou *réponse fréquentielle* du circuit. Cette fonction est usuellement définie comme le quotient du phaseur de la tension (ou du courant) de sortie par le phaseur de la tension (ou du courant) d'entrée :

$$H(j\omega) = \frac{\underline{U}_s}{\underline{U}_e} \quad (8.129)$$

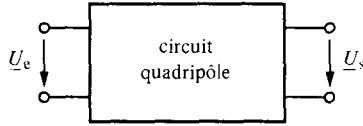


Fig. 8.27

Cette fonction de transfert est une grandeur complexe dont le module $|H|$ et l'argument $\arg H$ représentent respectivement la réponse fréquentielle d'amplitude et la réponse fréquentielle de phase du circuit.

La représentation graphique des valeurs de $|H|$ (sans dimension) et de $\arg H$ (en radian ou en degré) en fonction de la fréquence f ou de la pulsation $\omega = 2\pi f$ est fréquemment utilisée pour décrire le comportement fréquentiel d'un amplificateur ou d'un filtre électrique.

Cette représentation porte le nom de *diagrammes de Bode* lorsque la fréquence ou la pulsation est reportée en abscisse selon une échelle logarithmique, et que le module $|H|$ est évalué en décibel (dB) selon la formule :

$$|H|_{\text{dB}} = 10 \log_{10} |H|^2 = 20 \log_{10} |H| \quad (8.130)$$

8.7.14 Exemple

Un circuit diviseur de tension (fig. 8.24) est composé d'une impédance $\underline{Z}_1 = R$ et d'une impédance $\underline{Z}_2 = (j\omega C)^{-1}$. Selon (8.126) et (8.129), sa fonction de transfert en tension vaut :

$$H(j\omega) = \frac{\underline{Z}_2}{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2} = \frac{1}{1 + j\omega RC} = \frac{1}{1 + j\omega/\omega_0} \quad (8.131)$$

avec $\omega_0 = (RC)^{-1}$.

La réponse fréquentielle d'amplitude est donnée par :

$$|H| = \frac{1}{\sqrt{1 + (\omega/\omega_0)^2}} \quad (8.132)$$

et la réponse fréquentielle de phase par :

$$\arg H = -\arctan(\omega/\omega_0) \quad (8.133)$$

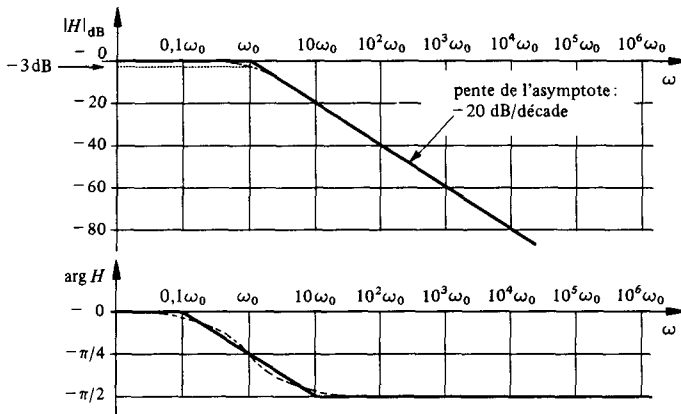


Fig. 8.28

Les diagrammes de Bode correspondants sont représentés sur la figure 8.28. A la pulsation dite de coupure $\omega = \omega_0$, l'amplitude de la tension de sortie de ce diviseur est inférieure de 3 dB (facteur d'atténuation $1/\sqrt{2}$) à la tension d'entrée. Elle se rapproche ensuite d'une asymptote dont la pente est de -20 dB/décade de fréquence. L'argument passe, lui, de zéro à $-\pi/2$, avec une valeur de $-\pi/4$ à la pulsation de coupure $\omega = \omega_0$.

Un tel circuit est appelé *filtre passe-bas* puisqu'il n'atténue pratiquement pas les signaux sinusoïdaux de pulsations inférieures à ω_0 et qu'il atténue de plus en plus les signaux sinusoïdaux de pulsations supérieures à ω_0 .

8.7.15 Insuffisance du régime sinusoïdal en présence d'éléments non linéaires

Un élément non linéaire alimenté par une tension sinusoïdale n'est pas parcouru par un courant sinusoïdal, mais par un courant périodique, de même période que l'excitation, mais de forme différente. Inversement, si le courant imposé à un élément non linéaire est sinusoïdal, la tension à ses bornes ne sera, quant à elle, pas sinusoïdale.

Les méthodes d'analyse présentées dans ce chapitre, basées sur le principe du substitut complexe des grandeurs sinusoïdales (phaseurs), ne sont donc pas applicables en présence de non linéarités.

Dans la mesure où la forme de chaque courant ou tension périodique non sinusoïdal est déterminée, l'analyse peut être conduite en la développant en une somme d'un terme constant (valeur moyenne = composante continue) et d'une série de composantes sinusoïdales dont les fréquences sont des multiples entiers (harmoniques) de la fréquence fondamentale (inverse de la période). Ce type de développement est présenté dans le volume IV de ce Traité (série de Fourier).

8.8 EXERCICES

8.8.1 Représenter graphiquement les grandeurs $x(t) = A \sin \omega t$, $y(t) = B \sin(\omega t - \pi/4)$, $z(t) = C \cos \omega t$ avec $A = B/2 = 2C$.

8.8.2 Calculer la fréquence et la pulsation d'une grandeur sinusoïdale de période $T = 20$ ms.

8.8.3 Une tension sinusoïdale $u(t)$ possède une période $T = 2$ ms et une valeur de crête $\hat{U} = 331$ V qui est atteinte au temps $t = 0,2$ ms. Ecrire l'équation de cette tension et en dessiner le graphe.

8.8.4 Représenter graphiquement en fonction du temps le courant $i(t) = \hat{I} \cos [\omega(t + \tau_1)]$ et la tension $u(t) = \hat{U} \cos [\omega(t - \tau_2)]$ pour $\hat{I} = 1$ A, $\hat{U} = 2$ V, $f = 1000$ Hz, $\tau_1 = 0,15$ ms et $\tau_2 = 0,1$ ms. Calculer le déphasage φ correspondant et les valeurs efficaces du courant et de la tension.

8.8.5 Démontrer que la valeur moyenne d'une grandeur sinusoïdale est nulle.

8.8.6 Une puissance moyenne de 675 W est dissipée par une résistance de 3Ω , parcourue par un courant sinusoïdal. Quelle est la valeur de crête de ce courant et la valeur efficace de la tension aux bornes de cette résistance ?

8.8.7 Déterminer l'expression analytique et dessiner le graphe de la projection sur l'axe réel de la fonction exponentielle complexe $\underline{i} = \hat{I} \exp [j(\omega t + \alpha)]$, avec $\hat{I} = 15$ A, $\omega = 314 \cdot 10^6$ rad $\cdot$ s $^{-1}$ et $\alpha = -\pi/3$ rad. Dessiner le phaseur correspondant.

8.8.8 Dessiner le graphe temporel, déterminer l'expression des valeurs efficaces complexes et établir le diagramme des phaseurs correspondant aux tensions suivantes (convention : $u = \operatorname{Re} \underline{u}$) avec $\sin \omega t = \cos(\omega t - \pi/2)$:

$$\begin{aligned} u_1 &= \hat{U}_1 \cos(\omega t + \pi/3) ; & \hat{U}_1 &= 127,3 \text{ V} \\ u_2 &= \hat{U}_2 \sin(\omega t - \pi/2) ; & \hat{U}_2 &= 141,4 \text{ V} \\ u_3 &= \hat{U}_3 \sin(\omega t + \pi/4) ; & \hat{U}_3 &= 212 \text{ V} \\ u_4 &= \hat{U}_4 \cos(\omega t - \pi/4) ; & \hat{U}_4 &= 85 \text{ V} \\ u_5 &= \hat{U}_5 \sin(\omega t + \pi) ; & \hat{U}_5 &= 141,4 \text{ V} \end{aligned}$$

8.8.9 Soit $i_1 = \sqrt{2} I_1 \cos(\omega t + \pi/3)$ et $i_2 = \sqrt{2} I_2 \cos(\omega t + 2\pi/3)$ avec $I_1 = 2$ A, $I_2 = 3$ A. Déterminer à l'aide d'un diagramme des phaseurs la valeur efficace et la phase du courant $i = i_1 - i_2$ et en déduire l'expression analytique et le graphe temporel.

8.8.10 Une tension $u = \sqrt{2} U \cos(\omega t + \alpha)$ est appliquée aux bornes d'un circuit comprenant une résistance R , une capacité C et une inductance L branchées en parallèle. Exprimer les courants circulant dans chaque élément en fonction de cette tension en valeur instantanée, en valeur instantanée complexe et en valeur efficace complexe. Dessiner le diagramme des phaseurs correspondants pour $U = 220$ V, $\alpha = \pi/4$, $\omega = 314$ rad $\cdot$ s $^{-1}$, $R = 22 \Omega$, $C = 100 \mu\text{F}$, $L = 200$ mH.

8.8.11 Calculer les modules de l'impédance et de l'admittance d'une capacité de 47 nF à une fréquence $f = 100$ kHz. Répéter le calcul pour une inductance $L = 3,3 \mu\text{H}$. Déterminer la valeur de crête de la tension aux bornes de ces éléments si le courant sinusoïdal, de fréquence f , qui les traverse possède une valeur efficace de 5 mA.

8.8.12 Etablir les équations liant entre elles la résistance, la réactance, la conductance et la susceptance.

8.8.13 Une impédance est donnée par son module $Z = 33 \, \Omega$ et le déphasage $\varphi = 30^\circ$. Calculer sa résistance et sa réactance, de même que les puissances active, réactive et apparente correspondant à une tension appliquée de 220 V de valeur efficace.

8.8.14 Démontrer que la puissance active fournie à une charge d'impédance $\underline{Z}_u$ par une source réelle d'impédance interne $\underline{Z}_i$ est maximale lorsque $\underline{Z}_u = \underline{Z}_i^*$.

8.8.15 Vérifier toutes les formules d'impédances et d'admittances du tableau 8.17 et les représenter graphiquement dans le plan complexe.

8.8.16 Une charge est constituée par la mise en parallèle d'une capacité $C = 30 \, \mu\text{F}$ avec un bipôle formé par la mise en série d'une inductance $L = 83 \, \text{mH}$ et d'une résistance $R = 42 \, \Omega$. Calculer la valeur de l'impédance de cette charge à une fréquence de 50 Hz et son facteur de puissance. Comparer avec le facteur de puissance obtenu en l'absence de capacité.

8.8.17 Calculer l'impédance, la résistance, la réactance, la conductance et la susceptance du bipôle de la figure 8.29 pour une fréquence de 50 Hz.

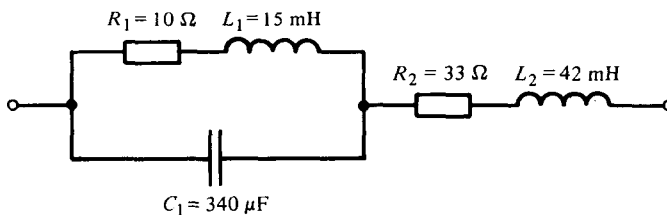


Fig. 8.29

8.8.18 Etablir un diagramme des phaseurs correspondant au circuit de la figure 8.30.

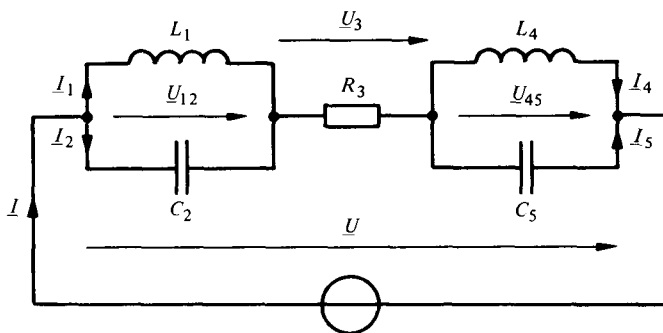


Fig. 8.30

8.8.19 Calculer le module de l'impédance du bipôle de la figure 8.31, pour une fréquence $f = 1$ kHz, avec $R = 10 \Omega$, $L = 3$ mH et $C = 25 \mu\text{F}$.

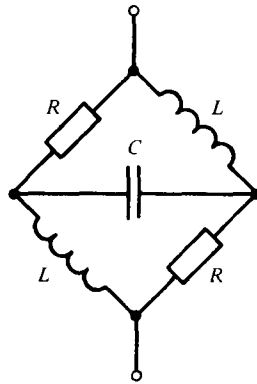


Fig. 8.31

8.8.20 Déterminer la nature des impédances du circuit en T équivalent au circuit de la figure 8.32 lorsque la fréquence varie de zéro à l'infini.

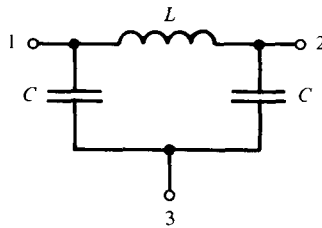


Fig. 8.32

8.8.21 Un diviseur de tension est constitué par la mise en série de deux impédances $\underline{Z}_1$ et $\underline{Z}_2$ formées chacune par une résistance en parallèle avec une capacité. Déterminer sous quelle condition le rapport de tension $\underline{U}_2/\underline{U}$ est égal à $1/10$ quelle que soit la fréquence.

8.8.22 Vérifier les formules d'impédances équivalentes (11.5), (11.9), (11.12) des composants résistance, condensateur et bobine d'inductance.

8.8.23 Etablir les expressions de la réponse fréquentielle d'amplitude $|H|$ et de la réponse de phase $\arg H$ du circuit diviseur de tension (fig. 8.24) composé d'une impédance $\underline{Z}_1 = (j\omega C)^{-1}$ et d'une impédance $\underline{Z}_2 = R$. En déduire les diagrammes de Bode correspondants.

CIRCUITS EN RÉGIME SINUSOÏDAL TRIPHASÉ

9.1 SYSTÈMES POLYPHASÉS

9.1.1 Définitions

Un *système polyphasé* est un ensemble de m grandeurs (tensions ou courants) sinusoïdales de même fréquence, déphasées les unes par rapport aux autres.

Le système est *symétrique* si les valeurs efficaces des grandeurs sinusoïdales sont égales et si le déphasage entre deux grandeurs consécutives vaut $k \frac{2\pi}{m}$, où k , appelé *ordre de succession des phases*, est égal au nombre d'arcs $\frac{2\pi}{m}$ correspondant au déphasage de deux grandeurs de numéros consécutifs.

Par convention, on appelle système *direct* un système dont le diagramme des phasors est ordonné dans le sens trigonométrique négatif (sens des aiguilles d'une montre). En d'autres termes, dans un système direct d'ordre 1, les grandeurs passent successivement par un maximum dans l'ordre de numérotation. Dans le cas contraire, le système est dit *inverse*. On appelle *homopolaire* un système dans lequel toutes les grandeurs sont en phase. Un circuit monophasé faisant partie d'un système polyphasé donné est appelé par commodité *phase* (à ne pas confondre avec l'angle de phase associé à une grandeur sinusoïdale). Lorsque les phases d'un système ne sont pas liées entre elles, on parle d'un système *non lié*. Seuls les systèmes *liés* sont utilisés et considérés dans ce qui suit.

9.1.2 Exemples

Dans un système diphasé direct (fig. 9.1), les tensions $\underline{U}_1$ et $\underline{U}_2$ sont en quadrature. Un tel système n'est pas symétrique. Il est souvent considéré comme un demi-système tétraphasé (4 phases).

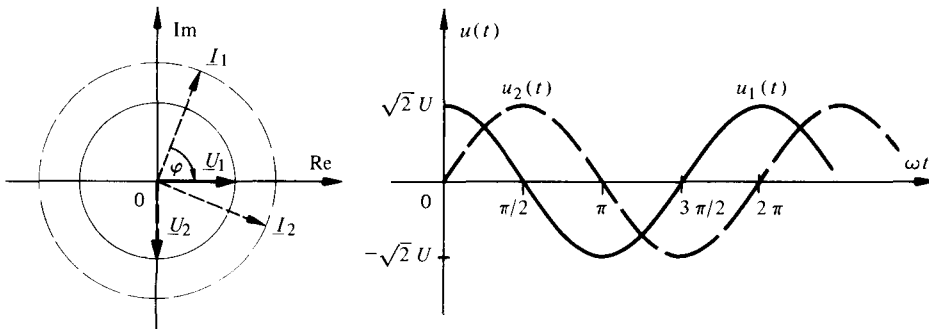


Fig. 9.1

Un exemple de système pentaphasé indirect d'ordre 2 est illustré par le diagramme des phaseurs de la figure 9.2. Ce diagramme est aussi celui d'un système direct d'ordre 3. On observe ainsi qu'un système direct d'ordre k est équivalent à un système inverse d'ordre $m - k$.

Les systèmes d'ordre zéro (ou respectivement d'ordre $k = m$) sont homopolaires (fig. 9.3).

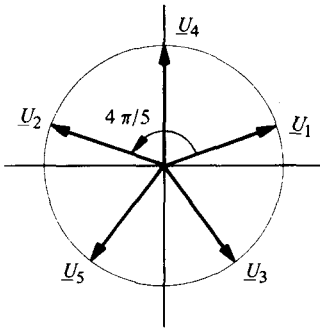


Fig. 9.2

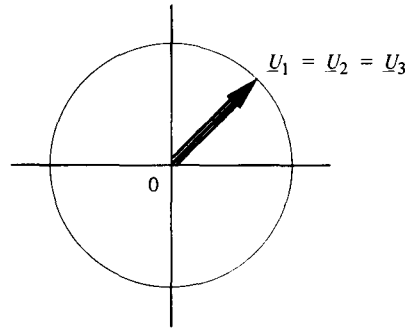


Fig. 9.3

9.1.3 Intérêt des systèmes polyphasés

Ainsi qu'on l'a déjà relevé au chapitre 4, la génération et la transmission de l'énergie électrique est plus efficace dans les systèmes polyphasés (meilleur rendement des machines alternatives, économie dans les installations de transport d'énergie due à la diminution possible de la section totale des conducteurs pour une même puissance fournie). De tels systèmes permettent de créer un champ magnétique tournant dans les moteurs polyphasés (vol. X), ce qui définit un sens de rotation. De plus, dans le cas de systèmes symétriques, la puissance instantanée est constante et ne présente donc plus de composante pulsante.

9.1.4 Etude des systèmes polyphasés

On peut considérer grossièrement les systèmes polyphasés comme la juxtaposition d'un certain nombre de systèmes monophasés. Les outils développés au chapitre précédent — représentation complexe des grandeurs sinusoïdales et concept d'impédance ou d'admittance — s'appliquent donc aussi au cas des systèmes polyphasés par analogie.

On se contentera d'examiner dans ce qui suit le cas du système triphasé.

9.2 SYSTÈMES TRIPHASÉS SYMÉTRIQUES

9.2.1 Introduction

Le type le plus courant de sources polyphasées utilise trois tensions équilibrées, égales en amplitude et déphasées de $2\pi/3 = 120^\circ$, formant un système triphasé symétrique (fig. 9.4).

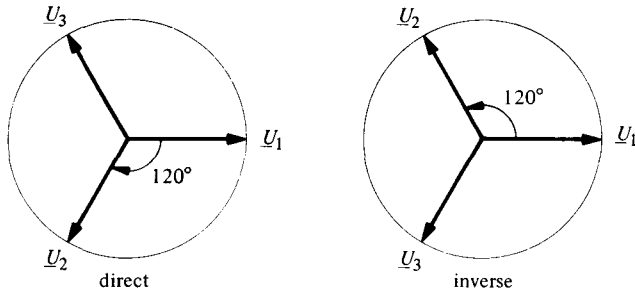


Fig. 9.4 Système triphasé direct et inverse d'ordre 1.

Pour un système direct d'ordre 1, on a

$$\begin{aligned}\underline{U}_1 &= U \exp(j\alpha) \\ \underline{U}_2 &= U \exp[j(\alpha - 2\pi/3)] \\ \underline{U}_3 &= U \exp[j(\alpha - 4\pi/3)]\end{aligned}\quad (9.1)$$

Le graphe correspondant des tensions instantanées est représenté sur la figure 9.5 (pour $\alpha = 0$). En tout instant, la somme des trois tensions est nulle :

$$u_1 + u_2 + u_3 = 0 \quad (9.2)$$

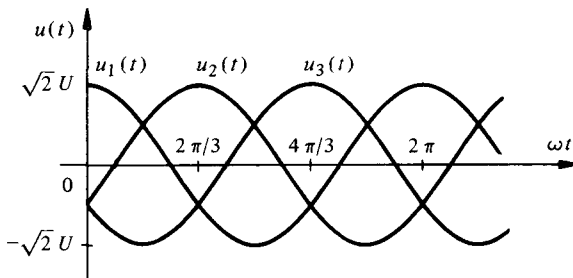


Fig. 9.5

9.2.2 Définitions

Le modèle simplifié usuel d'une source de tension triphasée est celui de la figure 9.6. Il comprend trois sources monophasées connectées *en étoile*, c'est-à-dire avec un pôle commun. Chaque source correspond à une *phase de la génératrice*. Le pôle commun aux trois sources est appelé *point neutre*.

On appelle *ligne* l'ensemble des conducteurs transmettant l'énergie. Elle comporte, en triphasé, trois *conducteurs de phase* complétés éventuellement par un conducteur de retour du courant appelé *conducteur neutre*.

9.2.3 Notations conventionnelles

Par convention, on désigne par les lettres R, S, T les trois conducteurs de phase, et par N le conducteur neutre (ou respectivement les bornes de sortie des trois sources monophasées formant la source triphasée et le point neutre).

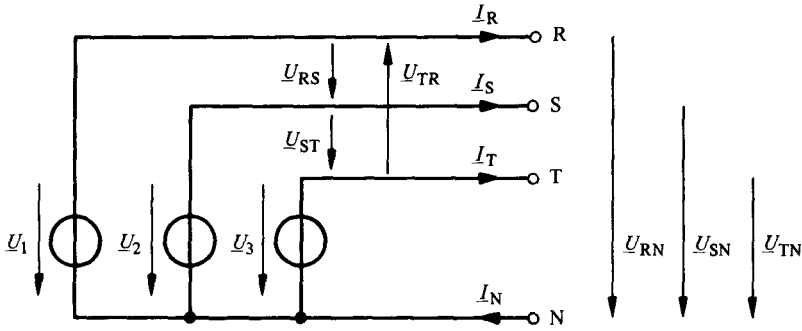


Fig. 9.6

9.2.4 Remarque

Un modèle plus complet peut être établi en associant à chaque source monophasée une impédance interne tenant compte de l'impédance interne du générateur et éventuellement aussi des impédances des conducteurs de phase.

9.2.5 Définitions

On appelle *tensions simples* les trois tensions $\underline{U}_1, \underline{U}_2, \underline{U}_3$, de module U , mesurées entre chaque conducteur de phase et le point neutre de la source. On les dénote conventionnellement par $\underline{U}_{RN}, \underline{U}_{SN}, \underline{U}_{TN}$.

On appelle *tensions de ligne* ou *tensions composées* les tensions mesurées entre deux conducteurs de phase : $\underline{U}_{RS}, \underline{U}_{ST}, \underline{U}_{TR}$.

9.2.6 Relations entre tensions simples et tensions de ligne

En application de la loi de Kirchhoff sur les tensions, les relations suivantes entre tensions simples et tensions de ligne peuvent être établies :

$$\begin{aligned}\underline{U}_{RS} &= \underline{U}_{RN} - \underline{U}_{SN} \\ \underline{U}_{ST} &= \underline{U}_{SN} - \underline{U}_{TN} \\ \underline{U}_{TR} &= \underline{U}_{TN} - \underline{U}_{RN}\end{aligned}\tag{9.3}$$

Le diagramme des phaseurs correspondant est représenté sur la figure 9.7 (système direct).

On obtient en introduisant (9.1) dans (9.3) et en tenant compte de (13.39) :

$$\begin{aligned}\underline{U}_{RS} &= U \exp(j\alpha) \{ 1 - \exp[j(-2\pi/3)] \} \\ &= U \exp(j\alpha) [1 - \cos(2\pi/3) + j \sin(2\pi/3)] \\ &= U \exp(j\alpha) \left[\frac{3}{2} + j \frac{\sqrt{3}}{2} \right] \\ &= \sqrt{3} U \exp[j(\alpha + \pi/6)] = \sqrt{3} \underline{U}_{RN} \exp(j\pi/6)\end{aligned}\tag{9.4}$$

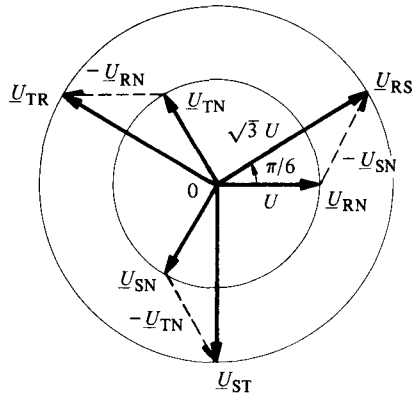


Fig. 9.7

De même

$$\begin{aligned}\underline{U}_{ST} &= \sqrt{3} U \exp[j(\alpha - \pi/2)] = \sqrt{3} \underline{U}_{SN} \exp(j\pi/6) \\ \underline{U}_{TR} &= \sqrt{3} U \exp[j(\alpha - 7\pi/6)] = \sqrt{3} \underline{U}_{TN} \exp(j\pi/6)\end{aligned}\quad (9.5)$$

Ainsi, les tensions de ligne forment également un système triphasé symétrique en avance de $\pi/6$ par rapport aux tensions simples de même premier indice. Le module U_ℓ des tensions de ligne est $\sqrt{3}$ fois celui des tensions simples :

$$U_\ell = \sqrt{3} U \quad (9.6)$$

9.2.7 Remarques

Dans le réseau d'alimentation de type domestique le plus courant en Europe, le module des tensions simples est normalisé à 220 V. Il en résulte que celui des tensions de ligne (sources couplées en étoile) vaut alors $220 \cdot \sqrt{3} = 380$ V.

Lorsqu'on caractérise un réseau triphasé par une seule tension, il s'agit toujours de la tension de ligne. On parle ainsi de réseau triphasé à 380 V.

Les trois sources de tension $\underline{U}_1$, $\underline{U}_2$ et $\underline{U}_3$ pourraient aussi être connectées les unes aux autres dans une configuration en triangle (fig. 9.8). Il est clair que dans ce cas les

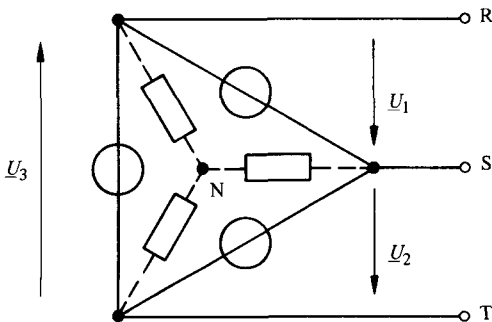


Fig. 9.8

tensions de ligne s'identifient aux tensions de phase de la génératrice. On peut toujours créer un point neutre artificiel (par exemple avec trois résistances identiques connectées en étoile) et faire apparaître trois tensions simples dont le module est $\sqrt{3}$ fois plus petit que celui des tensions de ligne.

9.2.8 Courants de ligne et courant dans le neutre

Les *courants de ligne* sont les courants traversant chaque conducteur de phase. On les dénote par $\underline{I}_R, \underline{I}_S, \underline{I}_T$.

Le courant $\underline{I}_N$ qui sert de retour commun dans le conducteur neutre est égal à la somme des courants de ligne :

$$\underline{I}_N = \underline{I}_R + \underline{I}_S + \underline{I}_T \quad (9.7)$$

9.3 CHARGE EN ÉTOILE OU EN TRIANGLE

9.3.1 Charge triphasée équilibrée

Une charge (utilisateur) triphasée *équilibrée* est caractérisée par trois impédances identiques (même module et argument) $\underline{Z} = Z \exp(j\varphi)$ que l'on appelle les trois *phases de l'utilisateur*. Ces trois impédances peuvent être connectées en étoile ou en triangle.

Le mode de connexion ayant de l'importance, aussi bien au niveau des tensions que de l'ordre de branchement, les bornes des trois impédances sont conventionnellement repérées par les lettres U et X, V et Y, W et Z (fig. 9.9).

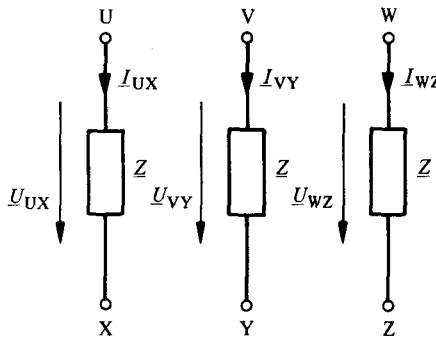


Fig. 9.9

9.3.2 Définitions

Les trois *tensions de phase* de la charge sont les tensions aux bornes de chaque impédance : $\underline{U}_{UX}, \underline{U}_{VY}, \underline{U}_{WZ}$.

Les trois *courants de phase* de la charge sont les courants traversant chaque impédance : $\underline{I}_{UX}, \underline{I}_{VY}, \underline{I}_{WZ}$.

Dans un système symétrique à charge équilibrée, les trois tensions de phase ont le même module U_{ph} et les trois courants de phase le même module

$$I_{ph} = \frac{U_{ph}}{Z} \quad (9.8)$$

9.3.3 Connexion en étoile

Dans le montage étoile (symbolisé par le signe Y), les trois impédances de la charge triphasée ont un point commun (XYZ), appelé point neutre de la charge, et sont alimentées par les trois tensions simples (fig. 9.10). Les bornes U, V, W sont branchées respectivement aux conducteurs de phase R, S, T.

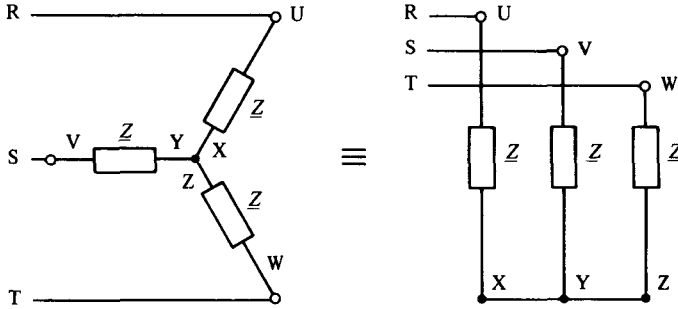


Fig. 9.10

Si la charge est équilibrée, les tensions de phase se confondent avec les tensions simples

$$\underline{U}_{UX} = \underline{U}_{RN} ; \underline{U}_{VY} = \underline{U}_{SN} ; \underline{U}_{WZ} = \underline{U}_{TN} \quad (9.9)$$

et possèdent donc un module $U_{ph} = U$.

On en déduit les courants de phase

$$\begin{aligned} \underline{I}_{UX} &= \frac{\underline{U}_{UX}}{\underline{Z}} = \frac{\underline{U}_{RN}}{\underline{Z}} = \frac{U}{Z} \exp[j(\alpha - \varphi)] \\ \underline{I}_{VY} &= \frac{\underline{U}_{VY}}{\underline{Z}} = \frac{\underline{U}_{SN}}{\underline{Z}} = \frac{U}{Z} \exp[j(\alpha - \varphi - 2\pi/3)] \\ \underline{I}_{WZ} &= \frac{\underline{U}_{WZ}}{\underline{Z}} = \frac{\underline{U}_{TN}}{\underline{Z}} = \frac{U}{Z} \exp[j(\alpha - \varphi - 4\pi/3)] \end{aligned} \quad (9.10)$$

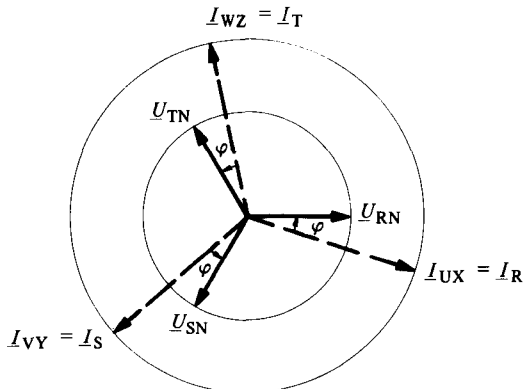


Fig. 9.11 Diagramme des phaseurs pour charge équilibrée en étoile.

Les courants de phase de l'utilisateur connecté en étoile forment ainsi un système triphasé symétrique de module U/Z , déphasé d'un angle φ par rapport au système des tensions simples (fig. 9.11).

Dans un montage étoile, les courants de ligne se confondent avec les courants de phase

$$\underline{I}_R = \underline{I}_{UX} \quad ; \quad \underline{I}_S = \underline{I}_{VY} \quad ; \quad \underline{I}_T = \underline{I}_{WZ} \quad (9.11)$$

et ont pour module

$$I_l = I_{ph} = U/Z \quad (9.12)$$

Le courant de retour entre les points neutres de la charge et de la source vaut

$$\begin{aligned} \underline{I}_N &= \underline{I}_{UX} + \underline{I}_{VY} + \underline{I}_{WZ} \\ &= \frac{U}{Z} \exp[j(\alpha - \varphi)] \{ 1 + \exp(-j2\pi/3) + \exp(-j4\pi/3) \} \\ &= 0 \end{aligned} \quad (9.13)$$

Ainsi, dans le cas d'une source symétrique avec charge équilibrée, il n'est pas nécessaire de relier le point neutre de la charge à celui de la source.

La relation entre les modules des tensions de ligne et de phase pour le montage étoile est donné d'après (9.6) par

$$U_l = \sqrt{3} U_{ph} \quad (9.14)$$

9.3.4 Connexion en triangle

Dans le montage triangle (symbolisé par le signe Δ), les trois impédances de la charge triphasée sont alimentées par les tensions de ligne et forment un circuit fermé sur lui-même (fig. 9.12). Les bornes U, V, W sont connectées aux lignes R, S, T et les bornes X, Y, Z sont connectées respectivement aux bornes V, W, U. La charge en montage triangle n'a pas de point neutre.

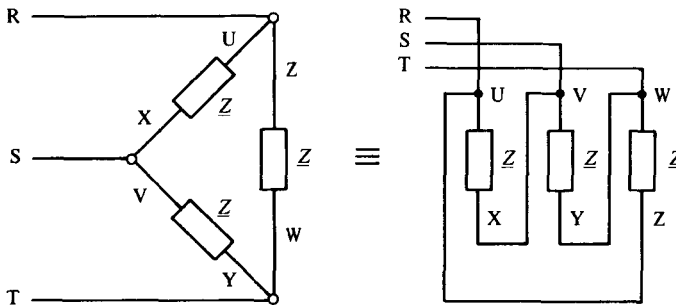


Fig. 9.12

Les tensions de phase se confondent ici avec les tensions de ligne

$$\underline{U}_{UX} = \underline{U}_{RS} \quad ; \quad \underline{U}_{VY} = \underline{U}_{ST} \quad ; \quad \underline{U}_{WZ} = \underline{U}_{TR} \quad (9.15)$$

et possèdent donc un module

$$U_{ph} = U_{\ell} = \sqrt{3} U \quad (9.16)$$

Ainsi, les courants de phase forment un système triphasé symétrique de module $I_{ph} = \sqrt{3} U/Z$ (fig. 9.13) :

$$\begin{aligned} \underline{I}_{UX} &= \frac{\underline{U}_{RS}}{Z} = \frac{\sqrt{3} U}{Z} \exp [j(\alpha - \varphi + \pi/6)] \\ \underline{I}_{VY} &= \frac{\underline{U}_{ST}}{Z} = \frac{\sqrt{3} U}{Z} \exp [j(\alpha - \varphi - \pi/2)] \\ \underline{I}_{WZ} &= \frac{\underline{U}_{TR}}{Z} = \frac{\sqrt{3} U}{Z} \exp [j(\alpha - \varphi - 7\pi/6)] \end{aligned} \quad (9.17)$$

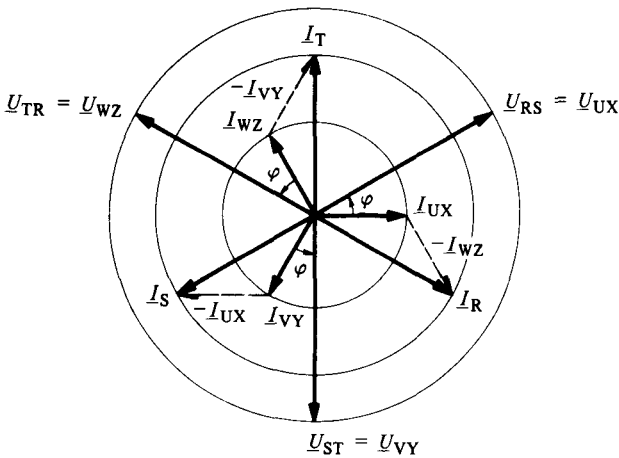


Fig. 9.13 Diagramme des phaseurs pour charge équilibrée en triangle.

Les courants de ligne sont obtenus en appliquant la loi de Kirchhoff sur les courants :

$$\begin{aligned} \underline{I}_R &= \underline{I}_{UX} - \underline{I}_{WZ} \\ \underline{I}_S &= \underline{I}_{VY} - \underline{I}_{UX} \\ \underline{I}_T &= \underline{I}_{WZ} - \underline{I}_{VY} \end{aligned} \quad (9.18)$$

Par substitution, il vient avec $I_{ph} = \sqrt{3} U/Z$:

$$\begin{aligned} \underline{I}_R &= \sqrt{3} I_{ph} \exp [j(\alpha - \varphi)] \\ \underline{I}_S &= \sqrt{3} I_{ph} \exp [j(\alpha - \varphi - 2\pi/3)] \\ \underline{I}_T &= \sqrt{3} I_{ph} \exp [j(\alpha - \varphi - 4\pi/3)] \end{aligned} \quad (9.19)$$

Les courants de ligne forment également un système triphasé symétrique, en retard de $\pi/6$ sur les courants de phase et de module

$$I_{\ell} = \sqrt{3} I_{ph} \quad (9.20)$$

9.4 PUISSANCE EN RÉGIME TRIPHASÉ

9.4.1 Puissance absorbée par une charge triphasée

La puissance absorbée par une charge triphasée est la somme des puissances absorbées par chaque phase.

Pour la puissance instantanée

$$p = u_{UX} i_{UX} + u_{VY} i_{VY} + u_{WZ} i_{WZ} \quad (9.21)$$

Pour la puissance active

$$P = U_{UX} I_{UX} \cos \varphi_{UX} + U_{VY} I_{VY} \cos \varphi_{VY} + U_{WZ} I_{WZ} \cos \varphi_{WZ} \quad (9.22)$$

Pour la puissance réactive

$$Q = U_{UX} I_{UX} \sin \varphi_{UX} + U_{VY} I_{VY} \sin \varphi_{VY} + U_{WZ} I_{WZ} \sin \varphi_{WZ} \quad (9.23)$$

9.4.2 Puissance dans un système symétrique à charge équilibrée

Dans le cas d'une charge équilibrée alimentée par des tensions formant un système symétrique, les valeurs instantanées des tensions et des courants dans les phases de la charge sont

$$\begin{aligned} u_{UX} &= \sqrt{2} U_{ph} \cos(\omega t + \alpha) \\ i_{UX} &= \sqrt{2} I_{ph} \cos(\omega t + \alpha - \varphi) \\ u_{VY} &= \sqrt{2} U_{ph} \cos(\omega t + \alpha - 2\pi/3) \\ i_{VY} &= \sqrt{2} I_{ph} \cos(\omega t + \alpha - \varphi - 2\pi/3) \\ u_{WZ} &= \sqrt{2} U_{ph} \cos(\omega t + \alpha - 4\pi/3) \\ i_{WZ} &= \sqrt{2} I_{ph} \cos(\omega t + \alpha - \varphi - 4\pi/3) \end{aligned} \quad (9.24)$$

En remplaçant dans (9.21), il vient :

$$\begin{aligned} p &= 3 U_{ph} I_{ph} \cos \varphi \\ &+ U_{ph} I_{ph} [\cos(2\omega t + 2\alpha - \varphi) + \cos(2\omega t + 2\alpha - \varphi + 2\pi/3) \\ &+ \cos(2\omega t + 2\alpha - \varphi - 2\pi/3)] \end{aligned} \quad (9.25)$$

Or, la somme des fonctions trigonométriques du deuxième terme du membre de droite donne zéro. Ainsi, pour un système symétrique à charge équilibrée

$$p = P = 3 U_{ph} I_{ph} \cos \varphi \quad (9.26)$$

La puissance instantanée est constante (pas de composante pulsante) et égale à la puissance active.

Pour la puissance réactive, on obtient

$$Q = 3 U_{ph} I_{ph} \sin \varphi \quad (9.27)$$

La puissance apparente totale vaut

$$S = 3 U_{ph} I_{ph}$$

et l'on peut dénoter la puissance complexe par

$$\underline{S} = 3 U_{ph} I_{ph} \exp(j\varphi) \quad (9.28)$$

Compte tenu des relations (9.12) et (9.14) pour le montage en étoile et de (9.16) et (9.20) pour le montage en triangle, on constate qu'il est possible d'exprimer également la puissance apparente dans le cas symétrique équilibré en fonction des courants et tensions de ligne, et quel que soit le type de montage, par

$$S = \sqrt{3} U_L I_L \quad (9.29)$$

Ce résultat peut être introduit dans (9.26), (9.27) et (9.28).

9.4.3 Exemple

Soit une charge triphasée composée d'impédances $\underline{Z}$ correspondant à la mise en série d'une résistance R de 15Ω et d'une inductance L de 32 mH . Cette charge est connectée en triangle et alimentée par un réseau triphasé symétrique de 380 V (valeur efficace de la tension de ligne) à la fréquence $f = 50 \text{ Hz}$. On désire déterminer la puissance active fournie par ce réseau.

Par (9.29) et (9.26) :

$$P = \sqrt{3} U_L I_L \cos \varphi$$

avec $U_L = U_{ph}$, $I_L = \sqrt{3} I_{ph} = \sqrt{3} U_{ph} / Z$ et $\cos \varphi = R/Z$

Or $\underline{Z} = R + jX$, avec $R = 15 \Omega$ et $X = \omega L = 2\pi fL = 314 \cdot 32 \cdot 10^{-3} \approx 10 \Omega$.

Ainsi

$$Z = \sqrt{R^2 + X^2} = \sqrt{325} = 18 \Omega$$

$$I_{ph} = 380/18 = 21,1 \text{ A}$$

$$I_L = \sqrt{3} I_{ph} = 36,6 \text{ A}$$

$$\cos \varphi = 15/18 = 0,83$$

et

$$P = 19'994 \text{ W} \approx 20 \text{ kW}$$

9.5 CONVERSION TRIANGLE - ÉTOILE

9.5.1 Introduction

Dans la pratique, si les sources d'alimentation triphasées sont généralement connectées en étoile, l'utilisateur dispose du choix du mode de couplage d'une charge triphasée équilibrée.

Le passage d'un montage en triangle à celui en étoile d'une charge d'impédances données est fréquemment utilisé soit pour obtenir une réduction momentanée de la puissance (démarrage de moteurs asynchrones par exemple), soit pour permettre l'adaptation à un réseau ayant une tension $\sqrt{3}$ fois plus élevée. Pour faciliter cette conversion, les bornes de chaque phase des récepteurs de courant triphasé sont généralement disposées de manière normalisée pour que l'on puisse utiliser le même jeu de barrettes de connexion pour les deux montages.

L'étude des réseaux triphasés symétriques étant souvent plus aisée lorsque la charge apparaît connectée en étoile, on peut recourir au principe des tripôles équivalents (§ 8.7.9) pour remplacer une charge connue connectée en triangle par une charge fictive équivalente connectée en étoile.

9.5.2 Réduction de la puissance absorbée

Si la source d'alimentation et les impédances de la charge demeurent inchangées, la conversion d'un montage triangle à un montage étoile apporte les modifications suivantes :

- la tension de phase est réduite, d'après (9.14) et (9.16), d'un facteur $\sqrt{3}$;
- le courant de phase est réduit, d'après (9.12) et (9.20), d'un facteur $\sqrt{3}$;
- le courant de ligne est lui réduit d'un facteur 3.

Il en découle que la puissance absorbée par la charge devient trois fois plus faible

$$P_Y = \frac{1}{3} P_{\Delta} \quad (9.30)$$

9.5.3 Exemple

Si la charge triphasée définie dans l'exemple 9.4.3 est connectée en étoile au lieu d'être connectée en triangle, on obtient

$$I_{\ell} = I_{ph} = \frac{U_{ph}}{Z} = \frac{U_{\ell}}{\sqrt{3} Z} = 220/18 = 12,2 \text{ A}$$

et

$$P = 6'665 \text{ W} \cong 6,7 \text{ kW}$$

9.5.4 Adaptation à une tension plus élevée

Dans les anciens réseaux triphasés, la tension de ligne est encore de 220 volts (tension simple de 127 V), alors que dans les réseaux modernes, la tension de ligne est de 380 volts (tension simple de 220 V). C'est pourquoi les équipements commandés pour les anciens réseaux sont faits pour un montage normal en triangle. On peut également brancher ces appareils sur les réseaux modernes en passant à un montage en étoile, avec

$$U_{\ell Y} = \sqrt{3} U_{\ell \Delta} \quad (9.31)$$

Les impédances de la charge étant inchangées, on observe que :

- les tensions de phase sont inchangées;
- par conséquent, les courants de phase sont également inchangés;
- la puissance consommée est donc elle aussi inchangée;
- le courant de ligne, lui, est par contre réduit d'un facteur $\sqrt{3}$.

9.5.5 Conversion d'un montage triangle en un montage étoile équivalent

Si l'on désire, pour simplifier les calculs, remplacer une charge en triangle par une charge en étoile équivalente (même tension et courant de ligne, même puissance consom-

mée), il suffit d'utiliser les équations d'équivalence (8.123) à (8.125). Dans le cas d'une charge équilibrée, ces équations se réduisent à la relation simple

$$\underline{Z}_Y = \frac{1}{3} \underline{Z}_\Delta \quad (9.32)$$

9.6 SYSTÈMES TRIPHASÉS NON SYMÉTRIQUES

9.6.1 Charge non équilibrée

Un état de fonctionnement non symétrique apparaît lorsque les impédances de phase de la charge ne sont pas identiques.

Une telle situation est généralement provoquée par le branchement de charges monophasées (équipements ménagers de faible puissance, fours à induction, machines à souder à l'arc, etc.) raccordées soit entre un conducteur de phase et le conducteur neutre, soit entre deux conducteurs de phase. Elle peut aussi intervenir en cas de perturbations telles que court-circuit, ouverture d'une phase, etc.

9.6.2 Cas d'une charge en triangle

Si la charge est montée en triangle (fig. 9.14), la détermination des courants de ligne est facilement obtenu par la différence des courants de phase (notés ici simplement $\underline{I}_1$, $\underline{I}_2$ et $\underline{I}_3$) correspondant eux-mêmes au quotient des tensions de ligne par les impédances respectives ($\underline{Z}_1$, $\underline{Z}_2$ et $\underline{Z}_3$):

$$\underline{I}_1 = \frac{\underline{U}_{RS}}{\underline{Z}_1} \quad ; \quad \underline{I}_2 = \frac{\underline{U}_{ST}}{\underline{Z}_2} \quad ; \quad \underline{I}_3 = \frac{\underline{U}_{TR}}{\underline{Z}_3} \quad (9.33)$$

$$\underline{I}_R = \underline{I}_1 - \underline{I}_3 \quad ; \quad \underline{I}_S = \underline{I}_2 - \underline{I}_1 \quad ; \quad \underline{I}_T = \underline{I}_3 - \underline{I}_2 \quad (9.34)$$

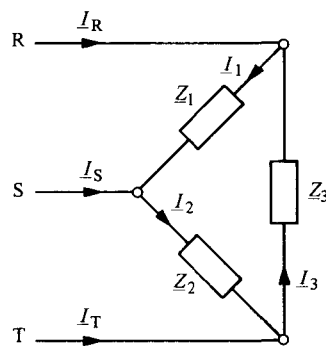


Fig. 9.14

9.6.3 Cas d'une charge en étoile

Dans le cas d'une charge déséquilibrée en étoile, son point neutre peut être relié au point neutre de la source triphasée (cas usuel) ou non.

Si les points neutres ne sont pas reliés, on peut avantageusement utiliser le principe

des tripôles équivalents (§ 8.7.9) et remplacer pour le calcul la charge en étoile par une charge en triangle équivalente. On est alors ramené au cas précédent.

Si les points neutres sont reliés (fig. 9.15) au travers d'une impédance $\underline{Z}_N$ (impédance du conducteur de retour), aux bornes de laquelle apparaît une tension $\underline{U}_N$, les tensions de phase sont données par $\underline{U}_{RN} - \underline{U}_N$, $\underline{U}_{SN} - \underline{U}_N$ et $\underline{U}_{TN} - \underline{U}_N$.

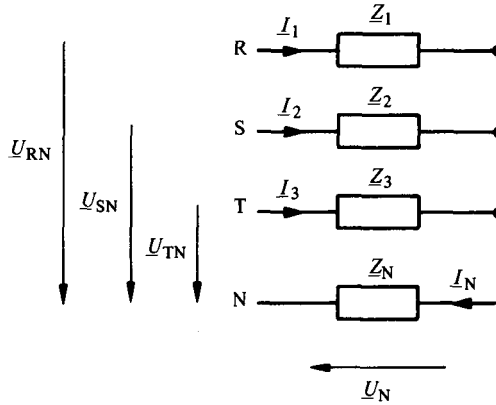


Fig. 9.15

Les courants de ligne valent alors

$$\underline{I}_R = \frac{\underline{U}_{RN} - \underline{U}_N}{\underline{Z}_1} ; \quad \underline{I}_S = \frac{\underline{U}_{SN} - \underline{U}_N}{\underline{Z}_2} ; \quad \underline{I}_T = \frac{\underline{U}_{TN} - \underline{U}_N}{\underline{Z}_3} \quad (9.35)$$

Le courant de retour vaut

$$\underline{I}_N = \frac{\underline{U}_N}{\underline{Z}_N} \quad (9.36)$$

Mais on a aussi, en application de la loi de Kirchhoff sur les courants,

$$\begin{aligned} \underline{I}_N &= \underline{I}_R + \underline{I}_S + \underline{I}_T \\ &= \frac{\underline{U}_{RN}}{\underline{Z}_1} + \frac{\underline{U}_{SN}}{\underline{Z}_2} + \frac{\underline{U}_{TN}}{\underline{Z}_3} - \underline{U}_N \left(\frac{1}{\underline{Z}_1} + \frac{1}{\underline{Z}_2} + \frac{1}{\underline{Z}_3} \right) \end{aligned} \quad (9.37)$$

En éliminant $\underline{I}_N$ entre les deux équations (9.36) et (9.37), on obtient la valeur de la tension complexe entre les points neutres :

$$\underline{U}_N = \underline{Z}_p \underline{I}_{N0} \quad (9.38)$$

avec

$$\frac{1}{\underline{Z}_p} = \frac{1}{\underline{Z}_1} + \frac{1}{\underline{Z}_2} + \frac{1}{\underline{Z}_3} + \frac{1}{\underline{Z}_N} \quad (9.39)$$

et

$$\underline{I}_{N0} = \frac{\underline{U}_{RN}}{\underline{Z}_1} + \frac{\underline{U}_{SN}}{\underline{Z}_2} + \frac{\underline{U}_{TN}}{\underline{Z}_3} \quad (9.40)$$

L'impédance $\underline{Z}_p$ est équivalente à la mise en parallèle de toutes les impédances de la charge, y compris celle du conducteur neutre.

Le courant $\underline{I}_{N0}$ représente le courant de retour dans le neutre que l'on observerait si l'impédance du neutre $\underline{Z}_N$ était nulle.

Finalement, on peut calculer tous les courants de ligne en introduisant (9.38) dans (9.35).

9.6.4 Exemple

Considérons premièrement le cas particulier où l'impédance du neutre $\underline{Z}_N$ est nulle. Alors $\underline{Z}_p = 0$ et $\underline{U}_N = 0$.

Si les impédances de la charge triphasée possèdent le même argument φ et les modules $Z_1 = 5 \Omega$, $Z_2 = 10 \Omega$, $Z_3 = 20 \Omega$ et que la tension de ligne du réseau vaut 380 V, on obtient pour les modules des courants de ligne

$$I_R = U_{ph}/Z_1 = 220/5 = 44 \text{ A} ; I_S = 22 \text{ A} ; I_T = 11 \text{ A}$$

Les phaseurs des courants sont déphasés de $2\pi/3$ (fig. 9.16) et le courant $\underline{I}_{N0} = \underline{I}_R + \underline{I}_S + \underline{I}_T$ peut être construit graphiquement. Son module est obtenu en déterminant par exemple sa projection sur $\underline{I}_R$ et sur une direction perpendiculaire et en calculant la racine de la somme des carrés de ces projections :

$$\Sigma \text{ projections sur } \underline{I}_R = I_R - 1/2 I_S - 1/2 I_T = 27,5 \text{ A}$$

$$\Sigma \text{ projections sur } \perp \text{ à } \underline{I}_R = \sqrt{3}/2 (I_S - I_T) = 9,53 \text{ A}$$

d'où $I_{N0} = 29,1 \text{ A}$.

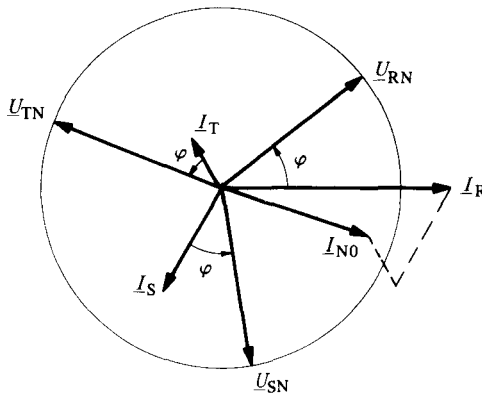


Fig. 9.16 Diagrammes des phaseurs avec neutres reliés et $Z_N = 0$.

Au cas où les points neutres de la source et de la charge ne sont pas reliés, la tension entre points neutres est donnée par (9.38) avec ici $Z_N = \infty$:

$$\underline{Z}_p = \frac{1}{1/\underline{Z}_1 + 1/\underline{Z}_2 + 1/\underline{Z}_3} \exp(j\varphi) = 2,857 \exp(j\varphi)$$

Le phaseur de la tension entre neutres est avancé d'un angle φ par rapport à celui de $\underline{I}_{N0}$ et son module vaut

$$U_N = Z_p I_{N0} = 2,857 \cdot 29,1 = 83,14 \text{ V}$$

Connaissant la tension $\underline{U}_N$, on peut alors construire un nouveau diagramme (fig. 9.17) permettant de représenter les tensions de phase $\underline{U}_{RN} - \underline{U}_N$, $\underline{U}_{SN} - \underline{U}_N$ et $\underline{U}_{TN} - \underline{U}_N$. Les courants de ligne sont eux en retard d'un angle φ sur les tensions de phase correspondantes. Leur module est proportionnel à celui des tensions de phase divisé par le module des impédances de phase

$$I_R = \frac{|\underline{U}_{RN} - \underline{U}_N|}{Z_1} ; \quad I_S = \frac{|\underline{U}_{SN} - \underline{U}_N|}{Z_2} ; \quad I_T = \frac{|\underline{U}_{TN} - \underline{U}_N|}{Z_3}$$

et puisque I_N doit être nul, on peut vérifier la relation $\underline{I}_R + \underline{I}_S + \underline{I}_T = 0$.

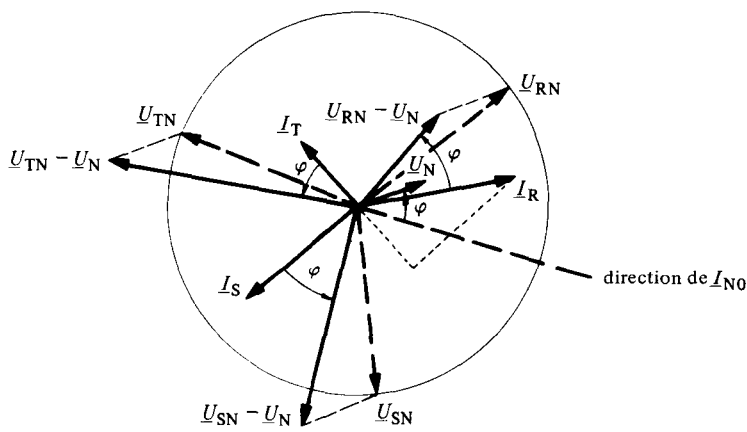


Fig. 9.17 Diagramme modifié pour neutres non reliés.

9.6.5 Méthode des composantes symétriques

Une méthode générale d'étude des systèmes non symétriques est basée sur la décomposition d'un tel système en trois systèmes symétriques : un système direct, un système inverse et un système homopolaire (fig. 9.18). Cette décomposition est toujours possible.

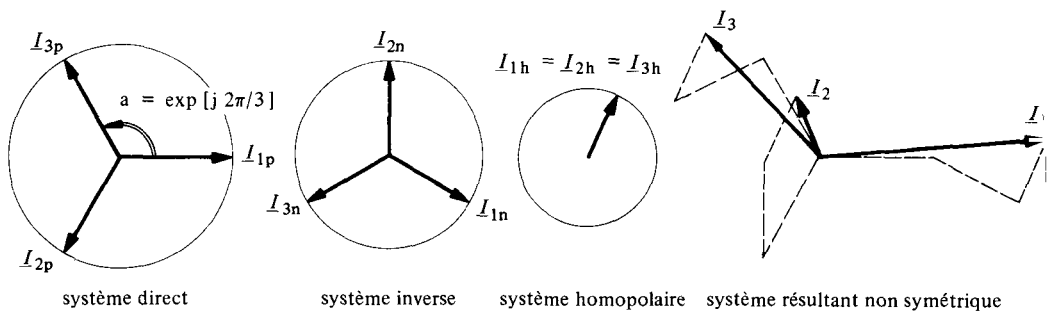


Fig. 9.18

Les trois phaseurs de courant (ou de tension) du système non symétrique sont alors exprimés par le système d'équation

$$\begin{aligned}\underline{I}_1 &= \underline{I}_{1p} + \underline{I}_{1n} + \underline{I}_{1h} \\ \underline{I}_2 &= \underline{I}_{2p} + \underline{I}_{2n} + \underline{I}_{2h} \\ \underline{I}_3 &= \underline{I}_{3p} + \underline{I}_{3n} + \underline{I}_{3h}\end{aligned}\quad (9.41)$$

où les indices p, n et h dénotent respectivement les composantes directes (sens de rotation positif), inverses (sens de rotation négatif) et homopolaires.

En dénotant par

$$a = \exp(j 2\pi/3) \quad (9.42)$$

l'opérateur de rotation des phaseurs d'un angle de 120° et en remarquant que

$$a^2 = \exp(j 4\pi/3) = \exp(-j 2\pi/3); \quad a^3 = 1 \quad (9.43)$$

on peut établir les relations suivantes entre composantes d'un même système

$$\underline{I}_{3p} = a \underline{I}_{1p}; \quad \underline{I}_{2p} = a^2 \underline{I}_{1p} \quad (9.44)$$

$$\underline{I}_{2n} = a \underline{I}_{1n}; \quad \underline{I}_{3n} = a^2 \underline{I}_{1n} \quad (9.45)$$

$$\underline{I}_{1h} = \underline{I}_{2h} = \underline{I}_{3h} \quad (9.46)$$

Posons pour simplifier $\underline{I}_{1p} = \underline{I}_p, \underline{I}_{1n} = \underline{I}_n$ et $\underline{I}_{1h} = \underline{I}_h$, le système d'équation (9.41) peut alors être mis sous la forme

$$\begin{aligned}\underline{I}_1 &= \underline{I}_p + \underline{I}_n + \underline{I}_h \\ \underline{I}_2 &= a^2 \underline{I}_p + a \underline{I}_n + \underline{I}_h \\ \underline{I}_3 &= a \underline{I}_p + a^2 \underline{I}_n + \underline{I}_h\end{aligned}\quad (9.47)$$

En écriture matricielle, (9.47) devient :

$$\begin{bmatrix} \underline{I}_1 \\ \underline{I}_2 \\ \underline{I}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ a^2 & a & 1 \\ a & a^2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{I}_p \\ \underline{I}_n \\ \underline{I}_h \end{bmatrix} \quad (9.48)$$

En résolvant par rapport aux composantes directe, inverse et homopolaire, on obtient :

$$\begin{aligned}\underline{I}_p &= \frac{1}{3} (\underline{I}_1 + a \underline{I}_2 + a^2 \underline{I}_3) \\ \underline{I}_n &= \frac{1}{3} (\underline{I}_1 + a^2 \underline{I}_2 + a \underline{I}_3) \\ \underline{I}_h &= \frac{1}{3} (\underline{I}_1 + \underline{I}_2 + \underline{I}_3)\end{aligned}\quad (9.49)$$

que l'on peut mettre sous la forme matricielle suivante

$$\begin{bmatrix} \underline{I}_p \\ \underline{I}_n \\ \underline{I}_h \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & a & a^2 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{I}_1 \\ \underline{I}_2 \\ \underline{I}_3 \end{bmatrix} \quad (9.50)$$

par (9.49) ou (9.50) :

$$\begin{aligned} \bullet \underline{I}_p &= \frac{1}{3} a^2 \underline{I} \\ \bullet \underline{I}_n &= \frac{1}{3} a \underline{I} \\ \bullet \underline{I}_h &= \frac{1}{3} \underline{I} \end{aligned}$$

On vérifie aisément (avec $a^2 + a + 1 = 0$, $a^4 = a$ et $a^3 = 1$) que, selon (9.47) :

$$\begin{aligned} \bullet \underline{I}_1 &= \underline{I}_p + \underline{I}_n + \underline{I}_h = 0 \\ \bullet \underline{I}_2 &= a^2 \underline{I}_p + a \underline{I}_n + \underline{I}_h = 0 \\ \bullet \underline{I}_3 &= a \underline{I}_p + a^2 \underline{I}_n + \underline{I}_h = \underline{I} \end{aligned}$$

Finalement, les courants de ligne valent :

$$\begin{aligned} \bullet \underline{I}_R &= \underline{I}_S = -\underline{I}_h \\ \bullet \underline{I}_T &= 2\underline{I}_h \end{aligned}$$

Le transformateur Tr_2 se comporte comme un circuit ouvert (impédance infinie) pour les composantes directe et inverse et comme un court-circuit (impédance nulle) pour la composante homopolaire.

9.7 EXERCICES

9.7.1 Définir un système symétrique de tensions hexaphasé direct d'ordre 2 et en déduire le système indirect correspondant.

9.7.2 Une charge triphasée équilibrée est branchée en étoile sur un réseau triphasé direct à 6 kV. La puissance active consommée est de 48 kW, avec un facteur de puissance $\cos \varphi = 0,94$. Calculer la valeur efficace du courant de ligne. Répéter le calcul pour le cas où la charge est branchée en triangle (avec même puissance active consommée et même $\cos \varphi$) et déterminer en plus la valeur efficace du courant circulant dans les phases de l'utilisateur.

9.7.3 Une source triphasée symétrique, montée en étoile, impose une tension simple de 236 V à une fréquence de 50 Hz. Elle alimente deux utilisateurs triphasés symétriques, A et B, à travers une ligne de 5 km dont la résistance vaut $0,04 \Omega/\text{km}$ et qui a une inductance de $0,8 \text{ mH}/\text{km}$ pour chaque conducteur de phase. L'utilisateur A comprend trois résistances de $10,8 \Omega$ montées en triangle. L'utilisateur B comprend trois résistances de $3,6 \Omega$ montées en étoile, avec point neutre relié à celui de la source par un conducteur de retour ayant une résistance de 2Ω . Déterminer la valeur efficace du courant fourni par chaque phase ainsi que le déphasage. Calculer la puissance active fournie par la source et celles consommées par les utilisateurs A et B. Répéter ce calcul pour la puissance réactive.

9.7.4 L'impédance de phase d'une charge triphasée équilibrée est formée d'une résistance $R = 10 \, \Omega$ en série avec une capacité $C = 185 \, \mu\text{F}$. Cette charge est branchée en étoile à un réseau à 50 Hz dont la tension de ligne vaut 380 V. Déterminer la tension de phase, le courant de phase, ainsi que le déphasage. Calculer également les puissances actives et réactives absorbées par chaque phase et par la charge totale.

9.7.5 Déterminer les mêmes grandeurs qu'à l'exercice 9.7.4 pour le même réseau et la même charge, mais en branchant cette fois la charge en triangle.

9.7.6 Une charge triphasée équilibrée, montée en triangle, est branchée à un réseau. Chaque phase de cette charge est composée d'une résistance $R_{\Delta} = 21 \, \Omega$ et d'une capacité $C_{\Delta} = 180 \, \mu\text{F}$ en série.

Déterminer les valeurs R_Y et C_Y (éléments en série) d'une charge équivalente (même puissance consommée) branchée en étoile sur le même réseau.

9.7.7 Une maison est alimentée par le réseau basse tension 380 V (tension de ligne) triphasé symétrique. Les charges suivantes sont connectées en étoile avec neutre relié :

- sur la phase R, on branche la cuisinière électrique qui utilise une puissance de 1980 W, avec $\cos \varphi = 1$;
- sur la phase S, on branche une machine à laver de puissance apparente 3300 VA, avec $\cos \varphi = 0,8$ (circuit inductif);
- sur la phase T, on branche l'ensemble des lampes et les prises murales. Les lampes allumées (ampoules + tubes fluorescents) consomment une puissance active de 1320 W, avec $\cos \varphi = 0,6$ (circuit inductif).

Dessiner le schéma de principe de l'installation. Déterminer les tensions de phase, les courants de phase, les impédances équivalentes puis les éléments de chaque charge. Calculer les courants de ligne et représenter dans un diagramme complexe les tensions et les courants définis sur le schéma. En déduire le module du courant circulant dans le neutre.

9.7.8 Les mêmes charges qu'à l'exercice 9.7.7 sont, cette fois, connectées en triangle, mais sur un réseau triphasé dont la tension de ligne est de 220 V (ancien réseau) : la cuisinière est branchée entre les phases R et S, la machine à laver entre les phases S et T, les lampes entre les phases T et R.

Dessiner le schéma de principe de l'installation. Déterminer les tensions de phase et les courants de phase. Calculer les puissances active, réactive et apparente aux bornes des 3 charges. Calculer les courants de ligne et représenter dans un diagramme complexe les tensions et les courants définis sur le schéma.

9.7.9 Sur un réseau triphasé symétrique direct à 380 V, on branche en étoile une charge non symétrique formée par : un condensateur C sur la phase R, une inductance L sur la phase S, une résistance R sur la phase T. Le point neutre N' de la charge est relié par un conducteur au point neutre N de la source qui alimente le réseau triphasé.

Sachant que $\omega L = 1/\omega C = \sqrt{3} R = 100 \, \Omega$, on demande de dessiner le diagramme complexe des tensions et des courants des 3 phases de la charge, ainsi que le courant de

retour dans le neutre $\underline{I}_{N0}$. Au cas où l'on coupe le fil conducteur neutre, quelle est la tension $\underline{U}_{N'N}$ qui s'établit entre les points neutres N' et N et quels sont les courants dans les 3 phases de la charge?

Répéter ces calculs pour le cas où la même charge que plus haut est alimentée par un réseau triphasé symétrique inverse.

9.7.10 Deux charges triphasées dissymétriques sont connectées sur un réseau triphasé 380 V symétrique selon le schéma de la figure 9.20.

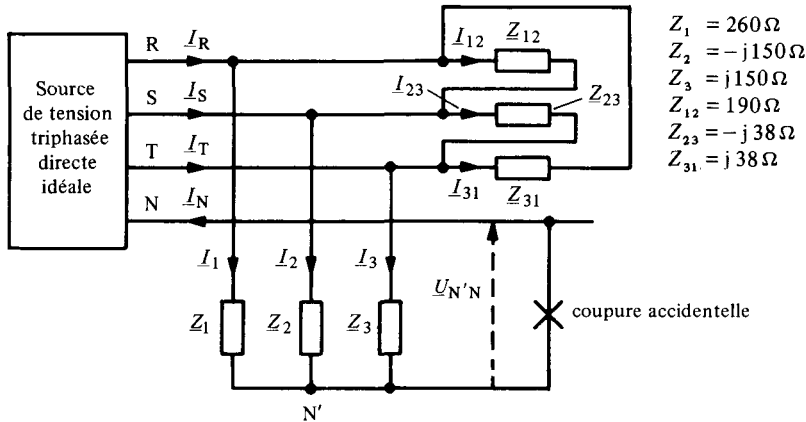


Fig. 9.20

Pour un système d'alimentation direct, quels sont les courants $\underline{I}_R, \underline{I}_S, \underline{I}_T, \underline{I}_N$ circulant dans les conducteurs avant la coupure du neutre?

Dans le cas d'un système d'alimentation direct, le conducteur neutre est coupé accidentellement (circuit ouvert), quelle est alors la tension $\underline{U}_{N'N}$ entre le neutre N' de la charge en étoile et le neutre N du réseau? Quels sont alors les nouveaux courants $\underline{I}'_R, \underline{I}'_S, \underline{I}'_T$?

INITIATION AUX MESURES ÉLECTRIQUES

10.1 PRINCIPE DES MESURES

10.1.1 Généralités

L'observation est la base de toute science physique. Dans chaque secteur spécialisé de l'électricité — comme dans d'autres domaines scientifiques — on voit se développer des techniques de mesure particulières destinées à permettre une détermination aisée des grandeurs physiques mises en jeu dans un phénomène et ainsi contrôler, et au besoin affiner, les modèles proposés pour décrire les relations entre ces grandeurs.

La technique des mesures est fondamentalement interdisciplinaire et il ne saurait être question de traiter tous les problèmes de mesure de la même façon. Toutefois, certains principes généraux sont communs à tous les domaines. Ce chapitre traitera de la métrologie de l'électricité dite *électrométrie*, c'est-à-dire de la mesure de grandeurs électriques ou d'autres grandeurs converties en grandeurs électriques, afin d'initier le lecteur aux notions élémentaires en usage dans toute expérimentation électrique. Ce bagage minimum est indispensable pour comprendre les travaux pratiques élémentaires de laboratoire, jugés indispensables à plusieurs titres et permettre :

- d'illustrer de manière concrète les phénomènes électriques fondamentaux dont il a été question principalement au chapitre 2 et dans une moindre mesure aux chapitres 3 et 4;
- de faciliter la compréhension des concepts abstraits et des outils d'analyse développés aux chapitres 5 à 9.

Car il est bien vrai que l'on ne croit généralement que ce que l'on voit ou ce que l'on touche!

L'électrométrie est présentée d'une façon plus approfondie dans le volume XVII de ce Traité.

10.1.2 But des mesures

Le modèle théorique n'est souvent qu'une description plus ou moins imparfaite de la réalité physique : c'est par la comparaison entre les caractéristiques de fonctionnement, déduites mathématiquement d'un modèle proposé, et celles qu'on observe expérimentalement (à condition évidemment que l'expérience soit correcte), que l'on peut juger de la correspondance entre le modèle et le dispositif physique. En cas de désaccord important entre le modèle et la réalité, c'est encore généralement par une investigation expérimentale appropriée que la nature des retouches à apporter au modèle sera déterminée.

De nombreux exercices pratiques en laboratoire sont indispensables pour développer chez le futur ingénieur l'habileté expérimentale, compétence que l'on n'acquiert qu'avec l'expérience.

L'expérimentation est un art exigeant, qui demande beaucoup d'attention, d'esprit de méthode — voire même de méticulosité — un sens critique aigu, de l'intuition et une bonne compréhension des phénomènes mis en jeu. C'est ainsi qu'il n'est pas de bonne technique de mesure sans une parfaite connaissance du mode de fonctionnement des appareils utilisés, ni sans un souci permanent de s'assurer que le dispositif de mesure employé ne modifie de façon appréciable le comportement du système observé.

Les résultats de mesure doivent être soigneusement consignés, toujours minutieusement contrôlés, critiqués, comparés à des prévisions — même sommaires — afin d'éliminer toutes les erreurs évitables. L'esprit critique qu'on porte aux résultats détermine la confiance qu'on peut leur accorder!

10.1.3 Définitions : méthodes de mesure

Mesurer, c'est déterminer la valeur d'une grandeur physique par un ensemble d'opérations expérimentales.

On appelle *mesure absolue* une mesure dans laquelle la grandeur inconnue est déduite des grandeurs de base (longueur, masse, temps, courant, etc.) qui forment le système international d'unités (§ 1.2.3). Ce type de mesure est l'apanage d'institutions spécialisées, par exemple, en Suisse, l'Office fédéral de métrologie, et concerne peu l'ingénieur.

La mesure la plus courante est la *mesure relative* dans laquelle la grandeur cherchée est *comparée à une autre grandeur de même nature* prise comme unité. Les principales méthodes de mesure sont :

- *méthode directe* : la valeur de la grandeur mesurée est affichée directement par l'appareil, préalablement étalonné, utilisé à cet effet; par exemple : voltmètre, ampèremètre, etc.;
- *méthode indirecte* : la valeur de la grandeur cherchée est calculée à partir de la mesure directe de plusieurs grandeurs; la mesure d'une résistance par application de la loi d'Ohm, par mesurage du courant et de la tension en est un exemple; dans l'appareil moderne, l'opération de calcul peut être confiée à un calculateur électronique.
- *méthode de mesure par zéro* : dans laquelle on réduit à zéro la différence entre deux tensions dont l'une dépend de la grandeur cherchée et dont l'autre est une fonction connue d'une grandeur de référence généralement ajustée à l'aide de composants étalonnés : décades de résistances, condensateurs variables, etc.; cette mise à zéro est décelée par un appareil indicateur de zéro qui doit être sensible, mais ne nécessite pas d'étalonnage; c'est une méthode lente lorsqu'elle est utilisée manuellement, mais précise, exploitée en particulier dans les ponts de mesure de résistances ou d'impédances et dans les potentiomètres;
- *méthode de résonance* : méthode intermédiaire entre la méthode indirecte et celle de zéro, dans laquelle la valeur cherchée est déterminée lorsqu'une grandeur auxiliaire passe par un extremum, minimum ou maximum.

L'affichage d'une mesure peut se faire :

- par déviation;
- par indication sur le cadran d'un élément réglable;
- par comptage;
- sur un tube oscillographique.

10.1.4 Dispositifs de mesure électriques. Définitions.

Un *appareil mesureur* établit une correspondance entre la grandeur physique observée et une grandeur auxiliaire perceptible à nos sens. Il s'agit souvent d'une indication visuelle (fig. 10.1) utilisant le principe de la déviation d'un index sur une échelle graduée ou celui de l'affichage direct de symboles numériques.

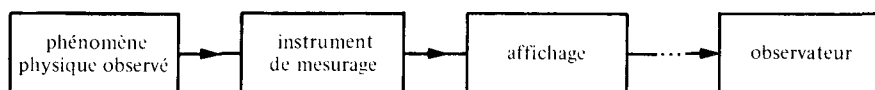


Fig. 10.1 Principe d'une mesure.

L'instrumentation électrique est aussi largement utilisée pour mesurer beaucoup d'autres grandeurs physiques. Cette prédominance résulte de la simplicité, de la précision et de la souplesse d'emploi de ce type d'appareils, de l'absence d'inertie des électrons et de la faible énergie nécessaire pour les influencer. Lorsque les grandeurs à mesurer ne sont pas de nature électrique, elles sont au préalable converties en signaux électriques par des capteurs appropriés (§ 4.1.6 et 4.1.7).

Les grandeurs électriques les plus fréquemment mesurées sont le courant et la tension. Les appareils utilisés à cet effet s'appellent respectivement *ampèremètre* et *voltmètre*.

Les mesures directes de puissance sont effectuées à l'aide de *wattmètres*.

La fréquence est mesurée avec des *fréquencemètres* (généralement des compteurs) et le déphasage par des *phasemètres*.

Résistances et impédances sont souvent mesurées à l'aide de *ponts de mesure* exploitant une méthode de zéro ou quelquefois par des *Q-mètres* exploitant une méthode de résonance.

Parmi les autres appareils de mesure et d'observation exploitant des phénomènes électriques ou électroniques, l'un des plus flexibles d'emploi est l'*oscilloscope* : il permet l'affichage et la mémorisation partielle sur un écran d'une ou de plusieurs courbes traduisant l'évolution d'une grandeur en fonction du temps ou d'un autre paramètre. C'est un instrument remarquable, qui sert avant tout à l'observation, mais quelquefois aussi à la mesure.

On peut globalement classer les dispositifs utilisés en électrométrie en deux grandes classes : les appareils mesureurs et les dispositifs auxiliaires.

10.1.5 Définitions et classification des appareils mesureurs

Il existe trois grandes classes d'appareils :

- les *appareils électromécaniques* traduisent la grandeur mesurée en un couple mécanique agissant sur la position d'un équipage mobile, dont le déplacement

angulaire permet de déterminer la valeur de la grandeur appliquée. L'affichage est généralement réalisé par un index solidaire de l'équipage mobile qui se déplace devant un cadran gradué;

- les *appareils électroniques analogiques* font appel aux techniques d'amplification des signaux afin de parvenir à une plus grande sensibilité, tout en soutirant moins d'énergie au circuit mesuré et en couvrant de très grands domaines de fréquence. L'affichage est généralement réalisé par un instrument électromécanique classique, quelquefois par un oscilloscope;
- les *appareils électroniques numériques* présentent directement le nombre correspondant à la valeur numérique de la grandeur mesurée sous forme de chiffres affichés ou de signaux codés. Les techniques de mesure numériques, bien adaptées aux procédures automatiques d'acquisition de données et au dialogue avec les installations de calcul électronique, tendent à supplanter les techniques traditionnelles.

10.1.6 Définitions et classification des dispositifs auxiliaires

Les dispositifs auxiliaires peuvent être classés en *dispositifs actifs* tels que :

- générateurs de tension ou de courant continu : ils fournissent l'énergie pour alimenter une méthode indirecte ou une méthode de zéro; la tension ou le courant peut être fixe ou ajustable;
- générateur de signaux : les signaux, en général périodiques, peuvent être sinusoïdaux, des fonctions telles que triangle, rectangle, des trains d'impulsions; la fréquence et l'amplitude sont souvent réglables dans de larges limites;

ou en *dispositifs passifs* tels que :

- décades de résistances, de condensateurs, d'inductances;
- résistances, condensateurs, inductances fixes ou variables de façon continue, étalonnés ou non; les étalons fixes s'appellent des *mesures matérialisées*;
- atténuateurs ou filtres permettant de conditionner des signaux.

Les caractéristiques principales d'un équipement de mesurage, passif ou actif, sont : le domaine de fonctionnement (fréquence, amplitude, charge maximale), la précision (sensibilité, exactitude, fidélité), le système d'affichage, la fiabilité. Au-delà de ses limites de fonctionnement, un équipement ne saurait être utilisé sans risque de détérioration grave, parfois permanente!

10.1.7 Erreurs de mesure. Définitions

Une mesure est une *approximation* d'une valeur vraie. Elle n'est jamais exacte, mais toujours entachée d'une certaine erreur.

La différence Δx entre la valeur mesurée x_m et la valeur vraie x_v de la grandeur observée est appelée *erreur absolue* :

$$\Delta x = x_m - x_v \quad (10.1)$$

L'*erreur relative* ϵ_x est donnée par le rapport de l'erreur absolue à la valeur vraie

$$\epsilon_x = \frac{\Delta x}{x_v} \approx \frac{\Delta x}{x_m} \quad \text{pour} \quad \frac{\Delta x}{x_m} \ll 1 \quad (10.2)$$

On l'exprime habituellement en pour cent (%).

De nombreuses raisons peuvent expliquer la présence d'erreurs. On regroupe celles-ci en deux grandes catégories : les erreurs systématiques et les erreurs aléatoires.

Les *erreurs systématiques* réapparaissent de manière identique à chaque répétition de la mesure. Elles peuvent être dues :

- aux imperfections de l'étalonnage de l'appareil;
- au dérèglement de son point de référence, p. ex. du zéro;
- à l'existence de non-linéarités non compensées;
- à l'influence des appareils de mesure sur le système à observer;
- à une erreur de lecture systématique de l'opérateur;
- à des phénomènes parasites, p. ex. interférences électromagnétiques synchrones avec le phénomène à observer.

De telles erreurs systématiques sont donc, dans une certaine mesure, évitables à condition de les dépister, d'utiliser des appareils correctement étalonnés et ajustés, de faire les lectures avec soin et de corriger, par un calcul approprié, les lectures lorsque l'erreur peut être calculée ou dépistée grâce à d'autres mesures.

Les *erreurs aléatoires* sont dues à des causes diverses, gouvernées par les lois du hasard, telles que :

- fonctionnement imparfait de l'appareil mesureur (frottement, hystérésis, etc.);
- erreur accidentelles de lecture;
- erreurs de quantification dans les appareils numériques;
- bruit ou perturbations aléatoires se superposant au signal mesuré.

L'imprécision globale de l'appareil mesureur fixe une limite supérieure à l'erreur de mesure, pour autant que l'on puisse négliger l'effet d'erreurs systématiques. Celles-ci ne sont pas toujours immédiatement apparentes et sont d'autant plus gênantes que la grandeur à mesurer est de faible amplitude.

Cette imprécision globale est appelée l'*erreur intrinsèque*. La limite supérieure de son module est déterminée par la *classe de précision* de l'appareil, qui est indiquée généralement par le constructeur.

L'indice de classe correspond à l'erreur maximale x_i tolérée, exprimée en pour cent de la *valeur conventionnelle* : dans le cas le plus courant, cette valeur correspond à la limite supérieure de l'étendue de mesure, donc au *calibre* de l'appareil. Pour un appareil à échelle linéaire, l'erreur absolue intrinsèque est considérée comme pratiquement constante quelle que soit la lecture. Aussi convient-il, pour limiter l'erreur relative, de travailler autant que possible dans la partie supérieure de la graduation et de changer au besoin de calibre ou d'appareil. L'erreur relative maximum est en effet donnée par

$$\epsilon_{x \max} \cong \frac{\Delta x_i}{x_m} = \alpha \frac{x_i}{x_m} \quad (10.3)$$

où $\Delta x_i = \alpha \cdot x_i$ est l'erreur intrinsèque absolue, α est l'indice de classe toujours exprimé en %, x_i la plus grande indication affichable (déviations maximale) et x_m la valeur mesurée.

L'*erreur de lecture* résulte de l'imprécision avec laquelle un observateur apprécie la position d'un index mobile. Son ordre de grandeur ne peut être déterminé que par l'observateur lui-même. Certains appareils à cadran sont dotés d'un miroir permettant

de limiter les erreurs de parallaxe. L'affichage numérique supprime l'erreur de lecture, sauf en cas d'étourderie ou de fluctuation de la grandeur mesurée ou de défectuosité de l'affichage.

La limite supérieure de l'erreur totale de mesure est obtenue en tenant compte de toutes les contributions partielles.

10.1.8 Exemple

Considérons le cas d'une mesure d'un courant à l'aide d'un ampèremètre à index mobile, de classe 0,2 ayant un cadran gradué en 150 divisions pour un domaine de mesure allant de zéro à 15 ampères.

Supposons que seules l'erreur intrinsèque et l'erreur de lecture soient à prendre en considération.

L'erreur intrinsèque absolue vaut ici

$$\Delta x_i = \alpha \cdot x_i = 0,2 \cdot 15/100 = 0,03 \text{ A}$$

Si on évalue par exemple à 0,1 division l'erreur maximum de lecture, la valeur absolue de celle-ci vaudra

$$\Delta x_l = 0,1 \cdot 15/150 = 0,01 \text{ A}$$

et l'erreur totale

$$\Delta x = \Delta x_i + \Delta x_l = 0,04 \text{ A}$$

Lors de la mesure d'un courant de 10 ampères (valeur observée), on pourra dire que la valeur vraie est comprise entre 9,96 et 10,04 ampères. L'erreur relative sera

$$\epsilon_x = \Delta x / x_m = 0,04/10 = 0,4 \%$$

Si on mesure, sans changer d'échelle, un courant de 2 ampères, l'erreur absolue est inchangée, mais l'erreur relative passe à 2 %.

10.1.9 Mesurages

Procéder à un mesurage, c'est chercher à déterminer la valeur d'une grandeur ou d'un ensemble de grandeurs dans des conditions spécifiées de précision.

Pour garantir un niveau de précision, il faut :

- faire un choix judicieux de la méthode de mesure;
- choisir les appareils adéquats à sa mise en oeuvre;
- réaliser le montage et s'assurer que son fonctionnement est correct;
- vérifier l'absence de perturbations dues à des influences intrinsèques ou extérieures indésirables.

Pour pouvoir, en tout temps, juger des qualités d'une mesure, il faut :

- relever soigneusement le schéma de l'expérience ainsi que les caractéristiques principales des appareils utilisés;
- consigner les résultats des mesures sous forme de tableaux et de graphiques;
- au besoin conclure si oui ou non le dispositif physique correspond au modèle admis;
- dater et signer le procès-verbal.

10.2 CARACTÉRISTIQUES DES APPAREILS MESUREURS

10.2.1 Grandeur mesurée

En courant continu, une seule valeur caractérise la grandeur mesurée : c'est celle indiquée par l'instrument; ainsi, un ampèremètre indiquera directement la valeur du courant mesuré et un voltmètre celle de la tension.

Par contre, une grandeur variable dans le temps peut être caractérisée par plusieurs valeurs (par exemple : valeur moyenne, valeur efficace, valeur de crête).

10.2.2 Appareils électromécaniques

A cause de son inertie, l'instrument électromécanique ne peut suivre les valeurs instantanées que si la fréquence est très basse; en général, il mesure une valeur moyenne, c'est-à-dire une intégrale sur un certain temps, le temps d'intégration étant déterminé essentiellement par l'inertie de l'équipage mobile. Si nous faisons abstraction du cas particulier de l'oscillographe à boucle, dans la règle un instrument électromécanique ne sert qu'à mesurer des valeurs en régime permanent. Vu que la constante de temps du dispositif de mesure est en général bien plus grande que la période de la grandeur variable, la valeur mesurée peut être déterminée en intégrant sur une période. C'est le type d'instrument choisi qui détermine le genre de moyenne auquel cet instrument répond. Ainsi, un instrument peut mesurer :

- la valeur moyenne, d'après (8.7) :

$$I_m = \bar{I} = \frac{1}{T} \int_0^T i \, dt \quad (10.4)$$

c'est le cas d'appareils *magnéto-électriques*, qui utilisent l'action exercée par le champ d'induction magnétique fixe produit par un aimant permanent sur un *cadre mobile* (bobinage rectangulaire) parcouru par le courant à mesurer;

- la valeur efficace, d'après (8.8) :

$$I_m = I = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T i^2 \, dt} \quad (10.5)$$

c'est le cas des appareils *ferromagnétiques*, qui sont basés sur l'action exercée par le courant circulant dans une bobine fixe sur une pièce mobile ferromagnétique;

- la valeur moyenne redressée :

$$I_m = I_r = \frac{1}{T} \int_0^T |i| \, dt \quad (10.6)$$

c'est le cas des appareils *magnéto-électriques à redresseur*.

Pour une grandeur sinusoïdale, on tient en général à connaître la valeur efficace (§ 8.2.12), surtout lorsqu'il s'agit de production, distribution ou consommation d'énergie; pour une telle fonction, il y a un rapport constant entre cette valeur et la valeur moyenne redressée; les appareils qui mesurent la valeur moyenne redressée sont donc souvent *étalonnés en valeurs efficaces pour une sinusoïde*. On obtient, dans ce cas, par

(10.6) et (8.9) :

$$I_r = \frac{2}{T} \int_0^{T/2} \hat{I} \sin \left(\frac{2\pi}{T} t \right) dt = \frac{2}{\pi} \hat{I} = \frac{2\sqrt{2}}{\pi} I \tag{10.7}$$

d'où

$$I = \frac{\pi}{2\sqrt{2}} I_r = 1,11 I_r \tag{10.8}$$

Un appareil mesurant la valeur moyenne redressée indique donc généralement

$$I_m = 1,11 \frac{1}{T} \int_0^T |i| dt = 1,11 \overline{|i|} \tag{10.9}$$

Avant de se servir d'un instrument, il est donc indispensable de se rendre compte de ce que signifie exactement l'indication qu'il donne. Pour cette raison, les appareils modernes portent, sur le cadran même, une série de symboles (tableau 10.2) permettant à l'utilisateur avisé de connaître :

- le genre de courant qu'il peut mesurer;
- la position de fonctionnement de l'appareil;
- le type de valeur mesurée grâce au symbole qui indique le phénomène électrique mis en jeu;
- le domaine de fréquence;
- la sensibilité aux perturbations;
- la classe;
- le branchement des accessoires éventuels;
- l'impédance permettant de déterminer la charge du circuit de mesure.

Sur des multimètres, les deux dernières indications figurent souvent au dos de l'appareil.

Tableau 10.2 Principaux symboles pour appareils mesureurs électriques.

Appareil magnétoélectrique	
Appareil magnétoélectrique à redresseur	
Appareil ferromagnétique	
Appareil pour courant continu	
Appareil pour courant alternatif	
Appareil pour courant continu ou alternatif	
Appareil à utiliser avec cadran vertical	
Appareil à utiliser avec cadran horizontal	
Indice de classe (p. ex. 1,5 % de la valeur conventionnelle)	1,5

Si ces indications ne figurent pas sur l'appareil, l'utilisateur doit consulter le mode d'emploi ou la notice technique établis par le fournisseur, sans cela il s'expose à faire de graves erreurs de mesure, voire à abîmer l'appareil en le surchargeant.

Les indices de classe rencontrés le plus souvent sont :

- $\alpha = 0,05$ ou $0,1$ appareils étalons
- $\alpha = 0,2$ appareils de précision de laboratoire
- $\alpha = 0,5$ ou 1 appareils de contrôle
- $\alpha = 1,5$ $2,5$ ou 5 appareils industriels

10.2.3 Appareils électroniques analogiques

Un amplificateur à courant continu suivi d'un appareil magnéto-électrique donne un voltmètre à courant continu qui permet de faire une mesure de tension avec une consommation de courant négligeable dans la plupart des cas.

L'amplificateur peut être suivi d'un redresseur. Selon le type de redresseur et d'amplificateur employé, l'appareil qui suit peut indiquer :

- la valeur moyenne
- la valeur efficace
- la valeur redressée, multipliée ou non par $\pi/(2\sqrt{2}) = 1,11$

ou encore :

- la valeur de crête

respectivement, en intervertissant les bornes d'entrée,

- la valeur de creux.

Si l'entrée est découplée par un condensateur, ces mêmes valeurs peuvent être mesurées *sans* la composante continue; on peut donc, selon la forme de la tension ou du courant, mesurer jusqu'à onze valeurs différentes! Il faut, par conséquent, lire très attentivement le mode d'emploi d'un appareil pour savoir ce qu'il mesure, dès qu'il s'agit d'ondes de formes plus ou moins compliquées.

L'oscilloscope est un appareil électronique analogique qui, étant donné ses particularités, est traité à part au paragraphe 10.2.5.

10.2.4 Appareils électroniques numériques

Tout ce qui concerne les grandeurs mesurées par les appareils électroniques analogiques s'applique directement aux appareils numériques. Le grand avantage de l'appareil numérique est qu'il permet de donner la lecture à six, voire sept chiffres et d'avoir une sortie en impulsions codées (BCD) donnant la précision équivalente, alors qu'un appareil analogique ne permet guère une lecture dépassant le troisième chiffre.

Un appareil numérique est souvent conçu de façon à effectuer la mesure proprement dite, selon une méthode indirecte ou une méthode de zéro, en faisant usage de grandeurs de référence ou étalons incorporés : ce sont p. ex. des horloges à quartz, des sources de courant ou de tension stabilisées, des résistances et des condensateurs de précision, etc. Comme la température de fonctionnement peut influencer la précision de ces étalons, de tels appareils sont souvent thermostatés : ils n'atteignent la préci-

sion garantie qu'après un temps de fonctionnement spécifié : par exemple quinze minutes. Là encore, il est absolument indispensable de consulter le mode d'emploi d'un appareil avant de l'utiliser.

10.2.5 L'oscilloscope

L'oscilloscope joue un rôle spécial : d'une part, il permet l'affichage simultané de deux grandeurs x et y ; d'autre part, grâce à l'inertie très faible des électrons, l'oscilloscope permet de visualiser des phénomènes et de faire des mesures correctes jusqu'à des fréquences de plusieurs dizaines, voire centaines de mégahertz. Utilisé anciennement uniquement pour l'observation de l'allure générale d'un phénomène, l'oscilloscope est devenu un dispositif de mesure qui permet, à celui qui sait en tirer parti, de faire des mesurages rapides et relativement précis.

L'organe le plus spécifique de l'oscilloscope est le tube cathodique (fig. 10.3). Une cathode chauffée émet des électrons. Une électrode proche de la cathode permet de régler le nombre d'électrons qui quittent la cathode et joue le rôle de diaphragme : la tension appliquée à cette cathode permet donc de régler l'intensité du faisceau. Un système d'électrodes soumises à des tensions de plusieurs milliers de volts joue le rôle de lentilles et concentre le faisceau d'électrons en un point sur l'écran du tube en même temps qu'il imprime à ces électrons une vitesse élevée. L'impact du faisceau d'électrons sur l'écran muni d'une substance fluorescente rend le point visible. Sur le trajet du faisceau se trouvent deux systèmes de deux plaques parallèles, un des systèmes étant perpen-

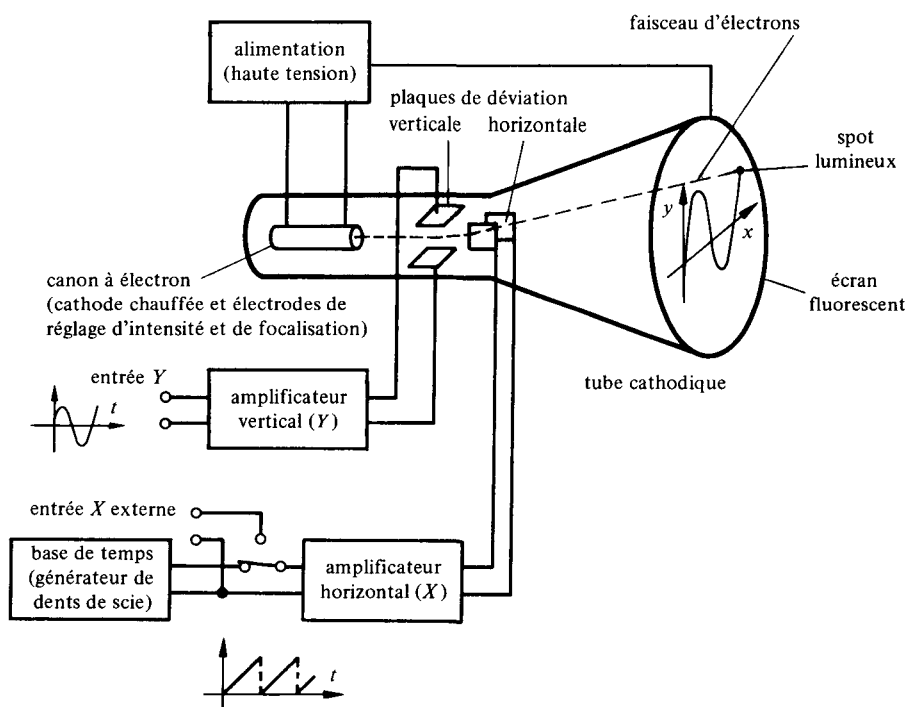


Fig. 10.3

diculaire à l'autre. En appliquant une tension entre les deux plaques d'un système, on crée un champ électrique qui dévie le faisceau perpendiculairement à ces plaques. Avec deux tensions variables, on peut ainsi balayer toute la surface de l'écran. En créant deux tensions, l'une proportionnelle à une grandeur x , l'autre proportionnelle à une grandeur y , on peut représenter la fonction $y(x)$ sur l'écran. Grâce à la persistance rétinienne, la figure paraîtra immobile si les deux grandeurs varient de façon synchrone et à une fréquence suffisamment élevée. La plupart des oscilloscopes comprennent des amplificateurs incorporés et il suffit alors de signaux de quelques millivolts à l'entrée pour obtenir la pleine déviation sur l'écran.

Mais l'usage le plus courant de l'oscilloscope consiste à appliquer aux plaques déterminant la déviation selon x une tension qui augmente linéairement avec le temps pour redevenir brusquement nulle, donc variant en dents de scie. Le spot dévie donc proportionnellement au temps et permet une représentation $y(t)$, pour autant que la fonction y soit périodique et qu'on synchronise le balayage, c'est-à-dire que le départ de la dent de scie se fasse toujours à un même moment de la période.

10.3 MESURAGE DU COURANT, DE LA TENSION ET DE LA PUISSANCE

10.3.1 Mesurage du courant

Le courant I circulant dans une branche d'un circuit électrique est mesuré directement à l'aide d'un ampèremètre introduit *en série* dans la branche considérée. Cette introduction peut modifier le courant à mesurer du fait de la chute de tension U_a non nulle apparaissant aux bornes de l'ampèremètre. Cette chute de tension correspond en régime continu [sinusoïdal] au produit de la résistance R_a [impédance Z_a] de l'appareil par le courant mesuré I .

Souvent le constructeur, au lieu d'indiquer sur le cadran la résistance R_a , indique seulement la chute de tension $U_{a \max}$, parfois la même pour tous les calibres.

En courant continu, si l'on utilise un appareil indicateur polarisé (type magnéto-électrique par exemple), celui-ci doit être connecté avec la polarité correcte : c'est-à-dire de façon à être parcouru de sa borne positive (+) à sa borne négative (-) par le courant qui va du pôle positif de la source à son pôle négatif. Dans le cas contraire, on imposerait au cadre mobile une déviation opposée à son déplacement normal et on risquerait d'abîmer le dispositif indicateur.

Les multimètres numériques utilisés en ampèremètre procèdent souvent par méthode indirecte en mesurant la chute de tension due au courant passant au travers d'une résistance R_a de valeur connue. La polarité du courant est ici directement affichée par l'appareil. Le potentiel de la borne portant l'indication "common" ou "0" doit, autant que possible, être constant et égal à celui de référence (masse, terre); la tension maximale admissible de cette borne contre terre est souvent prescrite.

10.3.2 Mesurage de la tension

La tension U apparaissant entre deux points a et b d'un circuit est mesurée à l'aide d'un voltmètre branché entre ces points. La résistance (l'impédance) du voltmètre n'étant pas infinie, un courant circule dans l'appareil. La résistance du voltmètre

est généralement indiquée sur celui-ci, quelquefois indirectement en donnant le courant maximum consommé.

Comme pour l'ampèremètre, il faut respecter la polarité des connexions dans les mesurages en courant continu avec un appareil polarisé.

10.3.3 Mesurage de la puissance en courant continu

En courant continu, une mesure indirecte de la puissance dissipée dans un bipôle résistif est obtenue en mesurant avec un voltmètre la tension U aux bornes du bipôle et, avec un ampèremètre, le courant I qui le traverse : le produit UI est égal à la puissance.

Une telle mesure peut être entachée d'une erreur systématique si la puissance consommée par le voltmètre, monté selon la figure 10.4 (montage aval), n'est pas négligeable par rapport à celle consommée par le bipôle.

Si l'on appelle R_v la résistance du voltmètre, on a pour la puissance corrigée du bipôle l'expression

$$P = U(I - I_v) = U\left(I - \frac{U}{R_v}\right) = UI - \frac{U^2}{R_v} \quad (10.10)$$

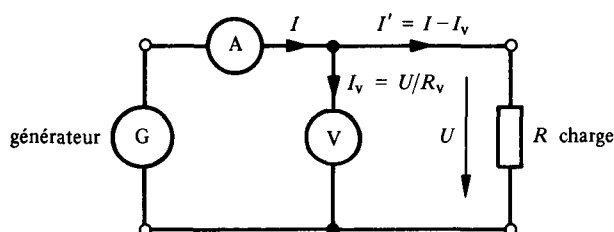


Fig. 10.4

Si, au contraire, le montage est fait selon la figure 10.5 (montage amont) on a :

$$P = (U - U_a)I = UI - R_a I^2 \quad (10.11)$$

Dans ce cas R_a doit comprendre non seulement la résistance de l'ampèremètre proprement dit, mais, cas échéant, également celle des câbles de connexion.

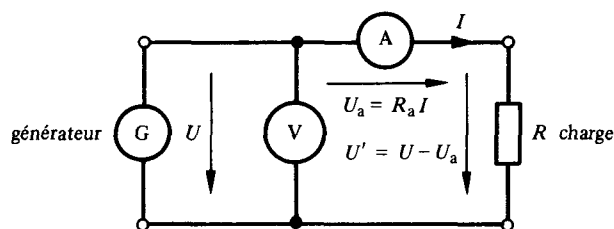


Fig. 10.5

10.3.4 Mesurage de la puissance en courant alternatif

En régime sinusoïdal, la puissance active est liée aux valeurs efficaces de la tension et du courant par la relation (8.88) : $P = UI \cos \varphi$. La mesure indirecte par voltmètre

et ampèremètre n'est donc possible que si la tension et le courant sont rigoureusement en phase, c'est-à-dire si le bipôle est purement résistif.

Aux fréquences industrielles, on utilise généralement des wattmètres électrodynamiques (ou ferrodynamiques). Un tel wattmètre (W) comporte deux bobines ou jeux de bobines, donc quatre bornes de connexion. La bobine mobile, montée en série avec une résistance additionnelle, est branchée de façon à être parcourue par un courant proportionnel à la valeur instantanée de la tension. La bobine fixe — ou l'ensemble de deux bobines fixes — est branchée en série avec la charge et parcourue par le courant (fig. 10.6). La déviation du wattmètre est directement proportionnelle à la puissance active. Dans un appareil électrodynamique, cette proportionnalité est conservée même si courant et tension ne sont pas sinusoïdaux.

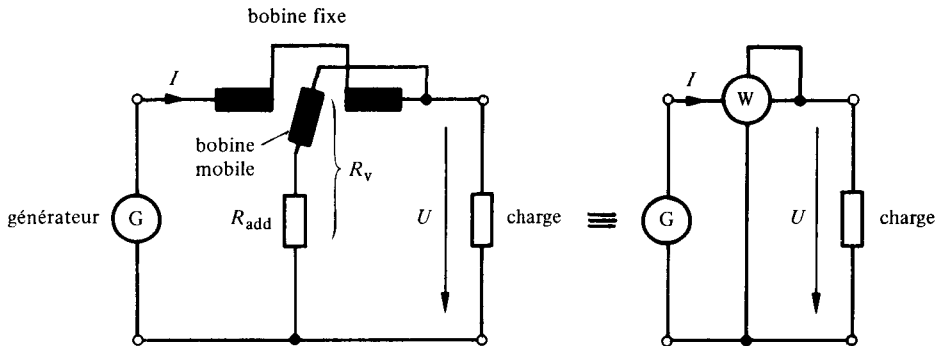


Fig. 10.6

Dans un wattmètre, il faut respecter le sens du courant (allant de la source à l'utilisateur) et le sens de référence de la tension; sans cela, au lieu de l'angle φ entre les phaseurs $\underline{U}$ et $\underline{I}$ on a, par exemple, entre $-\underline{U}$ et $\underline{I}$ un angle $\pi - \varphi$ donc un $\cos \varphi < 0$. Pour cette raison, les bornes d'entrée du courant et la borne (+) de la polarité de la tension sont toujours marquées d'un même signe. D'autre part, la borne d'entrée du circuit de tension doit être connectée à un potentiel voisin de celui du circuit courant. Si la puissance change de signe (p. ex. moteur asynchrone tournant en génératrice), il faut changer la polarité du circuit courant, jamais celui de la tension, pour éviter une tension élevée entre bobines fixes et bobine mobile qui risquerait de provoquer un claquage.

Dans un système triphasé, la puissance active totale est, selon (9.22), la somme des puissances de chaque phase. On peut donc mesurer cette puissance à l'aide de trois wattmètres dont les circuits de tension sont connectés en un point commun qui est le conducteur neutre si celui-ci est accessible; dans le cas contraire, on peut utiliser un neutre fictif (§ 9.2.7) ou faire le mesurage au moyen de deux wattmètres W_1 et W_2 branchés en montage d'Aron (fig. 10.7). Si le système est symétrique, on peut se contenter de mesurer la puissance d'une seule phase et de multiplier ce résultat par trois, selon l'équation (9.26). Ces procédures expérimentales, ainsi que d'autres montages utilisés, sont décrites plus en détail dans le volume XVII de ce Traité.

Aux fréquences plus élevées que les fréquences industrielles, la mesure de puissance fait généralement appel à des instruments électroniques utilisant des thermocouples et/ou des convertisseurs appropriés.

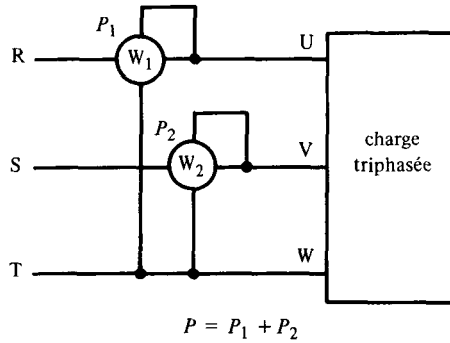


Fig. 10.7

10.3.5 Influence de l'appareil mesureur sur le circuit

Le fait d'introduire dans un circuit un ampèremètre, un voltmètre ou même une sonde d'un oscilloscope, peut modifier les caractéristiques de ce circuit. Une application judicieuse du théorème de Thévenin (§ 6.7.9) permet de se rendre compte si l'impédance série ou parallèle introduite par l'appareil est ou n'est pas négligeable.

10.4 MESURES D'IMPÉDANCES

10.4.1 Mesure de résistances

Pour les besoins courants, les résistances sont mesurées à l'aide d'un ohmmètre. C'est un montage simple qui est incorporé dans la plupart des multimètres. Si la précision obtenue avec les instruments analogiques est généralement assez limitée — de l'ordre de quelques pour-cent — celle des multimètres numériques est suffisante pour beaucoup d'applications usuelles.

Dans les appareils électromécaniques de type magnéto-électrique, la résistance inconnue R_x est souvent connectée en série avec une source de tension continue (pile), le cadre mobile et une résistance additionnelle réglable R_{add} (fig. 10.8). Si R représente la somme de la résistance du cadre mobile, de la résistance interne de la pile et de la rési-

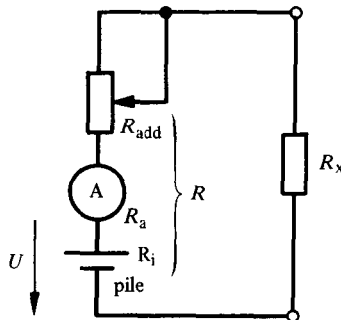


Fig. 10.8

tance additionnelle et U la tension à vide de la pile, la déviation du cadre mobile est proportionnelle au courant circulant dans ce circuit, soit

$$I = \frac{U}{R + R_x} \quad (10.12)$$

L'échelle de l'appareil est graduée directement en valeurs de R_x (graduation non linéaire). La déviation est nulle lorsque R_x est infinie (circuit ouvert) et maximum pour $R_x = 0$ (court-circuit). La résistance additionnelle réglable sert à ajuster le zéro de la mesure pour compenser l'augmentation de la résistance interne due au vieillissement de la pile.

On peut obtenir une échelle linéaire plus précise en mesurant, à l'aide d'un voltmètre, la tension due au passage d'un courant imposé par une source de courant électronique dans la résistance inconnue. C'est cette solution qu'utilisent la plupart des multimètres numériques.

Une méthode indirecte de mesure d'une résistance consiste à utiliser un voltmètre et un ampèremètre et à appliquer la loi d'Ohm : $R_x = U/I$. Cette méthode entraîne généralement une erreur systématique de mesure qui doit être corrigée (voir sect. 10.3).

Pour des mesures précises, on recourt généralement à une méthode de zéro utilisant un montage en pont tel que le pont de Wheatstone (sect. 7.3). La résistance inconnue est insérée dans l'une des branches du pont, les autres branches sont constituées par des résistances étalonnées dont l'une au moins, R_N , est réglable et permet d'amener le pont à son état d'équilibre (fig. 10.9). Le pont est alimenté sur l'une de ses diagonales par un générateur de tension continue ou alternative, alors que dans l'autre est connecté un instrument électromécanique ou électronique, dont le seul rôle est de détecter l'état d'équilibre (détecteur de zéro). Cet instrument doit être sensible, mais n'a pas besoin d'être précis. La condition d'équilibre (7.4) permet de déterminer la valeur de la résistance inconnue qui devient ici :

$$R_x = \frac{R_1}{R_2} R_N \quad (10.13)$$

Plusieurs gammes de mesure peuvent être ainsi réalisées par un choix adéquat du rapport R_1/R_2 avec un seul jeu de résistances à décades.

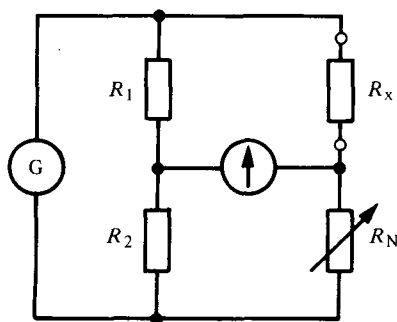


Fig. 10.9

10.4.2 Ponts de mesure d'impédances

La mesure d'une impédance est généralement effectuée à l'aide d'un montage en pont d'impédance (§ 8.7.12), alimenté par une source de tension sinusoïdale. La relation d'équilibre (8.128) permet de calculer la partie réelle et la partie imaginaire — respectivement le module et l'argument — d'une des impédances en fonction des autres. Le réglage de l'équilibre nécessite ainsi deux composants (mesures matérialisées) variables. Le détecteur de zéro est ici de type alternatif.

On peut évidemment imaginer une grande variété de montages selon la nature de l'impédance à mesurer (voir pour plus de détails le volume XVII). On se contente usuellement de ponts dans lesquels deux branches sont purement résistives et où la troisième branche est constituée d'éléments étalonnés, par exemple : une résistance variable et un condensateur variable en série ou en parallèle (pont universel : voir figure 10.10).

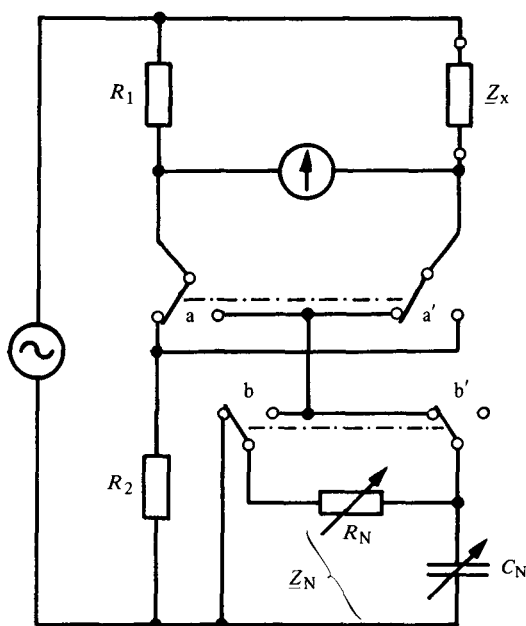


Fig. 10.10 Pont universel.

Une autre approche consiste à remplacer les deux branches résistives placées en parallèle avec la source de tension par un autotransformateur de précision à prises multiples jouant le rôle d'un diviseur de tension inductif réglable (fig. 10.11). La tension aux bornes de chaque partie de l'autotransformateur étant proportionnelle au nombre de spires du bobinage, la condition d'équilibre est obtenue pour

$$Z_x = \frac{N_2}{N_1} Z_N \quad (10.14)$$

Il existe différentes variantes de ce principe (ponts à transformateur).

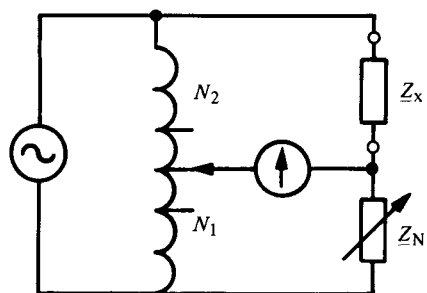


Fig. 10.11 Principe d'un pont à transformateur.

CHAPITRE 11

APERÇU SUR LA TECHNOLOGIE DES COMPOSANTS ÉLECTRIQUES

11.1 COMPOSANTS ÉLECTRIQUES

11.1.1 Introduction

La notion de composant électrique a déjà été introduite au paragraphe 5.1.2. On désigne sous ce nom les parties constituantes des circuits électriques réels. Ce terme s'applique par conséquent à une très grande variété d'objets.

Une étude détaillée de la technologie et des caractéristiques de fonctionnement des composants électriques sort du cadre de cet ouvrage. Elle nécessite, entre autre, une connaissance des propriétés des matériaux de l'électrotechnique (vol. II) et de l'électromagnétisme (vol. III), et conduirait à une énumération encyclopédique de procédés de fabrication. Le lecteur intéressé consultera avantageusement les ouvrages spécialisés et les catalogues des fabricants.

On trouvera, par ailleurs, dans plusieurs volumes de ce Traité, des indications relatives à la technologie de composants particuliers :

- composants électroniques (vol. VII et VIII);
- transducteurs électromécaniques (vol. IX);
- transformateurs et machines tournantes (vol. X);
- installations électriques (vol. XII);
- composants hyperfréquences (vol. XIII);
- composants étalons et capteurs (vol. XVII).

C'est pourquoi on se limite, dans ce chapitre, à une présentation succincte des modes de fabrication et des domaines d'utilisation des principaux composants passifs :

- résistances;
- condensateurs;
- bobines d'inductance.

En complément, on donne également quelques indications sur la technologie et les caractéristiques de fonctionnement des convertisseurs d'énergie chimique ou lumineuse en énergie électrique : les piles et accumulateurs.

L'objectif poursuivi est de mettre en évidence les différences de comportement entre les composants réels et les éléments idéaux qui leur servent de modèle (chap. 5).

11.1.2 Matériaux

La fabrication des composants électriques fait appel à quatre grandes catégories de matériaux (cf. vol. II) :

- conducteurs;
- semiconducteurs;
- isolants;
- magnétiques.

Les matériaux conducteurs sont ceux qui ont une faible résistivité (§ 2.3.7) : principalement les métaux tels que le cuivre, l'aluminium, le fer, l'or, l'argent, certains alliages, etc.

Les matériaux semiconducteurs possèdent une résistivité moyenne diminuant en général fortement avec la température (§ 4.2.7). Les plus utilisés sont le silicium, l'arséniure de gallium et le germanium. Le carbone à l'état pur est un isolant (diamant), mais le graphite est un conducteur à résistivité moyenne qui peut également être classé comme semiconducteur.

Les matériaux isolants ont une résistivité de l'ordre de 10^{16} à 10^{24} fois plus élevée que celle des métaux. Parmi les plus fréquemment employés, citons : certaines céramiques (porcelaine), le mica, le verre, le papier, le coton, certains émaux, les huiles minérales ou vernis — utilisés pour remplir des cuves, des cavités, ou servir d'imprégnants d'isolants solides — et certains gaz. Ajoutons les composés organiques de synthèse : les élastomères (caoutchouc silicone, polyuréthane, ébonite), les thermoplastiques (polyéthylène, téflon, polystyrène, mylar, chlorure de polyvinyle ou PVC), les thermodurcissables (bakélite, résines époxy).

Les principaux matériaux magnétiques rencontrés en électrotechnique sont les métaux ferromagnétiques (§ 2.4.27) : fer, nickel, cobalt et leurs alliages, ainsi que les céramiques ferrimagnétiques (ferrites).

11.1.3 Influence de la température

Les propriétés des matériaux utilisés en électrotechnique sont dépendantes de la température. Il en résulte une variation des caractéristiques électriques d'un composant avec tout changement de température.

Cette variation est généralement non linéaire et peut être représentée analytiquement par un développement en série de puissance du type

$$\Gamma = \Gamma_0 [1 + \alpha_1 \cdot \Delta \vartheta + \alpha_2 \cdot \Delta \vartheta^2 + \alpha_3 \cdot \Delta \vartheta^3 + \dots] \quad (11.1)$$

où $\Delta \vartheta = \vartheta - \vartheta_0$ désigne l'écart de température par rapport à une valeur initiale ϑ_0 , Γ_0 est la valeur de la grandeur considérée Γ à la température ϑ_0 et les α_i sont des coefficients adéquats.

Pour un écart restreint de température, la variation est en première approximation linéaire et on peut écrire

$$\Gamma \cong \Gamma_0 [1 + \alpha \cdot \Delta \vartheta] \quad (11.2)$$

Le *coefficient de température* α peut être positif ou négatif, selon les cas. Il est souvent indiqué en $10^{-3}/^{\circ}\text{C}$ ou $10^{-6}/^{\circ}\text{C}$ (la notation équivalente ppm — partie par million — est déconseillée).

11.1.4 Effet pelliculaire

Lorsqu'un fil conducteur est parcouru par un courant variable, les phénomènes d'induction électromagnétique qui se produisent dans sa masse modifient la répartition du courant (sect. IX.1.4) : dans une section droite, cette répartition n'est plus uniforme. La densité de courant augmente du centre vers la surface. Cet effet pelliculaire — ou de peau — entraîne une augmentation des pertes par effet Joule équivalant à une augmentation de la résistance apparente du conducteur avec la fréquence du courant, la dimension de la section, la conductivité et la perméabilité magnétique du matériau. Lorsque les dimensions transversales dépassent quelques millimètres, cet effet est déjà sensible même aux fréquences industrielles. Si un conducteur est soumis à un champ magnétique variable produit par le courant circulant dans des conducteurs voisins, on observe un phénomène analogue appelé effet de proximité.

11.1.5 Normalisation des composants. Définitions

Tout produit industriel est fabriqué avec une précision nécessairement limitée. C'est ainsi qu'une grandeur caractéristique d'un produit pourra s'écarter plus ou moins de la valeur prévue.

On appelle *valeur nominale* une valeur approchée appropriée d'une grandeur, utilisée pour dénommer ou identifier un composant.

On appelle *valeur assignée* la valeur d'une grandeur fixée, généralement par le fabricant, pour une fonction spécifiée d'un composant.

La zone d'incertitude de part et d'autre de la valeur assignée, lorsqu'elle est limitée à dessein par contrôle et triage, est appelée la *tolérance*.

C'est pour tenir compte de cette tolérance et pour limiter le nombre de valeurs assignées que le marché doit être à même de fournir, que les organismes de normalisation ont défini des séries de valeurs (nombres) à employer. Ces séries divisent chaque décade en un nombre k de valeurs sur la base d'une tolérance relative donnée. Ces valeurs normalisées sont générées par une progression géométrique de raison

$$r = \sqrt[k]{10} \quad (11.3)$$

Le premier terme de la série est 1 et le n -ième vaut alors

$$N = \left[\sqrt[k]{10} \right]^{n-1} \quad (11.4)$$

La multiplication par une puissance de 10 des valeurs ainsi obtenues permet l'obtention des valeurs se situant dans toute autre décade. De plus, les valeurs obtenues sont arrondies de façon qu'il n'y ait pas de contradiction entre la précision de la valeur numérique (nombre de chiffres significatifs) et la tolérance.

Ces séries sont conventionnellement dénotées par la lettre E, suivie du nombre k utilisé. Les séries couramment employées pour les résistances, les condensateurs et certaines bobines d'inductance, sont :

- E6 pour une tolérance de 20 %
- E12 pour une tolérance de 10 %
- E24 pour une tolérance de 5 %.

Tableau 11.1

E24 ± 5 %	E12 ± 10 %	E6 ± 20 %	E24 ± 5 %	E12 ± 10 %	E6 ± 20 %
10	10	10	36		
11			39	39	
12	12		43		
13			47	47	47
15	15	15	51		
16			56	56	
18	18		62		
20			68	68	68
22	22	22	75		
24			82	82	
27	27		91		
30			100	100	100
33	33	33			

La liste des valeurs normalisées sur une décade pour ces trois séries apparaît dans le tableau 11.1.

Les séries E48 (2 %), E96 (1 %) et E192 (0,1/0,25/0,5 %) sont réservées aux composants de précision.

11.1.6 Code de couleurs

Sur les composants de petites dimensions, particulièrement les résistances et les condensateurs utilisés en électronique, la valeur assignée et la tolérance sont indiquées avec un code de couleurs composé de points, de traits ou d'anneaux. Le code international des couleurs est indiqué dans le tableau 11.2.

Tableau 11.2

Couleur	Chiffres significatifs	Coefficient de multiplication	Tolérance	Tension de service* (V)
Argent	—	10^{-2}	± 10 %	2 000
Or	—	10^{-1}	± 5 %	1 000
Noir	0	1	—	—
Brun	1	10	± 1 %	100
Rouge	2	10^2	± 2 %	200
Orange	3	10^3	—	300
Jaune	4	10^4	—	400
Vert	5	10^5	± 0,5 %	500
Bleu	6	10^6	± 0,25 %	600
Violet	7	10^7	± 0,1 %	700
Gris	8	10^8	—	800
Blanc	9	10^9	—	900
Aucune	—	—	± 20 %	500

* seulement pour les condensateurs

D'autres caractéristiques telles que la tension de service de condensateurs et le coefficient de température sont parfois aussi indiquées sous forme de marques de couleurs. Il est nécessaire de consulter le catalogue du fabricant pour plus de précision.

11.1.7 Exemple

Le marquage d'une résistance de $47 \text{ k}\Omega$, à $\pm 5 \%$, et d'une résistance de $252 \text{ k}\Omega$, à $\pm 1 \%$, est indiqué sur la figure 11.3.

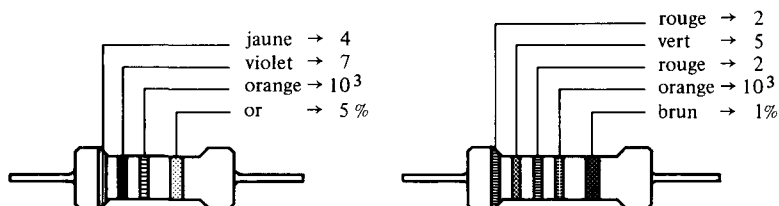


Fig. 11.3

11.1.8 Fiabilité

La *fiabilité* est l'aptitude qu'a un système à remplir la fonction assignée dans un environnement donné et pour une durée prescrite.

La fabrication d'un produit électrotechnique fiable implique non seulement une conception intelligente, exploitant au mieux les lois fondamentales et les propriétés des matériaux, mais encore un choix judicieux des composants utilisés en fonction de leurs conditions de travail et de l'environnement prévu.

11.2 RÉSISTANCES

11.2.1 Généralités

Le nom générique de résistance est donné aux composants dans lesquels l'effet dominant est la résistance électrique. Ces composants obéissent en général assez fidèlement à la loi d'Ohm (2.32).

Les résistances sont utilisées, soit pour créer une chute de tension proportionnelle au courant, soit comme convertisseurs d'énergie électrique en chaleur. Parmi les premières, on trouve, par exemple, les résistances utilisées dans les circuits électroniques, ainsi que les résistances de démarrage des moteurs.

On distingue trois catégories :

- les résistances fixes, dont la valeur ne peut être modifiée;
- les résistances variables, dont la valeur est ajustable ou réglable;
- les résistances non linéaires, dont la valeur dépend d'une autre grandeur, telle que la température ou la tension.

Les résistances variables sont utilisées soit en montage à deux bornes, servant à régler un courant, soit en *potentiomètre* : montage à trois bornes fonctionnant comme diviseur de tension (fig. 11.4).

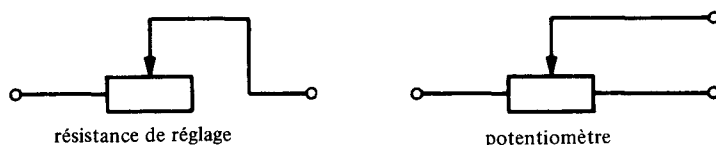


Fig. 11.4

Les résistances sont généralement constituées par des corps solides. Toutefois, il existe aussi des résistances liquides utilisées pour l'absorption de courants intenses, en raison de leur aptitude à évacuer la chaleur par convection.

11.2.2 Caractéristiques

La valeur d'une résistance est donnée par la relation (2.30) et dépend :

- de la résistivité du matériau (tableau 11.5);
- de la géométrie du composant.

Dans le cas le plus simple, lorsqu'on a affaire à un cylindre de matériau résistif homogène, de section constante quelconque, la résistance se calcule par la relation (2.29).

Tableau 11.5

Matériau	Résistivité ρ en $n\Omega m$ à 20°	Coefficient de température α à $20^\circ C$
Cuivre	17,5	$3,9 \cdot 10^{-3}/^\circ C$
Aluminium	28	$3,9 \cdot 10^{-3}/^\circ C$
Manganin (alliage Cu-Ni-Mn)	430	$\pm 15 \cdot 10^{-6}/^\circ C$
Constantan (alliage Cu-Ni)	500	$\pm 20 \cdot 10^{-6}/^\circ C$
Alliage Ni-Cr	$\sim 1\ 000$	$\sim 15 \cdot 10^{-6}/^\circ C$
Carbone (graphite)	$\sim 60\ 000$	$\sim -3 \cdot 10^{-4}/^\circ C$

Pour caractériser une résistance, on doit connaître, outre sa valeur assignée et sa tolérance :

- la puissance dissipée admissible;
- le comportement avec la température;

et si elle est utilisée à des fréquences élevées :

- l'inductivité propre;
- la capacité propre.

Pour les résistances de très hautes valeurs, il faut aussi tenir compte de la tension maximale admissible.

La stabilité en fonction du temps peut être également une caractéristique importante du point de vue de la fiabilité d'un dispositif.

11.2.3 Puissance admissible

Toute résistance parcourue par un courant est le siège d'une dissipation thermique donnée par la loi de Joule (2.27). Ce flux de chaleur se transmet entièrement à l'environnement dès qu'un équilibre est atteint entre l'énergie produite et l'énergie évacuée. Pour une température de surface donnée, le flux de chaleur évacué est sensiblement proportionnel à l'aire de la surface du composant considéré. Par conséquent, une résistance de dimensions géométriques données admettra, au plus, une puissance telle que la température de surface atteigne une valeur maximum prescrite par la nature des matériaux en présence et les moyens de refroidissement.

11.2.4 Comportement avec la température

La résistivité des matériaux est fonction de la température (tableau 11.5). La modification de la valeur d'une résistance, pour un écart de température donné, peut être exprimé approximativement à l'aide de l'équation (11.2), en remplaçant Γ et Γ_0 par R et R_0 .

Le coefficient de température α vaut environ $4 \cdot 10^{-3}/^{\circ}\text{C}$ dans le cas des métaux purs. Pour la résistivité du cuivre et de l'aluminium, on peut admettre pratiquement la loi

$$\rho_{\vartheta} = \rho_{\vartheta_0} \left(1 + \frac{\vartheta - \vartheta_0}{235 + \vartheta_0} \right)$$

Le coefficient de température est beaucoup plus faible dans le cas d'alliages tels que le constantan et le manganin par exemple.

Tous les semiconducteurs ont un coefficient de température négatif.

11.2.5 Inductivité propre

Dans une résistance, le mode de fabrication et la présence inévitable de fils de connexions entraînent également l'apparition d'une composante inductive. Celle-ci peut être relativement importante dans les résistances obtenues par bobinage d'un fil sur un mandrin. On cherche généralement à maintenir cette composante dans des limites acceptables, en recourant à différents subterfuges de bobinage. Toutefois, pour les utilisations à fréquence élevée ou en régime d'impulsions, il est préférable d'utiliser des résistances non bobinées et de limiter la longueur des fils d'interconnexion.

11.2.6 Capacité propre

Chaque paire de conducteurs auxquels est appliquée une différence de potentiel est également le siège d'un courant capacitif. Cet effet parasite est plus prononcé dans les résistances obtenues par bobinage, mais existe aussi pour les autres technologies. Il limite en particulier l'emploi de résistances de haute valeur en haute fréquence.

11.2.7 Schéma équivalent

Les effets résistant, inductif et capacitif d'une résistance ne sont pas localisés, mais plutôt distribués dans le volume occupé par le composant. Un modèle approximatif à constantes localisées peut toutefois rendre compte du comportement réel du

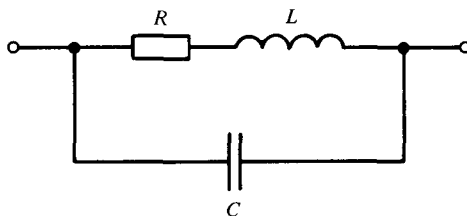


Fig. 11.6

composant dans un large domaine de fréquences. On obtient, ainsi, le schéma équivalent de la figure 11.6. Des schémas plus complexes peuvent être établis pour tenir compte d'autres effets parasites.

Le comportement de la résistance en régime sinusoïdal est celui de son impédance équivalente. Celle correspondant au circuit de la figure 11.6 est facilement déterminée à partir de (8.116), (8.81) et de la première ligne du tableau 8.17 :

$$\underline{Z} = R \frac{1 + j\omega L/R}{1 - \omega^2 LC + j\omega RC} \quad (11.5)$$

Pour des fréquences telles que $\omega^2 LC \ll 1$ et $\omega^2 R^2 C^2 \ll 1$:

$$\underline{Z} \cong R(1 + j\omega\tau) \quad (11.6)$$

où

$$\tau = L/R - RC \quad (11.7)$$

est appelée la constante de temps de la résistance.

Pour un composant de qualité utilisable en haute fréquence, τ doit être tel que $\omega\tau \ll 1$.

11.2.8 Technologie des résistances

Différentes techniques de fabrication des résistances sont utilisées :

- résistances bobinées
- résistances agglomérées
- résistances à couche.

Le choix d'une technologie particulière dépend des conditions d'applications, de la stabilité thermique et temporelle recherchée et, bien sûr, du prix unitaire du composant.

11.2.9 Résistances bobinées

Les résistances fixes bobinées (fig. 11.7) sont utilisées principalement lorsque la puissance dissipée dépasse quelques watts ou en tant que résistance de haute précision. Elles sont le plus souvent constituées par un fil – ou un ruban – métallique enroulé sur un mandrin isolant en matière réfractaire et recouvertes d'une couche de protection (vernis, émail, ciment ou verre). Autre réalisation : fil boudiné ou ruban plié en méandres fixé par ses extrémités.



Fig. 11.7 Résistances bobinées.

Les valeurs usuelles de résistances normalisées bon marché sont comprises entre $0,1 \Omega$ et $100 \text{ k}\Omega$ et leurs tolérances entre $\pm 1 \%$ et $\pm 10 \%$. Des résistances de précision peuvent avoir des valeurs comprises entre $0,1 \text{ m}\Omega$ et $10 \text{ k}\Omega$ avec des tolérances inférieures à 10^{-4} , voire 10^{-6} .

Les résistances bobinées présentent l'avantage d'une grande stabilité dans le temps. On obtient une faible dépendance de la température en utilisant un fil en alliage métallique à faible coefficient de température tel que, par exemple, le manganin. Leur inconvénient principal est la présence d'une inductance parasite qui en proscriit l'emploi en haute fréquence. On peut remédier, dans une grande mesure, à cet inconvénient en adoptant des astuces de bobinage — enroulement bifilaire ou Chaperon, support isolant plat, etc. — mais souvent, au prix d'une augmentation de la capacité propre.

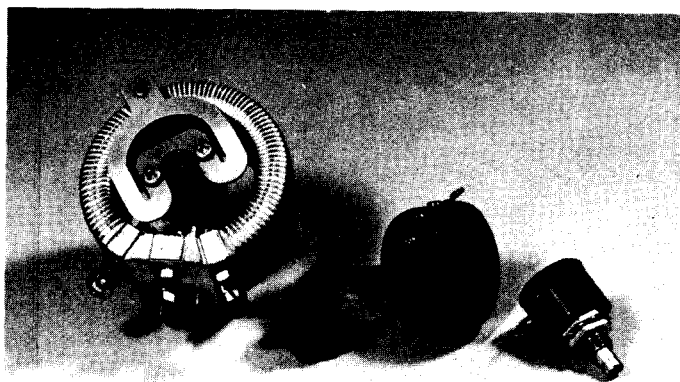
Les potentiomètres et résistances réglables, de puissance ou de précision, sont également construits sous forme bobinée (fig. 11.8). Le fil résistant est enroulé sur un mandrin cylindrique ou en anneau. Le dispositif est complété par un curseur à course rectiligne ou circulaire, relié électriquement à une troisième connexion et frottant sur le fil dénudé à la surface du bobinage. Si le bobinage est régulier, la loi de variation de la résistance est linéaire.

Des potentiomètres de précision à grand pouvoir de résolution (multitours) sont construits en recourant à un bobinage hélicoïdal (fig. 11.9).

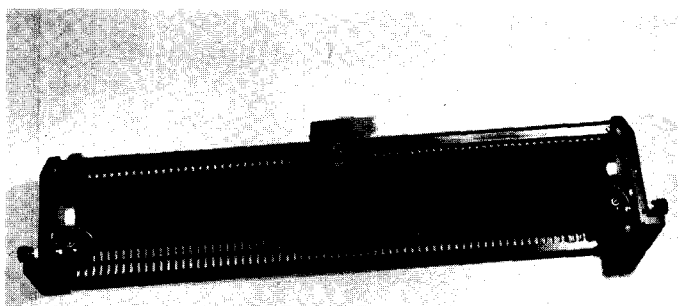
11.2.10 Résistances agglomérées

Elles existent généralement pour des puissances inférieures à 2 watts, sont bon marché, mais peu précises et peu stables. De plus, étant formées d'une multitude de grains de carbone noyés dans un liant (fig. 11.10), elles contiennent une grande quantité de microcondensateurs, dont l'effet global, à une fréquence donnée, équivaut à celui d'un condensateur branché aux bornes de la résistance. Cette technologie est en voie de disparition.

En pratique, ces résistances ne sont utilisables qu'à des fréquences inférieures à 1 MHz . Notons encore qu'elles produisent un bruit de fond électrique important. Les valeurs usuelles de résistances agglomérées s'étendent entre 10Ω et $22 \text{ M}\Omega$.



(a)



(b)

Fig. 11.8 (a) Potentiomètres bobinés; (b) résistance réglable de puissance.

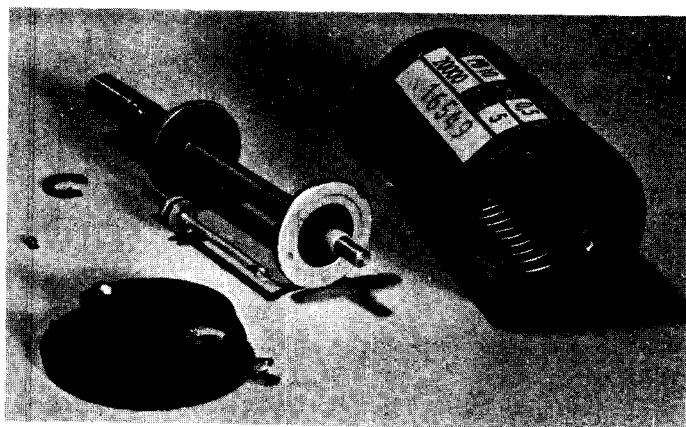


Fig. 11.9 Potentiomètre hélicoïdal multitours.

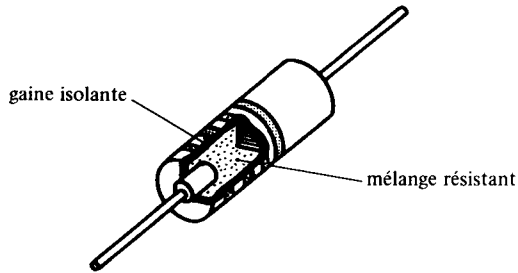


Fig. 11.10

11.2.11 Résistances à couche

Elles couvrent sensiblement les mêmes valeurs de puissances et de résistances que les résistances agglomérées. La partie conductrice est constituée par une mince couche de carbone ou un film métallique déposé sur un cylindre ou une plaquette isolante.

En contrôlant soigneusement le processus de fabrication, on obtient des couches qui permettent d'approcher de très près la valeur de résistance désirée. Dans certains cas, en particulier pour respecter des tolérances étroites, on ajuste la valeur par meulage. La couche conductrice est finalement protégée contre des effets extérieurs – mécaniques ou climatiques – par une couche de laque (fig. 11.11).

Ces résistances n'ont pas les inconvénients des résistances bobinées (inductivité, capacité) ou agglomérées (bruit de fond, instabilité), mais elles sont plus fragiles et plus sensibles aux surcharges. Celles à couche de carbone sont relativement bon marché (tolérance usuelle : 5 % et 10 %). Celles à film métallique sont plus chères, mais ont un coefficient de température plus faible, une plus grande précision (0,1 % à 1 %) et une meilleure stabilité.

Des potentiomètres à couche (fig. 11.12) sont réalisés en déposant une piste de carbone dure, un film métallique ou film de verre contenant une poudre d'oxyde métallique (cermet), sur un support de matière isolante. La piste, parcourue par un curseur, peut être circulaire ou rectiligne. La variation de résistance en fonction du déplacement du curseur peut être linéaire, logarithmique ou autre.

Les *potentiomètres trimmers* (fig. 11.13) sont destinés à un ajustement unique ou rare, effectué à l'aide d'un outil. Sur certaines exécutions, la position du curseur est commandée par une vis sans fin, dont plusieurs tours sont nécessaires pour parcourir toute la piste utile : on obtient ainsi un réglage plus fin.

11.2.12 Résistances non linéaires

Pour certaines applications, principalement de réglage ou de protection dans les dispositifs électriques et électroniques, on recourt à des résistances variant fortement avec la température (*thermistance*) ou la tension appliquée (*varistance*). Les résistances dont le coefficient de température est négatif sont généralement désignées par l'abréviation NTC (negative temperature coefficient). Celles dont le coefficient est positif, par PTC (positive temperature coefficient). Les varistances – ou VDR : voltage dependent resistors – présentent une forte diminution de leur résistance en fonction de l'augmentation de la tension appliquée.

Un autre exemple de composant ayant un comportement de résistance non linéaire est la diode à semiconducteurs.

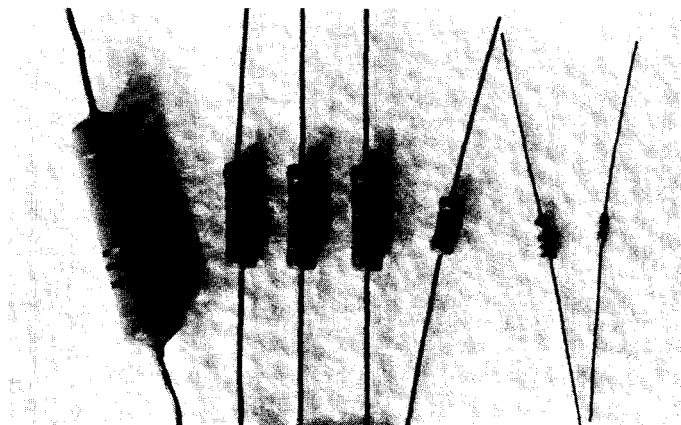


Fig. 11.11 Résistances à couche.

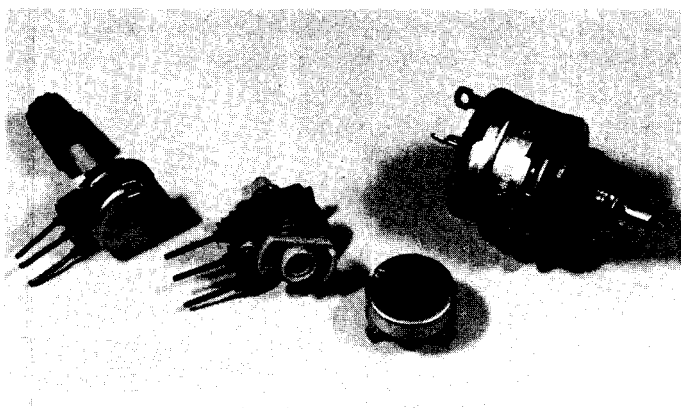


Fig. 11.12 Potentiomètres à couche.

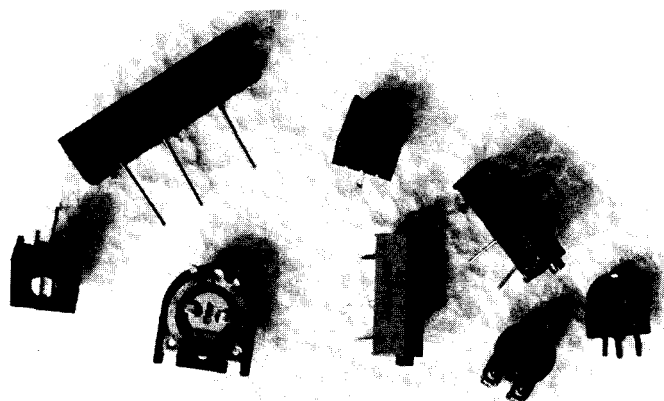


Fig. 11.13 Potentiomètres trimmers.

11.3 CONDENSATEURS

11.3.1 Généralités

On donne le nom de condensateurs aux composants dont l'effet dominant est la capacité électrique. On distingue :

- les condensateurs fixes, fabriqués généralement avec des valeurs normalisées (§ 11.1.5);
- les condensateurs variables, dont la valeur peut être réglée ou ajustée mécaniquement;
- les condensateurs non linéaires, dont la valeur est une fonction de la tension appliquée.

Les condensateurs trouvent de multiples emplois. Ils servent, en électronique tout particulièrement, d'éléments de liaison ou de découplage, favorisant le passage de la composante alternative d'un courant et bloquant celui de sa composante continue (§ 5.4.6). Ils sont également employés dans des circuits résonnants (§ 8.7.6) ou de filtrage. Dans les installations industrielles, ils servent d'organe de déparasitage, à la compensation du facteur de puissance de charges inductives (§ 8.5.11), ou d'auxiliaire de démarrage pour les moteurs asynchrones monophasés.

En dehors des condensateurs de type courant, il existe des exécutions spéciales pour certaines applications (haute tension, par exemple).

11.3.2 Caractéristiques

Les condensateurs comprennent un système de deux électrodes métalliques — appelées autrefois armatures — isolées l'une de l'autre par de l'air ou par un matériau isolant approprié : le diélectrique.

La capacité C d'un condensateur dépend de la dimension et de la forme des électrodes, de leur distance et de la permittivité ϵ (§ 2.2.4) — appelée autrefois constante diélectrique — du matériau isolant. Pour un condensateur plan dont la distance entre électrodes est faible vis-à-vis des autres dimensions (effets de bords négligeables), la capacité est donnée par la relation (2.22).

Pour obtenir une capacité élevée, on a besoin d'une grande surface d'électrodes, d'une petite distance entre elles et d'un diélectrique à haute permittivité (la permittivité relative ϵ_r de l'air vaut 1, celle du mica 5 à 8 et on peut atteindre 10 000 pour certaines céramiques ferro-électriques).

Un condensateur est principalement caractérisé par :

- sa valeur nominale et sa tolérance
- sa tension de service
- sa résistance d'isolement
- son facteur de pertes
- son coefficient de température.

Pour les condensateurs de très hautes valeurs, de type électrolytique, les fabricants spécifient le courant de fuite, plutôt que la résistance d'isolement.

La stabilité du composant en fonction du temps et sa sensibilité à certaines conditions climatiques sont aussi des caractéristiques importantes du point de vue de la fiabilité. En général, la durée de vie d'un condensateur diminue avec tout accroissement

de la tension appliquée et de la température ambiante. Aussi est-il conseillé de limiter la tension de fonctionnement à une fraction de la tension de service et d'utiliser des condensateurs dont la température nominale est très supérieure à la température réelle de fonctionnement.

11.3.3 Tension de service

C'est la tension maximale admissible en fonctionnement permanent, en principe pour une température ambiante ne dépassant pas 40° C. Elle est indiquée sur le condensateur, parfois sous forme codée. Cette tension est d'autant plus petite que l'épaisseur du diélectrique est faible (risque de claquage).

11.3.4 Résistance d'isolement

Tous les diélectriques présentent un courant de fuite I_f lorsqu'on leur applique une tension U . D'après la loi d'Ohm : $I_f = U/R_i$, R_i étant la résistance d'isolement. Elle est généralement spécifiée en MΩ. Elle diminue souvent avec le vieillissement et peut dépendre des conditions climatiques.

11.3.5 Facteur de pertes

Quand une tension alternative est appliquée à un condensateur, une certaine puissance moyenne est consommée par le diélectrique, puissance qui s'explique par l'énergie qu'il faut fournir en moyenne à chaque molécule de matière pour lui permettre de suivre chaque changement de sens du champ électrique (pertes par hystérésis électrique). Ces pertes sont à peu près proportionnelles à la fréquence.

L'ensemble des pertes dues au phénomène d'hystérésis dans le diélectrique, au courant de fuite et aux résistances de connexion peut être représenté, dans un schéma équivalent simplifié, par une résistance R_p en parallèle — ou R_s en série — avec une capacité correspondant à la valeur nominale du composant.

On spécifie la qualité du condensateur par son *facteur de pertes* $\tan \delta$ (ou son *facteur de qualité* $Q = 1/\tan \delta$) qui est le rapport de la puissance active P (§ 8.5.3) à la valeur absolue de la puissance réactive P_q (§ 8.5.5) :

$$\tan \delta = \frac{P}{|P_q|} = \frac{\omega R_s C}{1} = \frac{1}{\omega R_p C} \quad (11.8)$$

L'angle de pertes δ est représenté sur le diagramme de la figure 11.14.

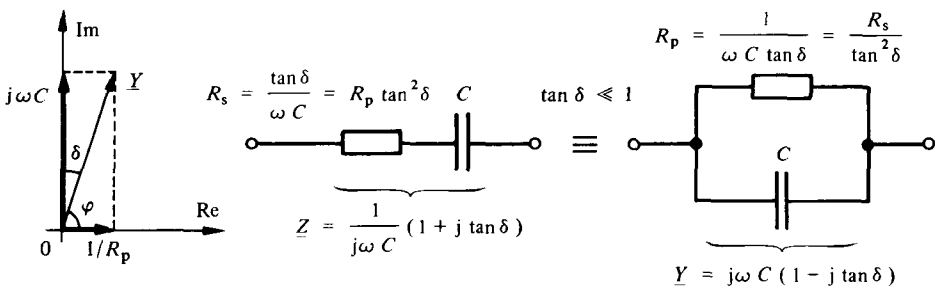


Fig. 11.14

11.3.6 Schéma équivalent

Si l'on tient compte de l'inductance propre L du condensateur, due aux connexions et à la forme des électrodes, on obtient, pour modèle du condensateur, le schéma équivalent représenté à la figure 11.15.

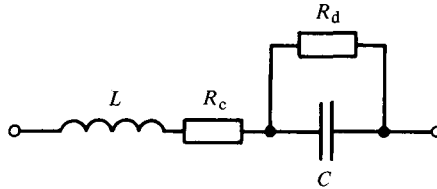


Fig. 11.15

Dans ce schéma, R_c représente les résistances des connexions, R_d la résistance équivalente due au courant de fuite et aux pertes dans le diélectrique, C la valeur du condensateur.

L'impédance équivalente du condensateur est facilement obtenue à l'aide du tableau 8.17 et de (8.113) :

$$\underline{Z} = R_c + \frac{R_d}{1 + a} + j \left[\omega L - \frac{1}{\omega C (1 + 1/a)} \right] \quad (11.9)$$

avec

$$a = (\omega R_d C)^2 \quad (11.10)$$

L'effet de l'inductance propre devient sensible aux fréquences élevées. Au-delà de la fréquence de résonance ($\omega^2 LC \approx 1$), l'impédance Z augmente au lieu de diminuer.

11.3.7 Technologie des condensateurs

On peut classer les condensateurs selon la géométrie des électrodes, selon le genre de diélectrique, selon le type d'utilisation.

Du point de vue de la conformation géométrique, on peut citer :

- les condensateurs enroulés (fig. 11.16), formés par un enroulement compact de deux minces feuilles métalliques séparées par des feuilles isolantes d'un matériau diélectrique;
- les condensateurs empilés, constitués par la mise en parallèle d'un certain nombre de condensateurs plans;
- les condensateurs tubulaires, où les électrodes sont réalisées par des dépôts métalliques à l'intérieur et à l'extérieur d'un tube isolant mince servant de diélectrique;
- les condensateurs en forme de plaquette, obtenus par dépôts métalliques sur les deux faces d'une mince plaquette de céramique rectangulaire ou circulaire (disque).

Tous ces condensateurs sont protégés contre les influences extérieures par une couche de vernis, un enrobage dans une masse isolante (résine) ou un boîtier d'aluminium.

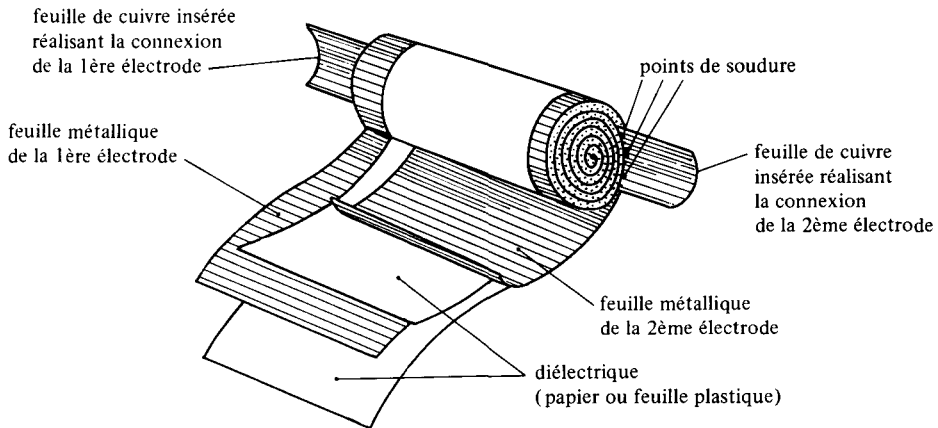


Fig. 11.16

Les grandes familles de condensateurs sont :

- les condensateurs fixes (non électrolytiques);
- les condensateurs (fixes) électrolytiques;
- les condensateurs variables;
- les condensateurs non linéaires.

11.3.8 Condensateurs fixes

Les diélectriques couramment utilisés sont : le papier imprégné, le mica, divers matériaux thermoplastiques, le verre, la céramique, l'huile, le gaz comprimé (condensateurs pour haute tension).

Les *condensateurs au papier* (fig. 11.17) sont du type enroulé. Ils sont fabriqués avec des capacités nominales de l'ordre de 1 nF à 10 μ F et une tolérance généralement limitée à $\pm 20\%$. Leur facteur de pertes — de l'ordre de 0,01 aux basses fréquences — en proscriit l'emploi aux fréquences élevées. Ils sont principalement utilisés dans les installations électriques : éclairage fluorescent, correction du facteur de puissance, démarrage de moteurs, convertisseurs de fréquences. Ces condensateurs existent en deux exécutions :

- au papier
- au papier métallisé (abréviation MP).

Dans le second type, on remplace l'électrode en aluminium laminé par une couche métallique de moins de 1 μ m, déposée directement sur le papier par évaporation sous vide. Ces condensateurs sont d'un volume sensiblement inférieur à celui des autres condensateurs au papier et jouissent d'une propriété d'autocicatrisation : un claquage entraîne la vaporisation de la mince couche métallique autour de l'endroit défectueux, évitant ainsi un court circuit.

Les *condensateurs à film plastique* (polyester, polycarbonate, polypropylène, polystyrène, etc.) ont des capacités nominales du même ordre de grandeur que ceux au papier. Ils sont également du type enroulé. Le facteur de pertes est, en basses fréquences, de l'ordre de 10^{-2} pour le polyester, de 10^{-3} pour le polycarbonate et de

10^{-4} pour le polystyrène. Les tolérances usuelles sont de $\pm 10\%$ et descendent, dans certains cas, à $\pm 1\%$. Les condensateurs au polyester ou au polycarbonate (fig. 11.18) sont relativement bon marché. Ils sont généralement réalisés à l'aide de film métallisé, permettant d'obtenir une forte capacité volumique. Ils sont très utilisés dans les applications courantes de l'électronique. Les condensateurs au polystyrène jouissent d'une excellente stabilité, d'une résistance d'isolement très élevée et d'un coefficient de température négatif; ils sont par contre, à capacité égale, de plus grandes dimensions que les précédents.

Les *condensateurs au mica* (fig. 11.19) sont fabriqués par empilage pour des valeurs nominales allant de 1 pF à 0,1 μ F environ. Ils sont stables, possèdent un coefficient de température faible et ont peu de pertes. Ils sont principalement utilisés dans des filtres et circuits résonnants en hautes fréquences et comme condensateurs étalons.

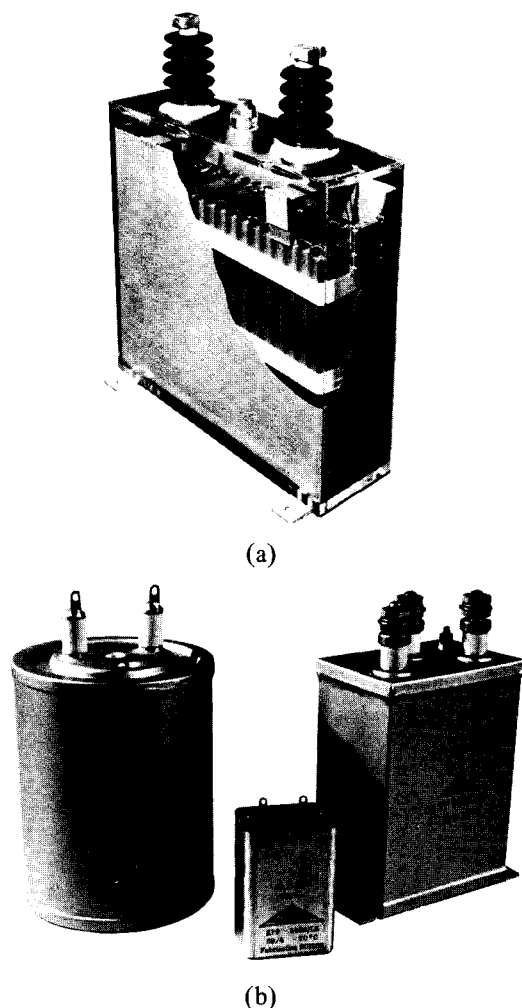


Fig. 11.17 Condensateurs au papier.

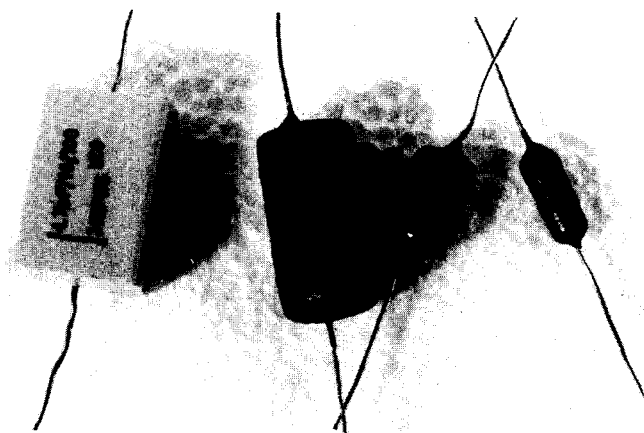


Fig. 11.18 Condensateurs à film plastique.

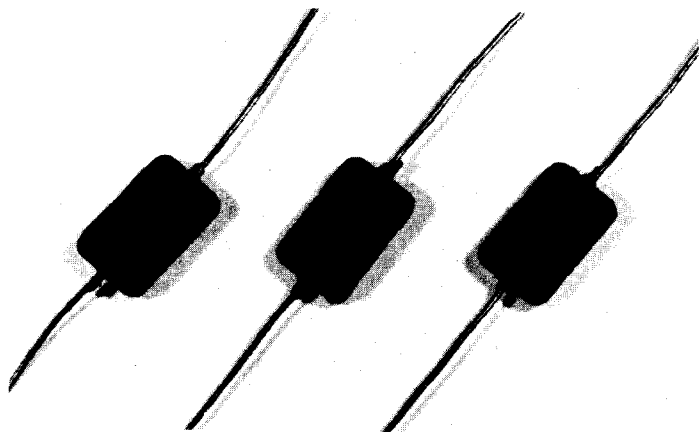


Fig. 11.19 Condensateurs au mica.

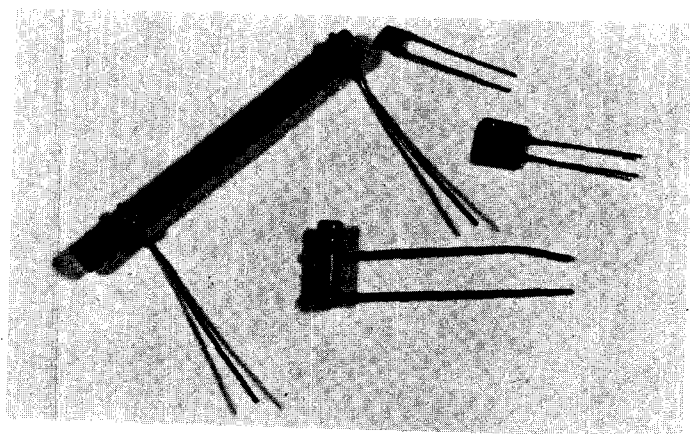


Fig. 11.20 Condensateurs céramiques.

Les *condensateurs céramiques* (fig. 11.20) sont généralement fabriqués dans des exécutions miniatures (tubes ou plaquettes). La gamme des valeurs nominales va d'environ 0,5 pF à 100 nF. On peut les classer en deux groupes principaux : ceux à permittivité moyenne ($\epsilon_r = 10 \div 200$), qui sont précis et stables, ont de faibles pertes et un coefficient de température bien déterminé, dont l'utilisation est réservée surtout à la haute fréquence; ceux à permittivité élevée ($\epsilon_r = 500 \div 10\,000$), qui sont destinés à des applications où la précision et la stabilité ne jouent aucun rôle, mais où il est intéressant d'avoir une capacité volumique élevée.

Les *condensateurs à huile* sont principalement utilisés pour des tensions dépassant 500 V.

11.3.9 Condensateurs électrolytiques

Pour obtenir des condensateurs à haute capacité (1 μ F à 1 F), sous un volume raisonnable, il faut réduire l'épaisseur du diélectrique. C'est ce qui est réalisé avec les *condensateurs électrolytiques*.

Le diélectrique est formé par une mince couche d'oxyde métallique qui se forme à la surface d'une électrode (anode) lorsque celle-ci est mise en contact avec un électrolyte porté à un potentiel négatif (oxydation anodique). L'aluminium et le tantale entrent en ligne de compte pour la réalisation d'une telle électrode. Le condensateur ainsi réalisé est polarisé, c'est-à-dire que sa résistance d'isolement ne reste élevée que dans le sens normal d'utilisation. En cas d'inversion de la polarité, la couche d'oxyde se détruit et le condensateur laisse passer un courant très important jusqu'à sa destruction complète (risque d'explosion). Ils ne sont donc normalement utilisables qu'avec une tension appliquée de polarité constante (la composante alternative de cette tension étant d'ailleurs elle-même limitée par les pertes).

Toutefois, il existe aussi des condensateurs électrolytiques non polarisés, spécialement adaptés aux tensions alternatives (utilisés pour le démarrage de certains moteurs). Tout se passe comme s'ils étaient constitués de deux condensateurs identiques, connectés en opposition.

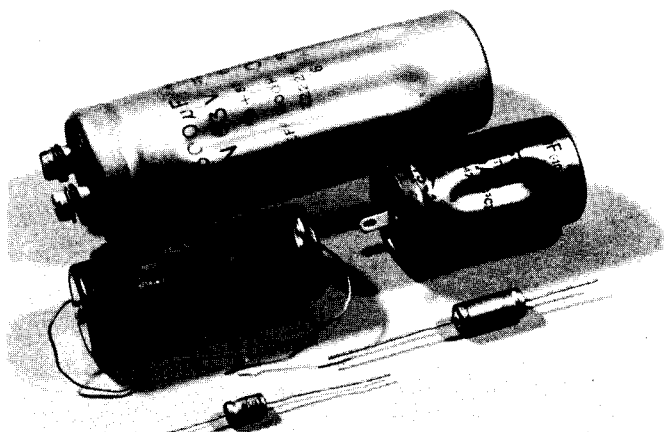


Fig. 11.21 Condensateurs électrolytiques à l'aluminium.

Les *condensateurs à l'aluminium* (fig. 11.21) sont du type à feuilles enroulées. L'anode est une feuille d'aluminium à surface rugueuse pour augmenter la surface active. Les couches suivantes sont : une ou deux couches de papier buvard imbibé d'électrolyte liquide ou pâteux (glycol, borate d'ammonium), puis une deuxième feuille d'aluminium (cathode).

Le diélectrique est, dans ce cas, de l'alumine (Al_2O_3), de permittivité relative 8,5. Il est déjà *formé*, lors de sa fabrication, par application d'une tension continue. Son épaisseur est proportionnelle à la tension de formation (de l'ordre de $0,1 \mu m$ sous 100 V). Mais en cas de stockage de longue durée, la couche d'alumine se détruit progressivement. Elle se reforme cependant lorsqu'une tension est appliquée, mais n'atteint pas nécessairement l'épaisseur d'origine si on utilise le condensateur pour une tension plus faible que la tension de service pour laquelle il est construit. Il en résulte que la capacité peut avoir sensiblement augmenté. Cela montre que ces condensateurs sont peu stables. Ils sont, de plus, sujets au vieillissement.

Les autres caractéristiques sont :

- pertes importantes
- emploi limité en fréquence
- sensibilité à la température.

L'anode des *condensateurs au tantale* (fig. 11.22) est une bande de tantale ou aussi un cylindre en tantale fritté, présentant donc une surface poreuse. Le diélectrique est formé par une couche d'oxyde de tantale (Ta_2O_5), d'une permittivité relative de 26. La cathode est constituée par l'électrolyte et par un boîtier en argent. L'électrolyte peut être liquide (fréquemment de l'acide sulfurique) ou solide (bioxyde de manganèse).

Les propriétés de ces condensateurs sont similaires à celles des condensateurs à l'aluminium. Les condensateurs au tantale sont toutefois plus stables (la couche d'oxyde ne se résorbe pas en cas de stockage), plus fiables et moins sensibles à la température. A capacité et tension de service égales, ils sont moins volumineux que les condensateurs à l'aluminium.

11.3.10 Condensateurs variables

Les condensateurs variables sont principalement du type rotatif, utilisant l'air comme diélectrique (fig. 11.23). Ce sont des condensateurs empilés, constitués de deux groupes de lames, l'un tournant à l'intérieur de l'autre. On obtient couramment des valeurs de capacité allant jusqu'à 500 pF et variant dans une gamme comprise entre un et dix.

Les condensateurs ajustables (trimmers) sont de petits condensateurs à air, en céramique ou à film de matière plastique (fig. 11.24). Les valeurs de capacité sont inférieures à 100 pF.

11.3.11 Condensateurs non linéaires

Les *varicaps* sont des diodes à jonction (§ 4.2.8) dont la capacité varie avec la tension inverse appliquée. Elles sont très utilisées dans les circuits d'accord automatique d'appareils de télécommunications.

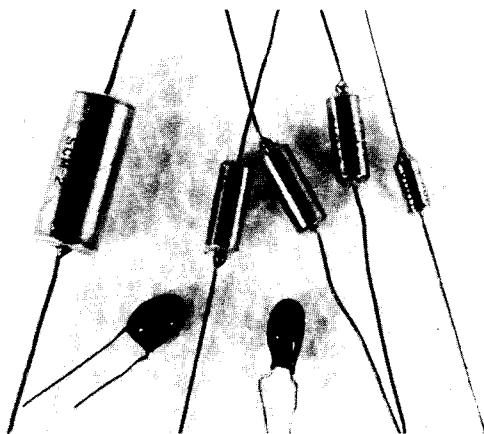


Fig. 11.22 Condensateurs électrolytiques au tantale.

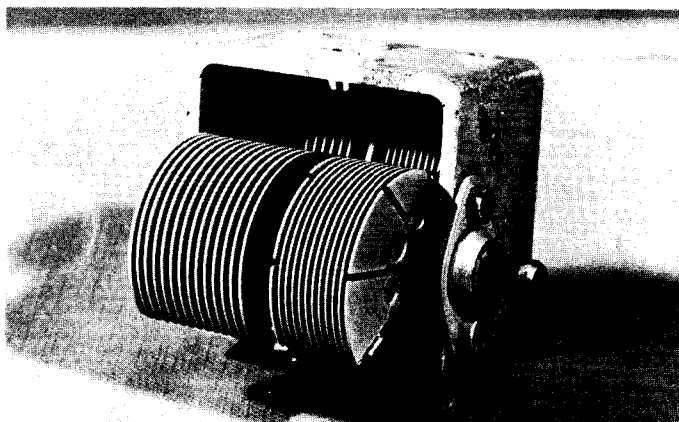


Fig. 11.23 Condensateurs variables à air.

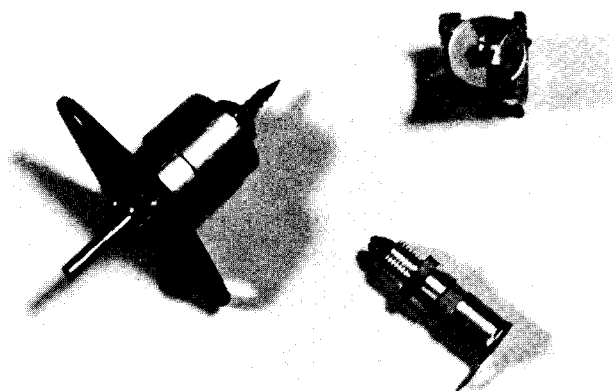


Fig. 11.24 Condensateurs trimmers.

11.4 BOBINES D'INDUCTANCE

11.4.1 Généralités

Les bobines d'inductance (autres dénominations déconseillées : bobines de self-induction, self, auto-inductance) sont les composants dont l'effet dominant est l'inductance propre (§ 2.4.15).

Les bobines d'inductance sont généralement fabriquées spécialement pour chaque cas d'application. Toutefois, on trouve également des composants miniatures à valeurs normalisées (100 nH à 100 mH), pour utilisation en électronique, dans les circuits de télécommunications et pour le déparasitage.

Les bobines d'inductance sont employées en association avec des condensateurs pour la réalisation de filtres, de circuits résonnants, de circuits corrigeant la courbe de réponse de capteurs ou d'amplificateurs à certaines fréquences. Elles servent à diminuer les ondulations résultant du redressement d'une tension alternative par un circuit à diode ou à thyristor (§ 3.3.3). Dans certains circuits à courant alternatif, elles sont utilisées pour limiter le courant traversant un autre composant. On les rencontre également dans les réseaux de distribution d'électricité (bobine de Petersen) pour limiter l'intensité du courant s'écoulant en cas de court-circuit avec la terre.

Les bobines d'inductance sont de deux types :

- à air
- à noyau magnétique.

11.4.2 Caractéristiques

Tout conducteur de longueur donnée présente une inductance dépendant de sa forme; un composant, dont le paramètre principal est l'inductance, se présente sous l'aspect d'un conducteur auquel on a donné une forme telle que tout élément de ce conducteur influence de façon si possible optimale tout autre élément de ce même conducteur. L'effet d'auto-induction est maximum lorsque le conducteur est bobiné et lorsque chaque spire est traversée par le même flux magnétique (cas idéal).

L'inductance L d'une bobine est donnée par la relation (2.56). Elle est proportionnelle au carré du nombre N de spires, dépend de la géométrie du bobinage et augmente avec la perméabilité μ du milieu traversé par les lignes de champ magnétique. On accroît donc l'inductance volumique en bobinant le fil conducteur sur un noyau de matériau magnétique qui canalise le flux. Une bobine cylindrique longue (solénoïde), sans noyau magnétique, possède une inductance donnée approximativement par la relation (2.57). Dans le cas d'un noyau magnétique, il faut multiplier ce résultat par la perméabilité relative (§ 2.4.3) du noyau. Pour une bobine à noyau annulaire (toroïdal), on obtient

$$L = N^2 \mu A / \pi d_m \quad (11.11)$$

où A est la section du noyau et d_m est le diamètre moyen du tore.

Outre sa valeur nominale, une bobine d'inductance est principalement caractérisée par son facteur de qualité, sa capacité propre et la valeur maximale admissible du courant.

11.4.3 Pertes dans le noyau magnétique

Lorsqu'une inductance comporte un noyau magnétique, celui-ci dissipe une certaine quantité de chaleur si l'enroulement est parcouru par un courant alternatif.

Les matériaux de ces noyaux sont des substances ferro- ou ferrimagnétiques et ont, par conséquent, une caractéristique B (induction magnétique ou densité de flux) – H (intensité de champ) du type non-linéaire et à hystérésis (§ 2.4.28).

Les pertes dans ces noyaux ont trois composantes (chap. II.8) :

- les pertes par hystérésis : l'existence d'une hystérésis implique qu'un changement du sens de l'aimantation nécessite une absorption d'énergie;
- les pertes par courants de Foucault : les variations de flux engendrent un champ électrique qui produit une tension induite dans le conducteur de la bobine (c'est la tension exprimée par la loi de l'induction) et une tension induite dans la masse du noyau; dans un noyau conducteur, il en résulte des courants, donc des pertes par effet Joule;
- les pertes par traînage dont l'importance se manifeste principalement dans les ferrites.

Les pertes par hystérésis croissent avec la fréquence et avec l'aire de la surface limitée par la boucle d'hystérésis. On choisira donc de préférence des matériaux à boucle très étroite.

Les pertes par courants de Foucault croissent avec le carré de la fréquence et avec la conductivité du matériau magnétique. On pourra réduire ces pertes en limitant l'ampleur des zones où les courants peuvent circuler : en divisant le noyau en zones isolées les unes des autres, à l'extrême en choisissant un matériau composé de particules magnétiques enrobées dans un isolant.

11.4.4 Résistance du conducteur

Le fil conducteur utilisé pour le bobinage possède une résistance propre, d'autant plus élevée que le fil est fin et que le nombre de spires est grand, qui augmente en haute fréquence en raison des effets pelliculaire et de proximité (§ 11.1.4).

Comme ces effets dépendent des dimensions transversales des conducteurs, on peut les limiter, dans une certaine mesure, en utilisant du fil divisé, formé de brins isolés et torsadés, soudés les uns aux autres aux bornes d'entrée et de sortie de la bobine.

La présence de cette résistance entraîne des pertes par échauffement dans le conducteur.

11.4.5 Capacité propre

La différence de potentiel entre les spires successives et entre les couches superposées du bobinage crée des courants capacitifs parasites. A des fréquences relativement basses, leur effet peut être représenté par une capacité unique en parallèle avec l'inductance propre de la bobine (§ 8.7.6). Celle-ci n'est utilisable que jusqu'à une fraction de la fréquence de résonance.

On peut limiter la capacité propre par des modes de bobinages spéciaux.

11.4.6 Schéma équivalent

Le comportement réel d'une bobine d'inductance peut être obtenu approximativement en considérant le schéma équivalent de la figure 11.25. La résistance R_a traduit les pertes en courant alternatif (effets pelliculaire et de proximité, courants de Foucault et hystérésis dans le noyau), R_c est la résistance du conducteur et C la capacité propre du bobinage.

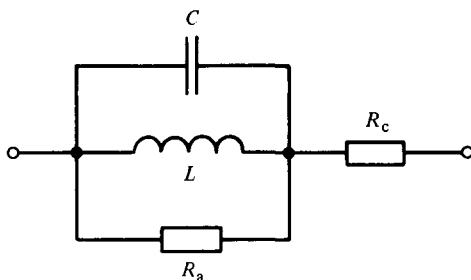


Fig. 11.25

Pour une fréquence nettement inférieure à la fréquence de résonance, c'est-à-dire pour $\omega^2 LC \ll 1$, l'impédance de ce circuit vaut, d'après le tableau 8.17 et la relation (8.113) :

$$\underline{Z} \cong R' + j\omega L' \quad (11.12)$$

avec

$$R' = R_c + R_a/(1 + Q_a^2) \quad (11.13)$$

$$L' = L/(1 + Q_a^{-2}) \quad (11.14)$$

$$Q_a = R_a/\omega L \quad (11.15)$$

Si $Q_a^2 \gg 1$: $L' \cong L$ et $R' \cong R_c + \omega^2 L^2/R_a$.

11.4.7 Facteur de pertes et facteur de qualité

Comme pour les condensateurs, on peut caractériser l'ensemble des pertes dans la bobine par un facteur de pertes $\tan \delta$ qui est le rapport de la puissance active à la puissance réactive absorbées par l'impédance. Pour $Q_a^2 \gg 1$, on obtient :

$$\begin{aligned} \tan \delta &= R'/\omega L' \\ &\cong R_c/\omega L + \omega L/R_a \\ &= \tan \delta_c + \tan \delta_a \end{aligned} \quad (11.16)$$

On préfère généralement spécifier l'inverse de ce facteur de pertes qui prend le nom de facteur de qualité

$$Q = 1/\tan \delta = \omega L'/R' \quad (11.17)$$

Cette grandeur joue un rôle déterminant dans l'étude des propriétés des circuits résonnants (sect. IV.3.5). Elle dépend de la fréquence et passe par un maximum pour une fréquence donnée.

11.4.8 Courant maximum admissible

La dissipation thermique due aux pertes dans le conducteur et le noyau magnétique imposent une valeur maximale admissible du courant circulant dans une bobine d'inductance. Dans certains cas, cette limite est imposée par la non linéarité de la courbe d'aimantation du noyau (cf. fig. 2.24).

11.4.9 Bobine d'inductance à air

Dans une bobine d'inductance à air, le flux ne traverse aucun matériau magnétique; il s'établit dans l'air et dans la matière isolante qui forme le support du bobinage.

On utilise la bobine à air principalement dans les deux cas suivants :

- lorsqu'on a besoin d'une inductance à loi parfaitement linéaire;
- lorsque la fréquence du courant est telle que les pertes dans le noyau magnétique deviennent prohibitives.

Les valeurs courantes d'inductance à air s'étendent entre une fraction de μH et quelques mH .

Le bobinage est fait d'un conducteur isolé, soit enroulé sur un support isolant, plastique, céramique, soit mis en forme et fixé par ses extrémités.

On peut rencontrer diverses formes de bobinage, par exemple :

- bobinage cylindrique à une couche;
- bobinage cylindrique à plusieurs couches (à spires disposées régulièrement ou non);
- bobinage par sections et bobinage en nid d'abeilles (fig. 11.26), qui limitent la capacité propre.

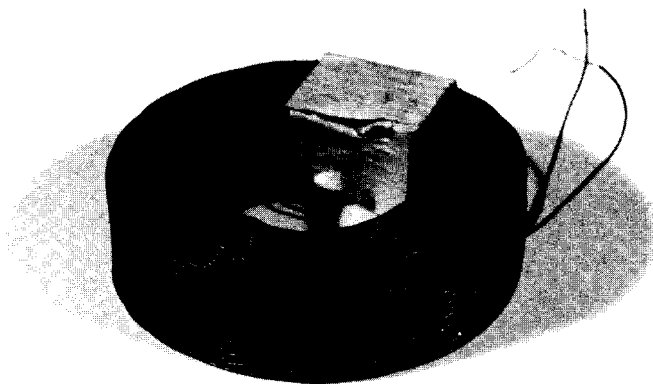


Fig. 11.26 Bobinage en nid d'abeilles.

11.4.10 Bobines d'inductance à noyau magnétique

Les principaux types de noyaux magnétiques sont :

- les noyaux en fer feuilleté (tôle)
- les noyaux en ferrite.

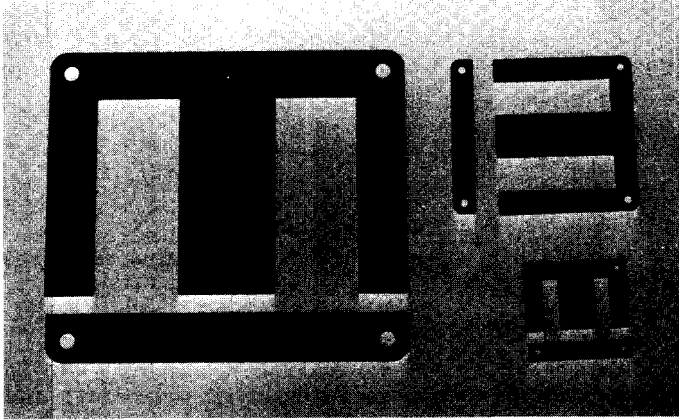


Fig. 11.27 Tôles normalisées pour bobines d'inductance et transformateurs.

Le fer feuilleté (en fait, le plus souvent un alliage de fer et de silicium pour augmenter la résistivité) est utilisé dans les composants qui travaillent aux fréquences industrielles ou aux fréquences acoustiques. Les circuits magnétiques de ces composants sont constitués, soit de tôles planes, de dimensions normalisées (fig. 11.27), empilées et isolées entre elles, soit de deux sections de noyau accolées, sections obtenues par le découpage d'un noyau réalisé primitivement par l'enroulement de rubans de tôle dite à grains orientés (fig. 11.28). La perméabilité relative de ces matériaux est de l'ordre de 1000 à 100 000 environ. La présence d'un entrefer améliore la stabilité et la linéarité de la courbe d'aimantation.

Les tôles sont inutilisables à cause de leurs pertes pour la fabrication de bobines en hautes fréquences à grands facteurs de qualité. Jusqu'à l'apparition des ferrites, on constituait les noyaux dans un tel cas par du fer pulvérisé, comprimé avec des résines et moulé dans des formes diverses.

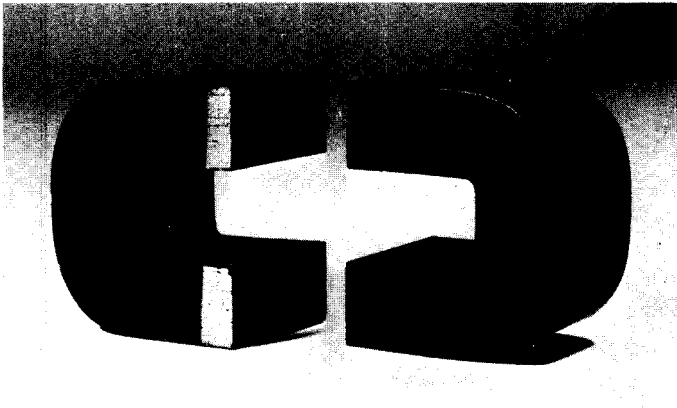


Fig. 11.28 Noyau de tôle à grains orientés.

L'augmentation de la résistivité de ces noyaux et la diminution du volume des régions ferromagnétiques homogènes réduisent beaucoup les courants de Foucault. Par contre, la perméabilité effective de ce matériau aggloméré est faible.

On utilise, aujourd'hui, de préférence des noyaux en ferrite. Il existe diverses sortes de matériaux ferrites adaptés à des besoins particuliers (matériau basse-fréquence, haute-fréquence, à perméabilité constante, à coefficient de température défini, etc.).

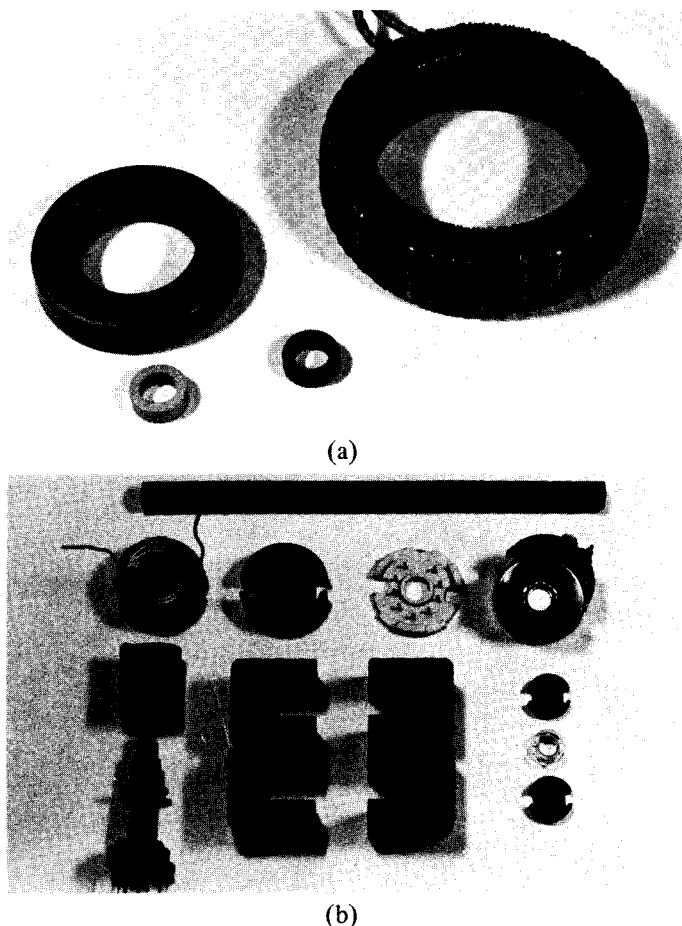


Fig. 11.29 Pots, bâtonnets, noyaux, etc., en ferrite.

Les ferrites sont des matières voisines des céramiques, constituées par un oxyde de fer mélangé avec un ou plusieurs oxydes d'autres métaux, finement moulues, comprimées et cuites au four (frittées). Elles ont l'avantage d'avoir une résistivité élevée, ce qui élimine pratiquement les courants de Foucault. Leur perméabilité relative peut atteindre 5000.

On trouve sur le marché diverses formes de noyaux — tores, bâtonnets, pots, etc. — obtenus par moulage (fig. 11.29). Il existe en particulier des noyaux en pot de dimensions normalisées. Ceux-ci se présentent sous la forme de deux demi-coquilles à l'intérieur desquelles est inséré le bobinage. Ces pots sont réalisés avec ou sans entrefer.

Des bobines d'inductance à valeur ajustable sont souvent réalisées par un noyau qui se visse dans le support de bobinage pour modifier la perméance du circuit magnétique.

11.5 PILES ET ACCUMULATEURS

11.5.1 Introduction

L'essentiel de l'énergie électrique consommée est produite par des convertisseurs électromécaniques (sect. 3.2). Toutefois, il existe de nombreuses situations requérant une source autonome ou un stockage temporaire d'énergie : équipements portables et mobiles (appareils de mesure, montres et calculatrices électroniques, automobiles, etc.), alimentation d'installations autonomes (téléphone, pendules, systèmes de télémesures, alimentations de secours, etc.). On utilise dans ce cas des sources d'énergie électrochimiques – piles et accumulateurs – ou photo-électriques (photopiles solaires).

Leur comportement en exploitation normale est approximativement celui d'une source réelle (§ 6.7.1) : la tension délivrée diminue avec l'augmentation du courant débité. Ceci traduit l'existence d'une résistance interne qui dépend, entre autre, de l'état de charge et de la température, mais peut être considérée comme linéaire pour les analyses courantes (fig. 11.30).

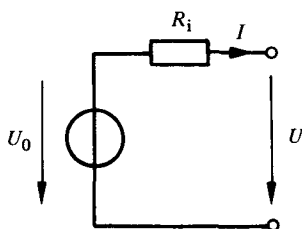


Fig. 11.30

11.5.2 Piles électrochimiques

Une *pile électrique* est un générateur électrochimique à transformation irréversible. Elle comporte une électrode positive et une électrode négative, reliées par un milieu plus ou moins complexe qui contient un électrolyte : solution aqueuse subissant une dissociation ionique permettant le passage d'un courant électrique. L'électrode positive est le siège d'une réaction chimique (réduction) correspondant à un appauvrissement en électrons. A l'électrode négative ont lieu des réactions d'oxydation provoquant un enrichissement en électrons. Si les électrodes positives et négatives sont connectées à un circuit extérieur, un courant électrique est établi qui complète celui créé dans l'électrolyte par le déplacement des ions positifs et négatifs dus à la réaction chimique.

Cette conduction ionique a pour conséquence l'existence d'une résistance interne qui a pour effet de réduire la différence de potentiel entre les deux électrodes lorsque l'on augmente le débit du courant.

Une pile est essentiellement caractérisée par sa *tension à vide* (appelée aussi *tension de source* ou *force électromotrice*) et sa *capacité*. Celle-ci exprime la quantité d'électricité, en ampère-heure, que la pile peut fournir dans des conditions de décharge déterminée. La résistance interne croît pendant la décharge.

Les types de piles les plus courants sont :

- la *pile sèche* conventionnelle, utilisant un électrolyte pâteux de chlorure d'ammonium ou d'hydroxyde de potassium, contenu entre une anode formée par un bâton de carbone entouré de bioxyde de manganèse et une cathode faite d'un tube de zinc; on connecte souvent plusieurs éléments en série, chacun ayant une tension à vide d'environ 1,5 V (batteries de 4,5 V; 9 V; 22,5 V; etc.); ces piles se rencontrent en deux exécutions principales : élément Leclanché (du nom de son inventeur) et pile alcaline (meilleure capacité et plus longue durée de vie);
- la *pile au mercure*, utilisée de plus en plus dans les équipements électroniques autonomes en raison de sa plus grande capacité par unité de masse, de sa longue durée de conservation et de la faible variation de sa résistance interne en cours de décharge; sa tension à vide est de 1,36 V.

Un exemple de courbes de décharge typiques de ces types de piles est donné à la figure 11.31.

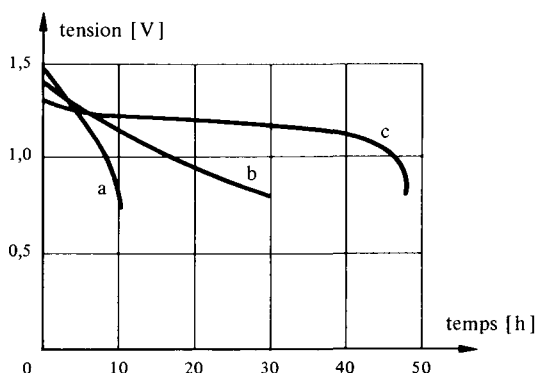


Fig. 11.31 Courbes de décharges sous 25 Ω de différentes piles de mêmes dimensions. a : élément Leclanché; b : pile alcaline; c : pile au mercure.

11.5.3 Accumulateurs

Un *accumulateur* est un dispositif électrochimique à réaction réversible. L'apport d'énergie électrique y produit, par électrolyse, des réactifs qui restent au voisinage immédiat des électrodes. Ceci permet de réaliser un stockage de l'énergie électrique sous forme chimique, énergie qui peut être restituée sous forme électrique en faisant débiter en pile la cellule chargée. Un tel dispositif peut en général subir de très nombreux cycles de charge-décharge. On distingue deux types d'accumulateurs : ceux à électrolyte acide et ceux à électrolyte alcalin.

L'accumulateur le plus familier (industrie automobile) est construit en immergeant dans une solution d'acide sulfurique deux électrodes de plomb recouvertes d'oxyde de plomb. Lors de la première charge, du bioxyde de plomb se forme par oxydation au voisinage de l'électrode reliée au pôle positif, alors qu'à l'électrode reliée au pôle négatif, l'oxyde est réduit en plomb métallique. En régime de décharge, le bioxyde de plomb est converti en sulfate de plomb. Cette réaction entraîne un appauvrissement de l'électrode en électrons, d'où présence d'une charge positive. A l'électrode négative, le plomb métallique s'oxyde également sous forme de sulfate de plomb libérant des élec-

trons. La décharge est donc productrice de sulfate de plomb (l'état de l'accumulateur peut ainsi être contrôlé en mesurant le poids spécifique de l'électrolyte). C'est ce réactif qui sert de réserve pour la production de plomb et de bioxyde de plomb au cours des opérations ultérieures de charge. La tension à vide d'une cellule chargée est de l'ordre de 2 volts. On connecte généralement plusieurs cellules en série pour former des batteries d'environ 6 V, 12 V ou 24 V.

La résistance interne d'un accumulateur au plomb est très faible (de l'ordre du $m\Omega$) et sa capacité élevée. Par contre, son poids est lui aussi relativement grand et la présence d'un électrolyte acide est un inconvénient (production de vapeurs acides corrosives et combustibles, nécessitant une ventilation adéquate). On a donc tenté de remplacer ces accumulateurs par d'autres dispositifs, obéissant au même principe, mais utilisant des réactifs différents.

De tous les accumulateurs de type alcalin, ceux au nickel-cadmium sont les plus répandus. L'électrode positive est en hydroxyde de nickel, l'électrode négative en cadmium et l'électrolyte est un hydroxyde de potassium. A la charge comme à la décharge, la solution reste inchangée et il n'y a pas de vapeur dangereuse dégagée, mais seulement de la vapeur d'eau. Des techniques de fabrication appropriées permettent même la réalisation d'accumulateurs étanches. Ces éléments sont disponibles dans une grande variété de formes et de dimensions, afin de répondre aux exigences diverses des utilisateurs, relatives à l'encombrement et à la capacité. La tension de service est de l'ordre de 1,25 V et la résistance interne est faible (quelques $m\Omega$).

Les accumulateurs étanches nickel-cadmium se distinguent par les caractéristiques suivantes :

- absence totale d'entretien;
- large plage de température;
- aptitude à la surcharge;
- régimes de décharge élevés;
- longue durée de vie;
- possibilité d'application dans n'importe quelle position.

Les travaux récents concernant les accumulateurs tendent à la recherche de dispositifs dont l'énergie spécifique, c'est-à-dire l'énergie disponible par unité de masse, est plus élevée; ceci en particulier en vue du développement des applications à la traction.

11.5.4 Piles à combustible

Les *piles à combustible* ont un fonctionnement analogue à celui des piles ou accumulateurs électrochimiques décrits ci-dessus : à l'une des électrodes se produit une oxydation avec libération d'électrons, à l'autre une réduction. Mais, alors que piles et accumulateurs renferment l'ensemble des matières actives et ne peuvent fournir qu'une quantité limitée d'énergie électrique avant recharge ou détérioration, les piles à combustible, consommant des réactifs stockés à l'extérieur, peuvent fonctionner aussi longtemps qu'on assure l'alimentation par un apport progressif de l'énergie chimique aux électrodes.

Les électrodes positives et négatives, séparées par un électrolyte liquide ou solide, sont alimentées l'une par de l'oxygène comburant, l'autre par de l'hydrogène. La réaction libère des électrons et produit de l'eau (un avantage certain pour l'utilisation en astronautique). Le combustible primaire, chargé de fournir l'hydrogène peut être liqui-

de (hydrazine), solide ou gazeux. La tension à vide, de l'ordre de 1 V, dépend du type de réaction et de la température.

Dans les piles à combustible à membrane, on remplace l'électrolyte par un diaphragme de quelques millimètres d'épaisseur composé de résines artificielles. Ce diaphragme ne laisse passer les ions que dans un sens ou n'est perméable qu'à une polarité déterminée des ions.

Ce domaine est encore en plein développement.

11.5.5 Photopiles

Les *photopiles* — ou *cellules photovoltaïques* — produisent de l'électricité par transformation directe de l'énergie lumineuse incidente dans un matériau semiconducteur. On utilise actuellement des plaquettes de silicium, de forme rectangulaire ou circulaire, de quelques centaines de microns d'épaisseur et d'une surface de plusieurs centimètres carrés.

Une jonction pn (§ 4.2.8) est créée par dopage au phosphore; elle se situe à une fraction de micron directement en dessous de la surface éclairée. Les photons irradiant la cellule sont absorbés et cèdent leur énergie en participant à la création de charges libres (paires électrons-trous).

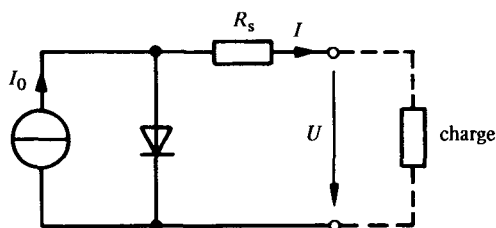


Fig. 11.32

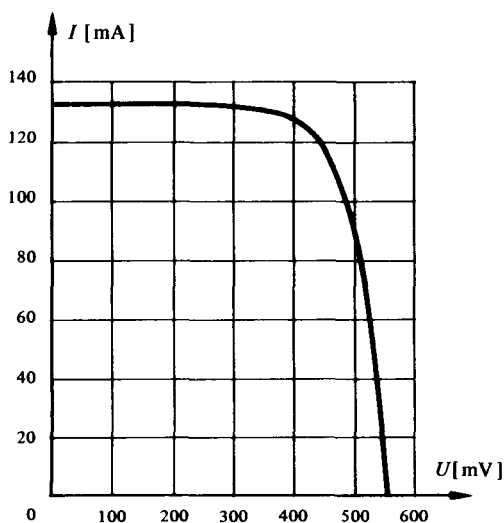


Fig. 11.33

La photopile illuminée se comporte comme une source de courant constant qui débite sur une diode et un circuit d'utilisation monté en parallèle. Une petite résistance série R_s tient compte, dans le schéma équivalent (fig. 11.32), de la résistance inévitable des contacts (ordre de grandeur : $< 1 \Omega$). Une caractéristique typique courant-tension d'une cellule élémentaire photovoltaïque est représentée à la figure 11.33.

Par assemblage de ces cellules en série et en parallèle, on peut constituer des générateurs solaires de tension et de puissance quelconques. Les rendements de conversion sont actuellement de l'ordre de 10 à 20 %. La gamme utile de sensibilité spectrale d'une photopile conventionnelle est comprise entre 0,5 et 1 μm de longueur d'onde.

Les photopiles ont été initialement développées et exploitées presque exclusivement pour les utilisations spatiales (alimentation de satellites). Elles trouvent aujourd'hui de plus en plus d'applications terrestres en tant que sources d'énergie autonomes, associées à un système de stockage par accumulateurs : alimentation de petites installations isolées, postes de secours, équipements portatifs. Avec l'abaissement prévisible des coûts de production lié à une fabrication industrielle en grande série, des applications plus généralisées, en particulier domestiques, sont envisageables.

CHAPITRE 12

HISTOIRE DES DÉBUTS DE L'ÉLECTRICITÉ ET DU MAGNÉTISME

12.1 PRÉAMBULE

L'histoire de l'électricité présente de l'intérêt par la succession chronologique des expériences, des développements et des découvertes, plus que par la connaissance isolée des dates et des personnes associées à ces événements.

La liste qui suit n'est pas exhaustive. Elle se contente de souligner les principaux événements dans les domaines de l'électricité, du magnétisme et des techniques qui en découlent.

12.2 DATES PRINCIPALES

- Av. J.C.
600 Le géomètre Thalès de Milet tente d'expliquer la nature de l'attraction de l'ambre et de l'oxyde de fer.
- Ap. J.C.
300 env. La boussole est inventée en Chine.
- 1214 Naissance de Roger Bacon, pionnier de la science expérimentale. Ses observations sur l'ambre et l'oxyde de fer ont ouvert la voie aux recherches scientifiques de la Renaissance.
- 1269 Pierre Peregrinus explicite les caractères du magnétisme associé au fonctionnement de la boussole.
- 1600 Le médecin et physicien William Gilbert publie son ouvrage "De magnete, magnetisusque corporibus" dans lequel il disserte sur le magnétisme, les propriétés de l'attraction de l'ambre et sur les propriétés d'aimant de la terre.
- 1660 Otto von Guericke construit la première machine électrostatique.
- 1729 Stephen Gray découvre la possibilité de conduire des charges.
- 1733 Jean-Antoine Nollet et Charles Dufay se livrent à de nombreuses expériences électrostatiques sur l'homme. Ils mettent en évidence l'existence de deux types d'électricité statique. Ils en déduisent les lois d'attraction et de répulsion.
- 1745 Petrus Van Musschenbroek découvre le principe de la bouteille de Leyde.

- 1746 Benjamin Franklin, homme d'état et physicien, expose sa théorie du fluide unique et propose l'emploi des termes positif et négatif.
- 1747 William Watson met en évidence la vitesse très élevée de propagation d'une charge électrique.
- 1752 Benjamin Franklin invente le premier paratonnerre.
- 1759 Franz Ulrich Hoch dit Aepinus imagine le condensateur électrique.
- 1775 Alessandro Volta développe de nombreux appareils parmi lesquels l'électrophone, l'électromètre et un condensateur à lames.
- 1785 Le physicien Charles de Coulomb établit la relation entre force et charges électrostatiques.
- 1786 Le médecin Luigi Galvani réalise des expériences sur les animaux, en particulier sur les grenouilles. Il en déduit l'existence d'une électricité animale, théorie réfutée par Volta.
- 1796 Volta invente la première pile, dite voltaïque, par l'interaction de deux métaux. Elle constitue la première source de courant continu.
- 1801 Le chimiste Humphrey Davy découvre l'arc électrique et poursuit des expériences sur l'influence du courant sur la décomposition de divers corps.
- 1812 Réalisation du premier télégraphe électrique.
- 1820 André-Marie Ampère, mathématicien et physicien, établit la théorie de l'électrodynamique. Il développe le solénoïde pour créer des champs magnétiques.
- 1820 Hans-Christian Oersted découvre l'existence du champ magnétique créé par un courant.
- 1820 François Arago, astronome et physicien crée des électro-aimants en combinant un solénoïde avec un noyau de fer. Davy poursuit des expériences semblables.
- 1821 Michael Faraday, chimiste et physicien développe la théorie de l'influence électrostatique.
- 1823 Johann Schweizer développe le premier galvanomètre permettant la mesure d'un courant.
- 1823 Thomas Seebeck découvre la thermo-électricité.
- 1827 Georg Ohm formule la loi qui porte son nom, établissant la proportionnalité entre tension et courant dans un conducteur.
- 1832 Faraday découvre le principe de l'induction magnétique et établit les lois qui sont à la base du transformateur et d'autres applications de l'électromagnétisme.
- 1832 Joseph Henry, professeur, découvre le phénomène de self-induction. Il avait développé auparavant un télégraphe électromagnétique.
- 1832 Hippolyte Pixii construit un générateur de courant alternatif en faisant tourner un aimant permanent en regard d'un solénoïde.
- 1833 Faraday énonce les lois de l'électrolyse.

- 1833 Les physiciens Wilhelm Weber et Carl Friedrich Gauss font de nombreux travaux dans le domaine de l'électromagnétisme et mettent au point un télégraphe.
- 1834 Hermann de Jacobi réalise un moteur à courant continu équipé d'un collecteur à 4 lames, d'une puissance de $\frac{1}{4}$ CV. Il l'emploie pour actionner la roue à aubes d'une chaloupe.
- 1837 Trois systèmes de télégraphe sont développés, dont celui de Samuel Morse.
- 1837 Thomas Davenport développe un premier moteur électrique commercialement rentable.
- 1839 Robert Davison développe également un moteur électrique.
- 1841 James Joule décrit l'effet thermique lié à la circulation d'un courant dans un conducteur.
- 1844 Inauguration du premier télégraphe entre Washington et Baltimore.
- 1850 Un premier câble télégraphique est posé entre Calais et Douvres.
- 1856 Werner von Siemens crée la dynamo.
- 1857 Premier voyage, réalisé entre Washington et Baltimore, d'une locomotive actionnée à l'électricité, développée par Charles-G. Page.
- 1858 Pose du premier câble transatlantique entre Terre-Neuve et l'Irlande.
- 1859 Julius Pflücker découvre les rayons cathodiques.
- 1863 Antonio Pacinotti construit un générateur électrique.
- 1865 James-Clerk Maxwell publie sa "Théorie dynamique du champ électromagnétique", ouvrage de synthèse.
- 1869 Zénobe Gramme développe et perfectionne la génératrice à courant continu.
- 1876 Dépôt d'un brevet pour le téléphone par le physicien Alexander-Graham Bell.
- 1879 Thomas Edison fabrique une dynamo. Il dépose un brevet pour une lampe à incandescence constituée d'un fil de platine placé dans une ampoule vide. La même année, il en fait une démonstration publique.
- 1879 Début de l'électrification en vue de l'éclairage aux USA.
- 1879 Siemens expose le premier chemin de fer électrifié.
- 1881 Siemens inaugure la première ligne de tramway électrique à trolley.
- 1883 Edison dépose un brevet pour la distribution d'énergie électrique à trois conducteurs. Edison a déposé 1093 brevets durant sa carrière.
- 1884 Edison découvre l'émission d'électrons par des métaux incandescents. L'"effet Edison" est à la base de l'électronique moderne.
- 1886 William Stanley développe le premier système d'éclairage à courant alternatif.
- 1887 Georges Westinghouse dépose un brevet pour un transformateur, basé sur des travaux de Lucien Gaulard.
- 1887 Heinrich Hertz met en évidence les ondes électromagnétiques se propageant à la vitesse de la lumière. Il découvre également l'effet photo-électrique.

1888	Nikola Tesla découvre la possibilité de créer un champ magnétique tournant, à la base de machines électriques rotatives. Il a également développé des systèmes de distribution polyphasés.
1890	Edouard Branly développe le cohéreur permettant la détection d'ondes électromagnétiques.
1893	L'électricité fait son apparition dans le domaine électro-ménager.
1895	Aleksandr Popov développe la première antenne radio.
1895	Guglielmo Marconi réalise la première liaison par ondes hertziennes.
1895	Wilhelm Conrad Röntgen découvre les rayons X.
1897	Joseph-John Thomson découvre l'électron.
1901	Marconi réalise la première liaison radio transatlantique.
1904	John-Ambrose Fleming développe la lampe diode.
1907	Lee de Forest développe la lampe triode, à la base des amplificateurs.
1913	William B. Coolidge développe un tube à rayons X à cathode incandescente.
1915	Georges Claude dépose le brevet du tube au néon.
1923	Charles Francis Jenkins assure la première retransmission télévisée.
1941	Inauguration des premières émissions télévisées commerciales.
1944	Construction de la première calculatrice à séquences contrôlées.
1948	Création du premier transistor.
1959	Apparition du premier circuit intégré.
1971	Apparition des premiers microprocesseurs.

12.3 LE XXème SIÈCLE

Au contraire des événements qui voient une multiplication des développements scientifiques techniques et technologiques au XXème siècle, la liste de la section 12.2 est très peu fournie et s'interrompt en 1971. Il y a à cela deux raisons :

- le volume de la matière est tel qu'il représente plusieurs fois la liste des siècles précédents;
- il est parfois difficile de distinguer certains développements importants d'applications spectaculaires, mais non significatives.

Ce sont les raisons pour lesquelles cette liste s'arrête pratiquement au seuil du XXème siècle.

NOMBRES COMPLEXES

13.1 ORIGINE ET DÉFINITIONS

13.1.1 Origine

L'ensemble des nombres complexes a été introduit pour compléter l'ensemble des nombres réels dans le but de disposer d'une représentation symbolique des solutions d'équations du type

$$x^2 + c = 0 \quad \text{avec} \quad c > 0 \quad (13.1)$$

Toute équation du second degré possède des racines si l'on représente symboliquement la quantité $\sqrt{-1}$ par la lettre j (ou i dans les ouvrages mathématiques où la confusion avec le symbole du courant électrique n'est pas à craindre).

13.1.2 Exemple

L'équation $x^2 + 9 = 0$ ne possède pas de solution réelle, mais par contre deux solutions dites imaginaires

$$x_1 = j 3 \quad \text{et} \quad x_2 = -j 3$$

13.1.3 Définitions

On appelle *nombre complexe* z toute expression de la forme

$$z = a + jb \quad (13.2)$$

où a et b sont des nombres réels, appelés respectivement *partie réelle* et *partie imaginaire* de z (dénotées respectivement par $\text{Re } z$ et $\text{Im } z$), et où j est l'unité imaginaire définie par

$$j^2 = -1 \quad (13.3)$$

13.1.4 Commentaires

Si la partie imaginaire $b = \text{Im } z$ est nulle, alors z est un nombre réel ordinaire.

Si la partie réelle $a = \text{Re } z$ est nulle, alors le nombre z est dit *imaginaire pur*.

13.1.5 Définition

Deux nombres complexes sont *conjugués* lorsqu'ils ne diffèrent que par le signe de la partie imaginaire.

Si $z = a + jb$, on dénotera son *conjugué complexe* par

$$z^* = a - jb \quad (13.4)$$

13.2 ALGÈBRE DES NOMBRES COMPLEXES

13.2.1 Egalité de deux nombres complexes

Deux nombres complexes sont égaux s'ils ont la même partie réelle et la même partie imaginaire.

Donc, si $z_1 = a_1 + jb_1$ et $z_2 = a_2 + jb_2$, on a :

$$z_1 = z_2 \quad \text{si} \quad a_1 = a_2 \quad \text{et} \quad b_1 = b_2 \quad (13.5)$$

13.2.2 Addition et soustraction

L'addition [soustraction] de deux nombres complexes revient à additionner [soustraire] séparément les parties réelles et les parties imaginaires

$$z_1 + z_2 = (a_1 + a_2) + j(b_1 + b_2) \quad (13.6)$$

$$z_1 - z_2 = (a_1 - a_2) + j(b_1 - b_2) \quad (13.7)$$

13.2.3 Multiplication

Le produit de deux nombres complexes est donné (en tenant compte de 13.3) par

$$z_1 \cdot z_2 = (a_1 a_2 - b_1 b_2) + j(b_1 a_2 + a_1 b_2) \quad (13.8)$$

13.2.4 Remarque

On vérifie aisément que la somme et le produit de deux nombres complexes conjugués sont réels

$$z + z^* = 2a \quad (13.9)$$

$$z \cdot z^* = a^2 + b^2 \quad (13.10)$$

13.2.5 Division

La division de deux nombres complexes conduit au résultat

$$\frac{z_1}{z_2} = \frac{a_1 a_2 + b_1 b_2}{a_2^2 + b_2^2} + j \frac{b_1 a_2 - a_1 b_2}{a_2^2 + b_2^2} \quad (13.11)$$

13.2.6 Remarque

Le résultat ci-dessus s'obtient facilement en multipliant simultanément le numérateur et le dénominateur de la fraction z_1/z_2 par le conjugué complexe du dénominateur. En tenant compte de (13.10) et (13.8), on obtient ainsi :

$$\frac{z_1}{z_2} = \frac{z_1 z_2^*}{z_2 z_2^*} = \frac{(a_1 a_2 + b_1 b_2) + j(b_1 a_2 - a_1 b_2)}{a_2^2 + b_2^2} \quad (13.12)$$

13.2.7 Conjugué complexe des opérations élémentaires

On vérifie aisément que le conjugué complexe de la somme, de la différence, du produit ou du quotient de deux nombres complexes est égal respectivement à la somme, à la différence, au produit ou au quotient de leurs conjugués :

$$(z_1 + z_2)^* = z_1^* + z_2^* \quad (13.13)$$

$$(z_1 - z_2)^* = z_1^* - z_2^* \quad (13.14)$$

$$(z_1 z_2)^* = z_1^* z_2^* \quad (13.15)$$

$$(z_1/z_2)^* = z_1^*/z_2^* \quad (13.16)$$

13.2.8 Corps des nombres complexes

Des résultats précédents, il découle que

- la somme et le produit de deux nombres complexes sont des nombres appartenant aussi à l'ensemble des nombres complexes;
- l'opération d'addition est commutative et associative;
- l'opération de multiplication est commutative, associative et distributive;
- il existe un nombre 0 tel que $z + 0 = z$;
- il existe un nombre 1 tel que $z \cdot 1 = z$;
- pour tout nombre z_1 , il existe un unique nombre $z_2 = -z_1$ tel que $z_1 + z_2 = 0$;
- pour tout $z_1 \neq 0$, il existe un nombre $z_2 = z_1^{-1}$ tel que $z_1 z_2 = 1$.

Tout ensemble dont les membres satisfont aux conditions ci-dessus est appelé un corps.

13.3 REPRÉSENTATION GÉOMÉTRIQUE

13.3.1 Plan complexe

Tout nombre complexe peut être représenté de manière biunivoque par un point dans un plan appelé *plan complexe* (ou parfois *plan z*). En introduisant dans ce plan un système d'axes rectangulaires Oxy ayant les mêmes échelles, le nombre complexe $z = a + j b$ correspond au point $P(a, b)$ d'abscisse a et d'ordonnées b (voir fig. 13.1).

L'axe Ox est l'axe réel (dénnoté aussi par Re), Oy est l'axe *imaginaire* (dénnoté aussi par Im).

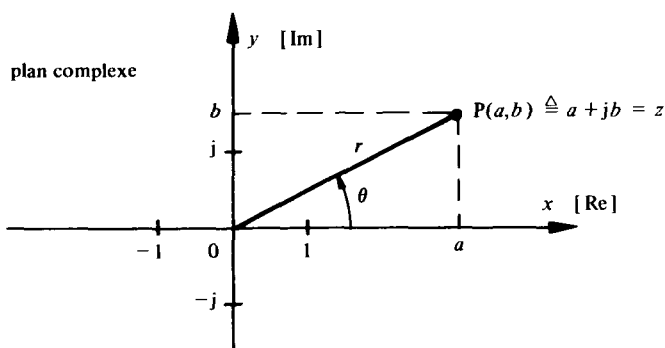


Fig. 13.1

13.3.2 Coordonnées polaires

La position du point $P(a, b)$ peut être indiquée également par ses coordonnées polaires r, θ en utilisant les équations de transformation

$$a = r \cos \theta \quad (13.17)$$

$$b = r \sin \theta \quad (13.18)$$

où

$$r = |z| = |a + jb| = \sqrt{a^2 + b^2} = OP \quad (13.19)$$

est appelé le *module* (ou *norme* ou *valeur absolue*) du nombre complexe z et

$$\theta = \arg(z) = \arctan \frac{b}{a} \quad (13.20)$$

en est l'*argument* (angle formé par OP avec l'axe Ox et *défini à $k2\pi$ près*, avec k entier).

Ainsi

$$z = a + jb = r(\cos \theta + j \sin \theta) \quad (13.21)$$

13.3.3 Exemple

Le nombre complexe $z = 1 + j$ possède les coordonnées polaires

$$r = \sqrt{2}$$

$$\theta = \arctan 1 = \frac{\pi}{4} + k2\pi$$

13.3.4 Remarques

Il découle de la relation (13.21) que lorsque z est réel ($\theta = 0$ ou $k\pi$), le module r est égal à la valeur absolue de la partie réelle a . Lorsque z est imaginaire pur, r est égal à la valeur absolue de la partie imaginaire b .

Par ailleurs, en combinant (13.10) et (13.19), on observe que

$$zz^* = |z|^2 = r^2 \quad (13.22)$$

13.3.5 Théorème

Le module du produit de deux nombres complexes est égal au produit de leurs modules :

$$|z_1 z_2| = |z_1| \cdot |z_2| \quad (13.23)$$

La preuve découle de (13.22) et (13.15). On a en effet

$$|z_1 z_2|^2 = (z_1 z_2)(z_1 z_2)^* = z_1 z_2 z_1^* z_2^* = |z_1|^2 \cdot |z_2|^2 \quad (13.24)$$

13.3.6 Théorème

Le module de la somme de deux nombres complexes est toujours inférieur ou égal à la somme des modules de chaque terme individuel :

$$|z_1 + z_2| \leq |z_1| + |z_2| \quad (13.25)$$

En effet, par (13.9), (13.13), (13.15), (13.19), (13.22) et (13.23), on a

$$\begin{aligned} |z_1 + z_2|^2 &= |z_1|^2 + |z_2|^2 + 2 \operatorname{Re}(z_1 z_2^*) \\ &\leq |z_1|^2 + |z_2|^2 + 2|z_1| \cdot |z_2| = (|z_1| + |z_2|)^2 \end{aligned} \quad (13.26)$$

13.3.7 Théorème

Le module de la différence de deux nombres complexes est toujours supérieur ou égal à la différence des modules de chaque terme individuel :

$$|z_1 - z_2| \geq ||z_1| - |z_2|| \quad (13.27)$$

La démonstration est analogue au cas précédent.

13.3.8 Remarque

Géométriquement (fig. 13.1), le module de z représente la distance du point z à l'origine. La distance entre deux points quelconques z_2 et z_1 est donnée, d'après (13.7) et (13.19), par

$$|z_2 - z_1| = \sqrt{(a_2 - a_1)^2 + (b_2 - b_1)^2} \quad (13.28)$$

13.4 FORME EXPONENTIELLE

13.4.1 Série à termes complexes

On peut démontrer que les théorèmes de convergence de séries de nombres réels s'appliquent également par analogie aux séries de nombres complexes. On sait en particulier qu'une série de nombres réels est absolument convergente si la série des valeurs absolues est elle-même convergente.

C'est ainsi qu'une série du type

$$1 + r + r^2 + \dots + r^n + \dots \quad (r > 0) \quad (13.29)$$

dont les termes sont en progression géométrique, converge vers la somme

$$s = \frac{1}{1 - r} \quad (13.30)$$

si le module de la raison r est inférieure à l'unité.

Par analogie, on montre que la série complexe

$$1 + z + z^2 + \dots + z^n + \dots \quad (13.31)$$

converge vers la somme

$$s = \frac{1}{1 - z} \quad (13.32)$$

si le module $r = |z|$ est inférieur à 1.

D'un point de vue géométrique, la convergence est ainsi réalisée si le point z se trouve à l'intérieur d'un cercle unité centré à l'origine dans le plan complexe.

Pour une série entière (série de puissance) du type

$$c_0 + c_1 z + c_2 z^2 + \dots + c_n z^n + \dots \quad (13.33)$$

où les c_i sont des coefficients réels ou complexes, la convergence absolue est assurée si la série des modules

$$|c_0| + |c_1| r + |c_2| r^2 + \dots + |c_n| r^n + \dots \quad (13.34)$$

qui forme une série entière réelle, est elle-même convergente.

Or, on sait par la théorie des séries entières de variables réelles qu'il existe un nombre R , qui peut être nul ou infini, tel que la série soit convergente pour $r < R$. Par analogie, la série complexe sera convergente, si l'image de z dans le plan complexe est à l'intérieur d'un cercle de rayon R .

13.4.2 Fonction exponentielle

La série

$$1 + \frac{z}{1!} + \frac{z^2}{2!} + \dots + \frac{z^n}{n!} + \dots \quad (13.35)$$

converge pour tout z .

Sa somme est par définition la fonction $\exp z$, qui coïncide bien avec l'exponentielle comme pour z réel.

13.4.3 Formule d'Euler

Considérons le cas où z est purement imaginaire et écrivons :

$$z = j\theta \quad (13.36)$$

La série (13.35) prend alors la forme

$$1 + \frac{j\theta}{1!} + \frac{(j\theta)^2}{2!} + \frac{(j\theta)^3}{3!} + \dots \quad (13.37)$$

En tenant compte de (13.3), les termes peuvent être groupés en une partie réelle et une partie complexe :

$$\left(1 - \frac{\theta^2}{2!} + \frac{\theta^4}{4!} - \dots \right) + j \left(\frac{\theta}{1!} - \frac{\theta^3}{3!} + \dots \right) \quad (13.38)$$

La partie réelle correspond au développement en série de $\cos \theta$ et la partie imaginaire à celui de $\sin \theta$.

On obtient ainsi la *formule d'Euler*

$$\exp(j\theta) = \cos \theta + j \sin \theta \quad (13.39)$$

Le conjugué complexe est obtenu en changeant θ en $-\theta$:

$$\exp(-j\theta) = \cos \theta - j \sin \theta \quad (13.40)$$

D'où, par addition et soustraction :

$$\cos \theta = \frac{1}{2} [\exp(j\theta) + \exp(-j\theta)] \quad (13.41)$$

$$\sin \theta = \frac{1}{2j} [\exp(j\theta) - \exp(-j\theta)] \quad (13.42)$$

13.4.4 Forme exponentielle

En combinant (13.21) et (13.39), un nombre complexe $z = a + jb$ peut être exprimé en fonction de ses coordonnées polaires $r = |z|$ et $\theta = \arg z$ par la forme exponentielle très concise

$$z = r \exp(j\theta) \quad (13.43)$$

13.4.5 Remarque

On observe, en considérant la formule (13.39), que $\exp(j\theta)$ est un nombre complexe dont le module vaut 1 quel que soit l'argument θ . L'image de $\exp(j\theta)$ dans le plan complexe est donc située sur le cercle unité (voir fig. 13.2).

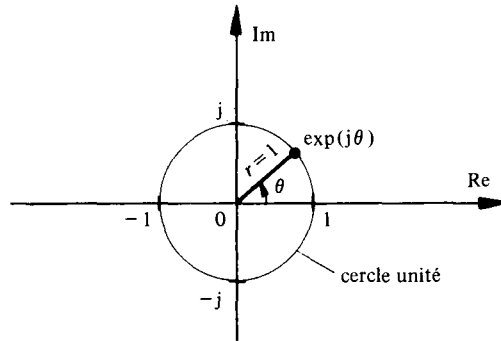


Fig. 13.2

La fonction exponentielle complexe $x(\theta) = \exp(j\theta)$ est périodique, de période égale à 2π . Les valeurs particulières suivantes s'en déduisent :

$$\exp(jk2\pi) = 1 \quad (k \text{ entier ou nul}) \quad (13.44)$$

$$\exp j(\pi + k2\pi) = -1 \quad (13.45)$$

$$\exp j(\pi/2 + k2\pi) = j \quad (13.46)$$

$$\exp j(-\pi/2 + k2\pi) = -j \quad (13.47)$$

Les valeurs des arguments correspondant à $k = 0$ sont appelées *valeurs principales*.

13.4.6 Produit et quotient de nombres complexes

La forme exponentielle est particulièrement précieuse pour exprimer certaines relations algébriques.

Ainsi, le produit et le quotient de deux nombres complexes $z_1 = r_1 \exp(j\theta_1)$ et $z_2 = r_2 \exp(j\theta_2)$ deviennent simplement

$$z_1 \cdot z_2 = r_1 r_2 \exp j(\theta_1 + \theta_2) \quad (13.48)$$

$$\frac{z_1}{z_2} = \frac{r_1}{r_2} \exp j(\theta_1 - \theta_2) \quad (13.49)$$

On en déduit les règles suivantes :

- Le module du produit [quotient] de deux nombres complexes est égal au produit [quotient] des modules (résultat déjà énoncé par le théorème 13.3.5).
- L'argument du produit [quotient] de deux nombres complexes est égal à la somme [différence] des arguments.

13.4.7 Inverse d'un nombre complexe

Par (13.49), l'inverse $z_2 = z_1^{-1}$ d'un nombre complexe z_1 est un autre nombre complexe, dont le module est

$$r_2 = 1/r_1 \quad (13.50)$$

et l'argument

$$\theta_2 = -\theta_1 \quad (13.51)$$

13.4.8 Identités trigonométriques

Les relations (13.41) et (13.42) découlant de la formule d'Euler et la propriété de l'exponentielle

$$\exp z_1 \cdot \exp z_2 = \exp(z_1 + z_2) \quad (13.52)$$

permettent de retrouver toutes les identités trigonométriques mentionnées au paragraphe 14.3.3.

13.4.9 Exemples

On établit facilement les identités suivantes :

$$\begin{aligned} 2 \sin \theta \cos \theta &= \frac{1}{2j} [\exp(j\theta) - \exp(-j\theta)] [\exp(j\theta) + \exp(-j\theta)] \\ &= \frac{1}{2j} [\exp(j2\theta) - \exp(-j2\theta)] = \sin 2\theta \\ 2 \sin \alpha \cos \beta &= \frac{1}{2j} [\exp(j\alpha) - \exp(-j\alpha)] [\exp(j\beta) + \exp(-j\beta)] \\ &= \frac{1}{2j} \{ \exp[j(\alpha + \beta)] - \exp[-j(\alpha + \beta)] + \exp[j(\alpha - \beta)] \\ &\quad - \exp[-j(\alpha - \beta)] \} \\ &= \sin(\alpha + \beta) + \sin(\alpha - \beta) \\ \cos^2 \theta &= \frac{1}{4} [\exp(j\theta) + \exp(-j\theta)]^2 \\ &= \frac{1}{4} [\exp(j2\theta) + \exp(-j2\theta) + 2] = \frac{1}{2} [\cos 2\theta + 1] \end{aligned}$$

13.4.10 Dérivation et intégration par rapport à l'argument

Soit la fonction complexe $z = r \exp(j\theta)$. Sa dérivée par rapport à θ est, en tenant compte de la valeur principale de (13.46) :

$$\frac{dz}{d\theta} = rj \exp(j\theta) = r \exp(j\pi/2) \exp(j\theta) = r \exp[j(\theta + \pi/2)] \quad (13.53)$$

Dans le plan complexe (voir fig. 13.3), la dérivation correspond à une rotation du segment de droite OP de $+\pi/2$.

Par analogie, on obtient pour l'intégration par rapport à θ

$$\int z d\theta = r j^{-1} \exp(j\theta) = r \exp[j(\theta - \pi/2)] \quad (13.54)$$

L'intégration se traduit donc dans le plan complexe (voir fig. 13.3) par une rotation du segment de droite OP de $-\pi/2$.

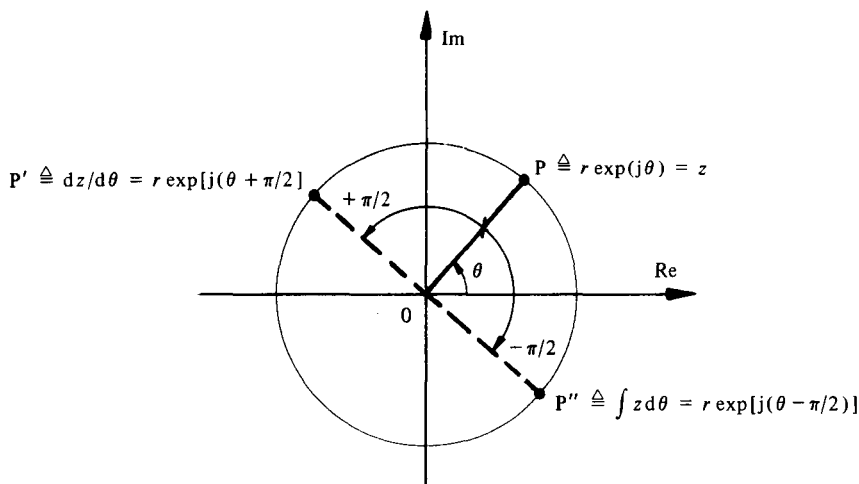


Fig. 13.3

13.5 PUISSANCES ET RACINES D'UN NOMBRE COMPLEXE

13.5.1 Formule de Moivre

Soit $z = a + jb = r \exp(j\theta)$. La n -ième puissance de ce nombre est alors d'après (13.48) :

$$z^n = r^n \exp(jn\theta) = r^n (\cos n\theta + j \sin n\theta) \quad (13.55)$$

13.5.2 Racines d'un nombre complexe

Un nombre w est appelé racine n -ième d'un nombre complexe z , si $w^n = z$. En d'autres termes

$$w = \sqrt[n]{z} \quad (13.56)$$

Soit $w = \rho \exp(j\psi)$ et $z = r \exp(j\theta)$, on obtient alors par (13.55) $r = \rho^n$ et $\theta + k2\pi = n\psi$ (il ne faut pas oublier ici l'ambiguïté sur l'argument), d'où

$$\rho = \sqrt[n]{r} \quad (13.57)$$

$$\psi = \frac{\theta}{n} + \frac{k}{n} 2\pi \quad (k = 0, 1, \dots, n-1) \quad (13.58)$$

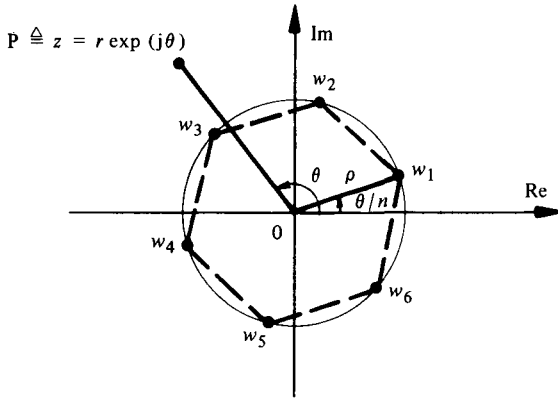


Fig. 13.4

Cette dernière relation indique qu'il existe n racines n -ièmes distinctes différant d'angles autres qu'un multiple de 2π . Les points représentatifs forment dans le plan complexe les sommets d'un polygone régulier de n côtés inscrit dans un cercle de rayon ρ centré à l'origine. La figure 13.4 représente les racines 6ème d'un nombre complexe z .

13.5.3 Racines de l'unité

En vertu de (13.44), l'unité peut être exprimée par

$$1 = \exp(jk 2\pi) \quad (k = 0, 1, 2, \dots) \quad (13.59)$$

Ainsi, les racines n -ièmes de l'unité sont données par

$$\sqrt[n]{1} = \exp(jk 2\pi/n) \quad (k = 0, 1, \dots, n-1) \quad (13.60)$$

En dénotant par

$$w = \cos(2\pi/n) + j \sin(2\pi/n) = \exp(j2\pi/n) \quad (13.61)$$

les n racines sont $1, w, w^2, \dots, w^{n-1}$.

Les images de ces racines dans le plan complexe sont situées sur le cercle unité.

13.5.4 Exemple

Soit à calculer les racines cubiques de l'unité. D'après (13.60), on a :

$$\sqrt[3]{1} = \exp(jk 2\pi/3)$$

et les trois racines distinctes (représentées sur la fig. 13.5) sont

$$w_0 = 1 \quad (k = 0)$$

$$w_1 = \exp(j 2\pi/3) = \cos \frac{2\pi}{3} + j \sin \frac{2\pi}{3} \quad (k = 1)$$

$$w_2 = \exp(j 4\pi/3) = \exp(-j 2\pi/3) = \cos \frac{2\pi}{3} - j \sin \frac{2\pi}{3} \quad (k = 2)$$

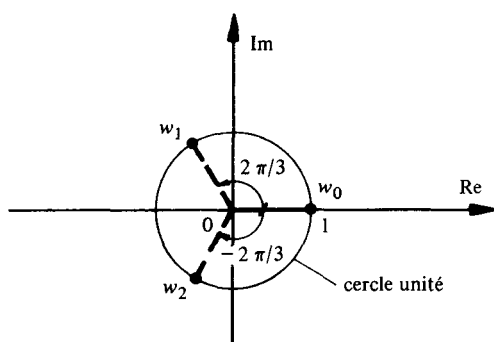


Fig. 13.5

13.6 EXERCICES

13.6.1 Déterminer les solutions de l'équation $z^2 + 4z + 5 = 0$.

13.6.2 Démontrer que le nombre $z = (1 - j\sqrt{3})/2$ satisfait l'équation $3/(z + 1) - 1/z = 1$.

13.6.3 Trouver deux nombres réels x et y tels que $5x + 2jy - jx + 5y = 15 + j9$.

13.6.4 Mettre les expressions suivantes sous la forme $a + jb$:

$(3 + j6) + (5 - j2) + (4 - j5)$; $(2 - j3) - (5 + j4) - (-2 - j5)$;
 $(3 + j5)(-4 - j2)(-1 + j4)$; $[(4 + j2)/(1 - j2)] + [(3 + j4)/(2 + j3)]$.

13.6.5 Vérifier les résultats (13.10), (13.13), (13.14), (13.15) et (13.16).

13.6.6 Calculer le module et l'argument des nombres complexes $1 + j\sqrt{3}$; $1 - j$; $\sqrt{2}/2 + j\sqrt{2}/2$; $-1/2 + j\sqrt{3}/2$. Représentation graphique.

13.6.7 Représenter graphiquement le lieu de z lorsque y varie pour :
 $z_1 = a + jby$ et $z_2 = z_1^{-1}$ avec $a = 2$ et $b = 5$.

13.6.8 Identifier tous les points du plan complexe satisfaisant les relations :
 $|z - 1| < 2$; $|(z - 1)/(z + 1)| \leq 2$.

13.6.9 Mettre sous la forme $a + jb$ les expressions $2 \exp[j 2\pi/3]$;
 $3 \exp[1/2 - j\pi/6]$.

13.6.10 Soit $z_1 = 1 + j\sqrt{3}$, calculer et représenter graphiquement $z_2 = z_1^{-1}$.

13.6.11 Démontrer les identités trigonométriques suivantes :

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta ; \cos^3(\alpha) = 3/4 \cos \alpha + 1/4 \cos 3\alpha.$$

13.6.12 Mettre sous forme polaire l'expression $(1 + j)^3 / (\sqrt{3} + j)^2$.

13.6.13 Trouver les racines carrées de j .

13.6.14 Déterminer z tel que $z^4 = 1 + j\sqrt{3}$.

CHAPITRE 14

ANNEXES

14.1 ALPHABET GREC

Nom	Majuscule	Minuscule	Nom	Majuscule	Minuscule
Alpha	A	α	Nu	N	ν
Bêta	B	β	Xi	Ξ	ξ
Gamma	Γ	γ	Omicron	O	o
Delta	Δ	δ	Pi	Π	π
Epsilon	E	ϵ	Rhê	P	ρ
Zêta	Z	ζ	Sigma	Σ	σ
Eta	H	η	Tau	T	τ
Thêta	Θ	θ, ϑ	Upsilon	Υ, Y	υ
Iota	I	ι	Phi	Φ	φ, ϕ
Kappa	K	κ	Khi	X	χ
Lambda	Λ	λ	Psi	Ψ	ψ
Mu	M	μ	Omega	Ω	ω

14.2 CONSTANTES PRINCIPALES

Désignation	Symbole	Valeur	Unité
Constante électrique (permittivité du vide)	ϵ_0	8,85418	10^{-12} F/m
Constante magnétique (perméabilité du vide)	μ_0	$0,4 \pi$	10^{-6} H/m
Vitesse de propagation des ondes électromagnétiques dans le vide	c_0	0,299793	10^{+9} m/s
Vitesse du son dans l'air sec à 0° C	c	331,36	m/s
Accélération conventionnelle en chute libre	g_n	9,80665	m/s ²
Constante de gravitation	G	66,732	10^{-12} m ³ /kg · s ²
Constante de Planck	h	0,662619	10^{-33} J · s
Constante de Boltzmann	k	13,8062	10^{-24} J/K
Charge électrique élém.	e	0,160219	10^{-18} C
Charge d'un électron	$-e$	-0,160219	10^{-18} C
Masse de l'électron	m_e	0,91096	10^{-30} kg
Masse du proton	m_p	1,67261	10^{-27} kg
Masse du neutron	m_n	1,67492	10^{-27} kg

14.3 FONCTIONS TRIGONOMÉTRIQUES CIRCULAIRES

14.3.1 Définitions

Soit θ l'angle que forme avec un axe de référence OX une demi-droite partant du point O et coupant un cercle de rayon r centré en O (fig. 14.1) en un point $P(x,y)$:

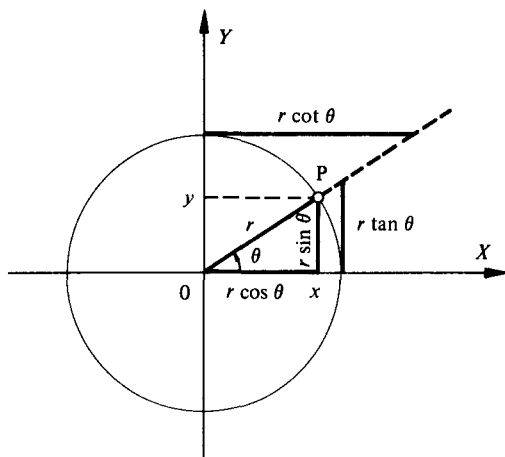


Fig. 14.1

On définit ainsi les fonctions périodiques – de période $2\pi = 360^\circ$ – suivantes :

- $\sin \theta = y/r$
- $\cos \theta = x/r$
- $\tan \theta = y/x$
- $\cot \theta = x/y$

14.3.2 Table des valeurs pour certains angles (voir tableau 14.2)

14.3.3 Principales identités trigonométriques

- relations entre fonctions

$$\tan \alpha = \frac{1}{\cot \alpha} = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} \quad ; \quad \cot \alpha = \frac{1}{\tan \alpha} = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}$$

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

- formules de réduction

$$\sin \alpha = +\cos(\alpha - 90^\circ) = -\sin(\alpha - 180^\circ) = -\cos(\alpha - 270^\circ)$$

$$\cos \alpha = -\sin(\alpha - 90^\circ) = -\cos(\alpha - 180^\circ) = +\sin(\alpha - 270^\circ)$$

$$\tan \alpha = -\cot(\alpha - 90^\circ) = +\tan(\alpha - 180^\circ) = -\cot(\alpha - 270^\circ)$$

$$\cot \alpha = -\tan(\alpha - 90^\circ) = +\tan(\alpha - 180^\circ) = -\tan(\alpha - 270^\circ)$$

Tableau 14.2

Angle θ	$\sin \theta$	$\cos \theta$	$\tan \theta$	$\cot \theta$
$0^\circ = 0$	0	1	0	∞
$15^\circ = \frac{\pi}{12}$	$\frac{\sqrt{2}}{4}(\sqrt{3}-1)$	$\frac{\sqrt{2}}{4}(\sqrt{3}+1)$	$2-\sqrt{3}$	$2+\sqrt{3}$
$30^\circ = \frac{\pi}{6}$	$1/2$	$\sqrt{3}/2$	$\sqrt{3}/3$	$\sqrt{3}$
$45^\circ = \frac{\pi}{4}$	$\sqrt{2}/2$	$\sqrt{2}/2$	1	1
$60^\circ = \frac{\pi}{3}$	$\sqrt{3}/2$	$1/2$	$\sqrt{3}$	$\sqrt{3}/3$
$75^\circ = \frac{5\pi}{12}$	$\frac{\sqrt{2}}{4}(\sqrt{3}+1)$	$\frac{\sqrt{2}}{4}(\sqrt{3}-1)$	$2+\sqrt{3}$	$2-\sqrt{3}$
$90^\circ = \frac{\pi}{2}$	1	0	∞	0
$105^\circ = \frac{7\pi}{12}$	$\frac{\sqrt{2}}{4}(\sqrt{3}+1)$	$-\frac{\sqrt{2}}{4}\sqrt{3}-1$	$-(2+\sqrt{3})$	$-(2-\sqrt{3})$
$120^\circ = \frac{2\pi}{3}$	$\sqrt{3}/2$	$-1/2$	$-\sqrt{3}$	$-\sqrt{3}/3$
$135^\circ = \frac{3\pi}{4}$	$\sqrt{2}/2$	$-\sqrt{2}/2$	-1	-1
$150^\circ = \frac{5\pi}{6}$	$1/2$	$-\sqrt{3}/2$	$-\sqrt{3}/3$	$-\sqrt{3}$
$165^\circ = \frac{11\pi}{12}$	$\frac{\sqrt{2}}{4}(\sqrt{3}-1)$	$-\frac{\sqrt{2}}{4}(\sqrt{3}+1)$	$-(2-\sqrt{3})$	$-(2+\sqrt{3})$
$180^\circ = \pi$	0	-1	0	∞
$270^\circ = \frac{3\pi}{2}$	-1	0	∞	0

● somme et différence d'angles

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$$

$$\sin(\alpha - \beta) = \sin \alpha \cos \beta - \cos \alpha \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$$

$$\cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta$$

$$\tan(\alpha + \beta) = \frac{\tan \alpha + \tan \beta}{1 - \tan \alpha \tan \beta}$$

$$\tan(\alpha - \beta) = \frac{\tan \alpha - \tan \beta}{1 + \tan \alpha \tan \beta}$$

$$\sin(\alpha + \beta)\sin(\alpha - \beta) = \sin^2 \alpha - \sin^2 \beta = \cos^2 \beta - \cos^2 \alpha$$

$$\cos(\alpha + \beta)\cos(\alpha - \beta) = \cos^2 \alpha - \sin^2 \beta = \cos^2 \beta - \sin^2 \alpha$$

- angle double

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha = \frac{2 \tan \alpha}{1 + \tan^2 \alpha}$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha = 2 \cos^2 \alpha - 1 = 1 - 2 \sin^2 \alpha = \frac{1 - \tan^2 \alpha}{1 + \tan^2 \alpha}$$

$$\tan 2\alpha = \frac{2 \tan \alpha}{1 - \tan^2 \alpha}$$

- angle moitié

$$\sin \frac{\alpha}{2} = \pm \sqrt{(1 - \cos \alpha)/2} \quad ; \quad \cos \frac{\alpha}{2} = \pm \sqrt{(1 + \cos \alpha)/2}$$

$$\tan \frac{\alpha}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 - \cos \alpha}{1 + \cos \alpha}} = \frac{1 - \cos \alpha}{\sin \alpha} = \frac{\sin \alpha}{1 + \cos \alpha}$$

- produit de fonctions trigonométriques

$$\sin \alpha \sin \beta = \frac{1}{2} \cos(\alpha - \beta) - \frac{1}{2} \cos(\alpha + \beta)$$

$$\cos \alpha \cos \beta = \frac{1}{2} \cos(\alpha - \beta) + \frac{1}{2} \cos(\alpha + \beta)$$

$$\sin \alpha \cos \beta = \frac{1}{2} \sin(\alpha + \beta) + \frac{1}{2} \sin(\alpha - \beta)$$

$$\cos \alpha \sin \beta = \frac{1}{2} \sin(\alpha + \beta) - \frac{1}{2} \sin(\alpha - \beta)$$

- somme et différence de fonctions trigonométriques

$$\sin \alpha + \sin \beta = 2 \sin[(\alpha + \beta)/2] \cos[(\alpha - \beta)/2]$$

$$\sin \alpha - \sin \beta = 2 \cos[(\alpha + \beta)/2] \sin[(\alpha - \beta)/2]$$

$$\cos \alpha + \cos \beta = 2 \cos[(\alpha + \beta)/2] \cos[(\alpha - \beta)/2]$$

$$\cos \alpha - \cos \beta = -2 \sin[(\alpha + \beta)/2] \sin[(\alpha - \beta)/2]$$

$$\tan \alpha + \tan \beta = \frac{\sin(\alpha + \beta)}{\cos \alpha \cos \beta}$$

$$\tan \alpha - \tan \beta = \frac{\sin(\alpha - \beta)}{\cos \alpha \cos \beta}$$

- élévation au carré

$$\sin^2 \alpha = (1 - \cos 2\alpha)/2$$

$$\cos^2 \alpha = (1 + \cos 2\alpha)/2$$

$$\tan^2 \alpha = \frac{1 - \cos 2\alpha}{1 + \cos 2\alpha}$$

• relations exponentielles

$$\exp(j\alpha) = \cos \alpha + j \sin \alpha \quad j = \sqrt{-1}$$

$$\sin \alpha = \frac{\exp(j\alpha) - \exp(-j\alpha)}{2j}$$

$$\cos \alpha = \frac{\exp(j\alpha) + \exp(-j\alpha)}{2}$$

14.4 ORGANISATIONS DE NORMALISATION

14.4.1 Définition d'une norme

Selon le Petit Robert, une norme est une formule qui définit un type d'objet, un produit, un procédé technique en vue de simplifier, de rendre plus efficace et plus rationnelle la production.

Dans la pratique, une norme est une convention à laquelle ont adhéré des partenaires d'un même pays, *norme nationale*, ou d'un grand nombre de pays, *norme internationale*, pour garantir :

- qu'un produit ayant une certaine dénomination satisfasse à des critères de qualité et de sécurité spécifiés
- que les essais effectués pour contrôler les qualités de ces produits soient conformes à des règles.

14.4.2 Utilité d'une norme

Une norme a un avantage avant tout économique :

- des pièces détachées ou des composants conformes aux normes sont interchangeables, d'où réduction du stock aussi bien pour la fabrication que pour la maintenance;
- possibilité d'exporter un produit conforme à une norme internationale dans tout pays ayant adopté cette norme comme norme nationale, d'où la suppression d'un grand nombre d'entraves aux échanges commerciaux;
- simplification de la rédaction d'un contrat : quelques lignes telles que "... conforme à la Publication CEI no ..." peuvent remplacer plusieurs pages de spécifications.

14.4.3 Elaboration d'une norme

La Commission électrotechnique internationale (CEI) se consacre depuis 1906 à la normalisation dans le domaine de l'électricité.

L'Organisation internationale de normalisation (ISO) s'occupe de la normalisation de tous les domaines autres que l'électricité. Jusqu'en 1976, plus de 3000 normes ISO avaient été élaborées.

Soit la CEI, soit l'ISO confie l'élaboration d'une norme à une réunion de spécialistes, un Comité d'étude (CE), qui réunit les représentants des pays les plus directement intéressés. Lorsqu'une norme internationale est approuvée, les pays membres l'adoptent en général comme norme nationale. Cette façon de procéder tend à s'introduire dans tous les pays affiliés alors qu'autrefois chaque pays industrialisé créait sa norme et qu'ensuite il fallait harmoniser ces normes entre elles, ce qui n'allait pas et ne va pas sans de grosses difficultés.

L'Association suisse des électriciens (ASE) est l'instance responsable de la mise en vigueur des normes suisses dans le domaine de l'électricité. Le Comité électrotechnique suisse (CES) est le Comité national suisse de la CEI. L'Association suisse de normalisation (SNV) est le Comité national suisse de l'ISO.

14.4.4 Principales organisations de normalisation

BIPM	Bureau international des poids et mesures
CECC	Electronic Component Committee (CENELEC)
CEE	Commission internationale de réglementation en vue de l'approbation de l'équipement électrique
CENELEC	Comité européen de normalisation électrotechnique
CCIR	Comité consultatif international des radiocommunications
CCITT	Comité consultatif international télégraphique et téléphonique
CEI	Commission électrotechnique internationale
CIE	Commission internationale de l'éclairage
CIGRE	Conférence internationale des grands réseaux électriques
CIUR	Commission internationale des unités et des mesures radiologiques (ICRU)*
CISPR	Comité international spécial des perturbations radioélectriques
ECQAC	Electronic Components Quality Assurance Committee
IEEE	Institute of Electrical and Electronics Engineers
IFAC	Fédération internationale d'automatique
ISO	Organisation internationale de normalisation
OIML	Organisation internationale de métrologie légale
OIRT	Organisation internationale de radiodiffusion et de télévision
UER	Union européenne de radiodiffusion (EBU)*
UIC	Union internationale des chemins de fer
UIE	Union internationale d'électrothermie
UIPPA	Union internationale de physique pure et appliquée (IUPAP)*
UITP	Union internationale des transports publics
UIT	Union internationale des télécommunications
UNIPED	Union internationale des producteurs et distributeurs d'énergie électrique
URSI	Union radioscientifique internationale

*sigles anglais

SOLUTIONS DES EXERCICES

CHAPITRE 2

2.5.1 $v = 2,251 \cdot 10^6 \text{ m/s}$.

2.5.2 Pour $\epsilon_r = 1$: $C = 139,08 \text{ pF}$ et $E = 5 \cdot 10^5 \text{ V/m}$.

Pour $\epsilon_r = 5$: $C = 695,4 \text{ pF}$ et $E = 5 \cdot 10^5 \text{ V/m}$.

2.5.3 En considérant le condensateur C comme la mise en série de deux condensateurs de même surface, C_1 et C_2 , l'un de permittivité égale à 5 et d'épaisseur $\delta/2$, l'autre de permittivité égale à 1 et d'épaisseur $\delta/2$, on obtient par (2.23) et (2.20) :

$$i = dq/dt = C du/dt = C_1 du_1/dt = C_2 du_2/dt$$

avec, par (2.35) : $u = u_1 + u_2$, d'où $C = C_1 C_2 / (C_1 + C_2) = 231,8 \text{ pF}$.

Pour le milieu avec $\epsilon_r = 1$: $E = 8,333 \cdot 10^5 \text{ V/m}$; pour le milieu avec $\epsilon_r = 5$: $E = 1,667 \cdot 10^5 \text{ V/m}$.

2.5.4 $I = 2 \text{ A}$; $P_1 = 9,6 \text{ W}$; $P_2 = 14,4 \text{ W}$.

2.5.5 $U_{\max} = 20 \text{ V}$; $P_1 = 26,7 \text{ W}$; $P_2 = 40 \text{ W}$.

2.5.6 $R = 19,1 \Omega$; $P = 12,2 \text{ MW}$.

2.5.7 $F_m = 5,024 \cdot 10^{-2} \text{ N/m}$.

2.5.8 $U_3 = 0 \text{ V}$; $U_5 = -1 \text{ V}$.

2.5.9 $I_4 = 7 \text{ A}$; $I_8 = -10 \text{ A}$.

2.5.10 $i_1 = -115,8 \cos 314 t$; $i_2 = 86,85 \cos 314 t$.

CHAPITRE 5

5.7.1 $i(t) = 5 \sin \omega t \text{ mA}$.

Pour $R = 200 \Omega$, $u(t)$ reste le même et $i(t) = 25 \sin \omega t \text{ mA}$.

5.7.2 $u(t) = U = 3 \text{ kV}$.

Pour $R = 200 \Omega$, $i(t)$ reste le même et $u(t) = 600 \text{ V}$.

5.7.3 $u_{\max} = 141 \text{ mV}$; $p_{\max} = 42,3 \text{ } \mu\text{W}$; $w_R(t = 50 \text{ } \mu\text{s}) = 0,705 \text{ nJ}$.

5.7.4 $R_{\text{stat}} = 4,1 \text{ } \Omega$; $R_{\text{diff}} = 6,2 \text{ } \Omega$.

5.7.5 Voir figure 5.21; $w_C(t = 60 \text{ ms}) = 34,1 \text{ nJ}$.

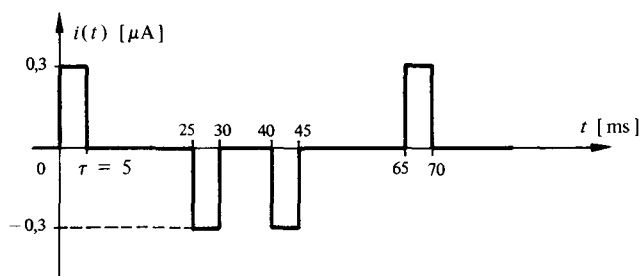


Fig. 5.21

Lorsque τ tend vers zéro, l'amplitude du courant dans les intervalles de durée τ tend vers l'infini ($+\infty$ pour $t = 0$ et 70 ms ; $-\infty$ pour $t = 30$ et 40 ms).

5.7.6 Voir figure 5.22; $u(0) = 0,667 \text{ V}$.

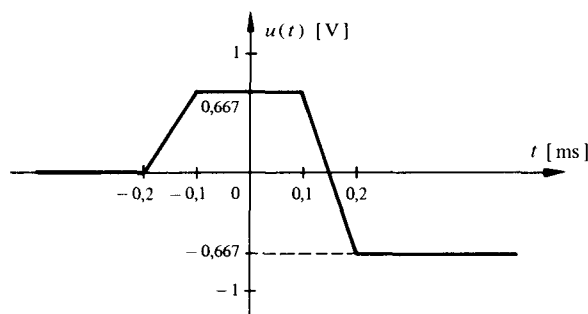


Fig. 5.22

5.7.7 $u(t = T) = 1,47 \text{ mV}$.

5.7.8 $i(t) = -\dot{U}(\omega L)^{-1} (\cos \omega t - 1)$.

5.7.9 $L_{12} = 0,425 \text{ mH}$.

5.7.10 $k = 0,603$.

CHAPITRE 6

6.10.1 $R_s = 4083 \text{ } \Omega$; $R_p = 0,0996 \text{ } \Omega$.

6.10.2 $C_s = 46,9 \text{ pF}$; $C_p = 183,05 \text{ nF}$.

6.10.3 $L_s = 13 \mu\text{H}; L_p = 2,308 \mu\text{H}.$

6.10.4 $u_{ab} = -7 \text{ V}.$

6.10.5 $i = 258 \text{ mA}.$

6.10.6 $R_{\text{eq}} = 863 \Omega.$

6.10.7 Voir figure 6.58.

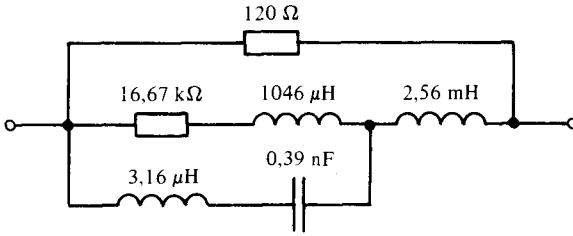


Fig. 6.58

6.10.8 $R_1/R_2 = C_2/C_1.$

6.10.9 $i_{C1} = i/6; i_{C2} = i/3; i_{C3} = i/2.$

6.10.10 $R_{\text{eq}} = 2,9 \text{ k}\Omega.$

6.10.11 $u_0 = -20 \text{ V}; i_0 = -25 \text{ mA}; R_i = 800 \Omega.$

6.10.13 $I = -2,21 \text{ mA}.$

6.10.14 $u_{ab} = -0,5 R_L / (R/2 + R_L); \text{ à l'adaptation: } u_{ab} = -0,25 \text{ V}.$

CHAPITRE 7

7.5.1 $U = 20 \text{ V}.$

7.5.2 $U_4 = -0,5 \text{ V}.$

7.5.3 $I = -3,31 \text{ mA}.$

7.5.4 $I_1 = -1,711 \text{ mA}.$

7.5.5 $R_3 = 1,273 \text{ k}\Omega.$

7.5.6 $I = 64,46 \text{ mA}.$

7.5.7 $U = 0,709 \text{ V}; I = 2,13 \text{ mA}.$

7.5.8 Bipôle comprenant une source de tension U_0 et une résistance R en série, d'équation $U = U_0 + RI$ avec $U_0 = 0,65$ V et $R = 30,3$ Ω .

CHAPITRE 8

8.8.1 Voir figure 8.33.

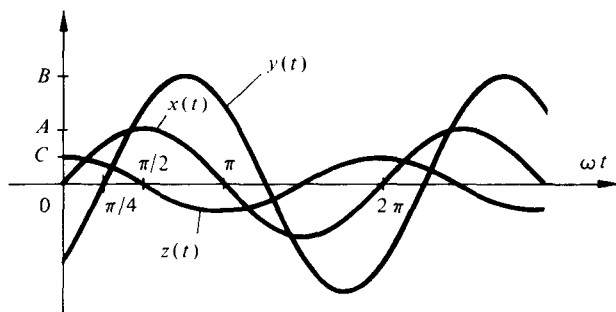


Fig. 8.33

8.8.2 $f = 50$ Hz; $\omega = 314$ rad/s.

8.8.3 $u(t) = 331 \cos(10^3 \pi t - 0,2 \pi)$ V.

8.8.4 Voir figure 8.34; $\varphi = -\pi/2$; $I = 0,707$ A; $U = 1,414$ V.

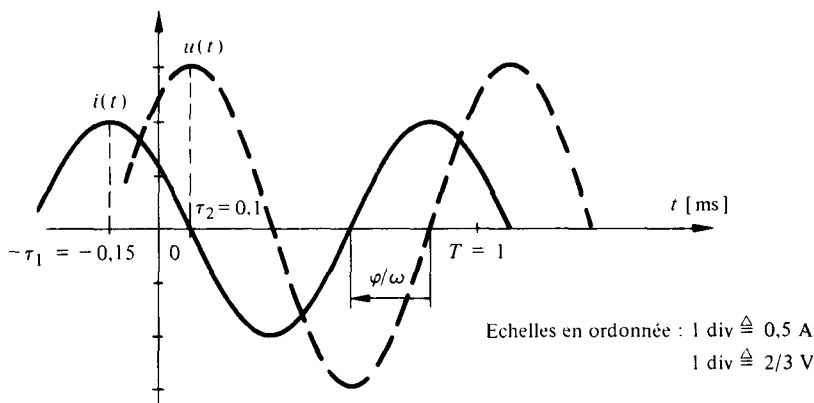


Fig. 8.34

8.8.6 $\hat{I} = 21,21$ A; $U = 45$ V.

8.8.7 Voir figure 8.35; $i = 15 \cos(314 \cdot 10^6 t - \pi/3)$ A.

8.8.8 Voir figure 8.36 avec $\underline{U}_1 = 90 \exp(j\pi/3)$ V; $\underline{U}_2 = 100 \exp(j\pi)$ V;
 $\underline{U}_3 = 150 \exp(-j\pi/4)$ V; $\underline{U}_4 = 60 \exp(-j\pi/4)$ V; $\underline{U}_5 = 100 \exp(j\pi/2)$ V.

8.8.9 $i = \sqrt{2} I \cos(\omega t + \pi/6)$ avec $I = 3\sqrt{3}/2$ A.

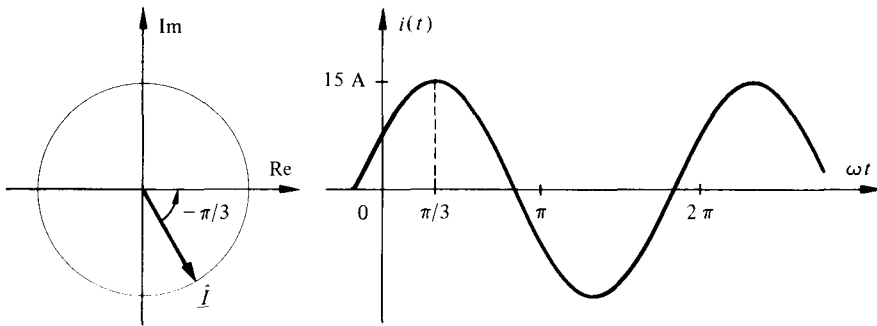


Fig. 8.35

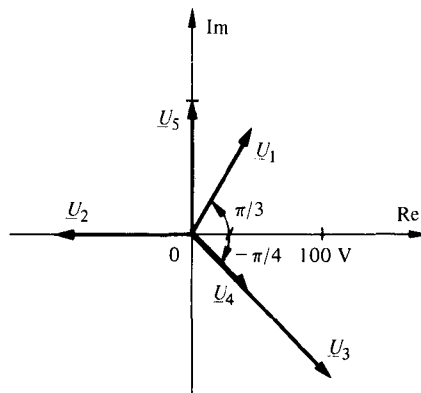


Fig. 8.36

8.8.10 $i_R = \sqrt{2} UR^{-1} \cos(\omega t + \alpha)$; $i_C = \sqrt{2} \omega CU \cos(\omega t + \alpha + \pi/2)$;
 $i_L = \sqrt{2} U(\omega L)^{-1} \cos(\omega t + \alpha - \pi/2)$; $\underline{i}_R = \sqrt{2} UR^{-1} \exp[j(\omega t + \alpha)]$;
 $\underline{i}_C = \sqrt{2} \omega CU \exp[j(\omega t + \alpha + \pi/2)]$; $\underline{i}_L = \sqrt{2} U(\omega L)^{-1} \exp[j(\omega t + \alpha - \pi/2)]$.
 Voir figure 8.37 avec $\underline{I}_R = UR^{-1} \exp[j\alpha]$; $\underline{I}_C = \omega CU \exp[j(\alpha + \pi/2)]$;
 $\underline{I}_L = U(\omega L)^{-1} \exp[j(\alpha - \pi/2)]$.

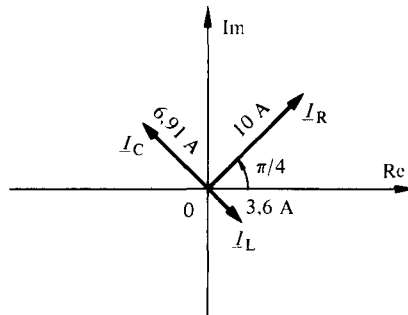


Fig. 8.37

8.8.11 $Z_C = 33,86 \Omega$; $Y_C = 29,5 \text{ mS}$; $Z_L = 2,073 \Omega$; $Y_L = 0,482 \text{ S}$; $\hat{U}_C = 0,239 \text{ V}$; $\hat{U}_L = 14,67 \text{ mV}$.

8.8.12 $R = G/(G^2 + B^2)$; $X = -B/(G^2 + B^2)$; $G = R/(R^2 + X^2)$; $B = -X/(R^2 + X^2)$.

8.8.13 $R = 28,58 \Omega$; $X = 16,5 \Omega$; $P = 1,270 \text{ kW}$; $Q = 733 \text{ kvar}$; $S = 1,467 \text{ kVA}$.

8.8.16 $Z = 57,96 \Omega$ et $\cos \varphi = 0,997$; en l'absence de capacité : $\cos \varphi = 0,85$.

8.8.17 $Z = 40,85 \Omega$; $R = 40,21 \Omega$; $X = 7,18 \Omega$; $G = 24,1 \text{ mS}$; $B = -4,3 \text{ mS}$.

8.8.18 Voir figure 8.38.

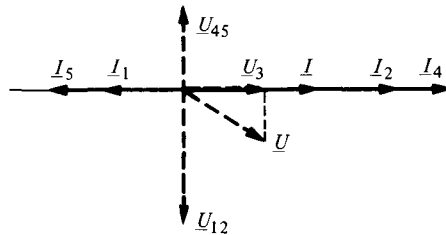


Fig. 8.38

8.8.19 $Z = 28,62 \Omega$.

8.8.20 Les 2 branches horizontales sont des capacités pour $\omega > \sqrt{2/LC}$ et des inductances pour $\omega < \sqrt{2/LC}$. C'est l'inverse pour la branche verticale. Pour $\omega = \sqrt{2/LC}$, les 3 branches ont une impédance infinie.

8.8.21 $R_2/(R_1 + R_2) = 0,1$ et $C_1/(C_1 + C_2) = 0,1$.

8.8.23 $|H| = (\omega/\omega_0)[1 + (\omega/\omega_0)^2]^{1/2}$; $\arg H = \arctan (\omega_0/\omega)$.

CHAPITRE 9

9.7.1 Ce système hexaphasé dégénère en un système triphasé direct d'ordre 1, les tensions $\underline{U}_1$ et $\underline{U}_4$, $\underline{U}_2$ et $\underline{U}_5$, $\underline{U}_3$ et $\underline{U}_6$ sont identiques deux à deux.

$\underline{U}_1 = \underline{U}_4 = U \exp(j\alpha)$;

$\underline{U}_2 = \underline{U}_5 = U \exp[j(\alpha - 2\pi/3)]$;

$\underline{U}_3 = \underline{U}_6 = U \exp[j(\alpha - 4\pi/3)] = U \exp[j(\alpha + 2\pi/3)]$.

Le système indirect correspondant est d'ordre 4.

9.7.2 $I_{qY} = I_{q\Delta} = 4,91 \text{ A}$; $I_{ph\Delta} = 4,91/\sqrt{3} \text{ A}$.

9.7.3 $I_{ph} = 100 \text{ A}$; $\varphi = 32^\circ$; $P = 60 \text{ kW}$; $P_A = P_B = 27 \text{ kW}$; $Q = 37,5 \text{ kvar}$; $Q_A = Q_B = 0$.

9.7.4 $U_{ph} = 220 \text{ V}$; $I_{ph} = 11 \text{ A}$; $\varphi = -\pi/3$; $P_{ph} = 1,21 \text{ kW}$; $Q_{ph} = -2,08 \text{ kvar}$; $P = 3,63 \text{ kW}$; $Q = -6,25 \text{ kvar}$.

9.7.5 $U_{ph} = U_L = 380 \text{ V}$; $I_{ph} = 19 \text{ A}$; $\varphi = -\pi/3$; $P_{ph} = 3,63 \text{ kW}$; $Q_{ph} = -6,25 \text{ kvar}$;
 $P = 10,9 \text{ kW}$; $Q = -18,76 \text{ kvar}$.

9.7.6 $R_Y = R_{\Delta}/3$; $C_Y = 3 C_{\Delta}$.

9.7.7 $U_{RN} = U_{SN} = U_{TN} = 220 \text{ V}$; $I_R = 9 \text{ A}$; $I_S = 15 \text{ A}$; $I_T = 10 \text{ A}$; $Z_R = Z_{\bar{R}} = 24,44 \Omega$;
 $Z_S = 11,73 + j \cdot 8,80$: résistance de $11,73 \Omega$ en série avec une inductance de 28 mH ;
 $Z_T = 13,2 + j \cdot 17,6$: résistance de $13,2 \Omega$ en série avec une inductance de 56 mH ;
 $I_N = 3,4 \text{ A}$.

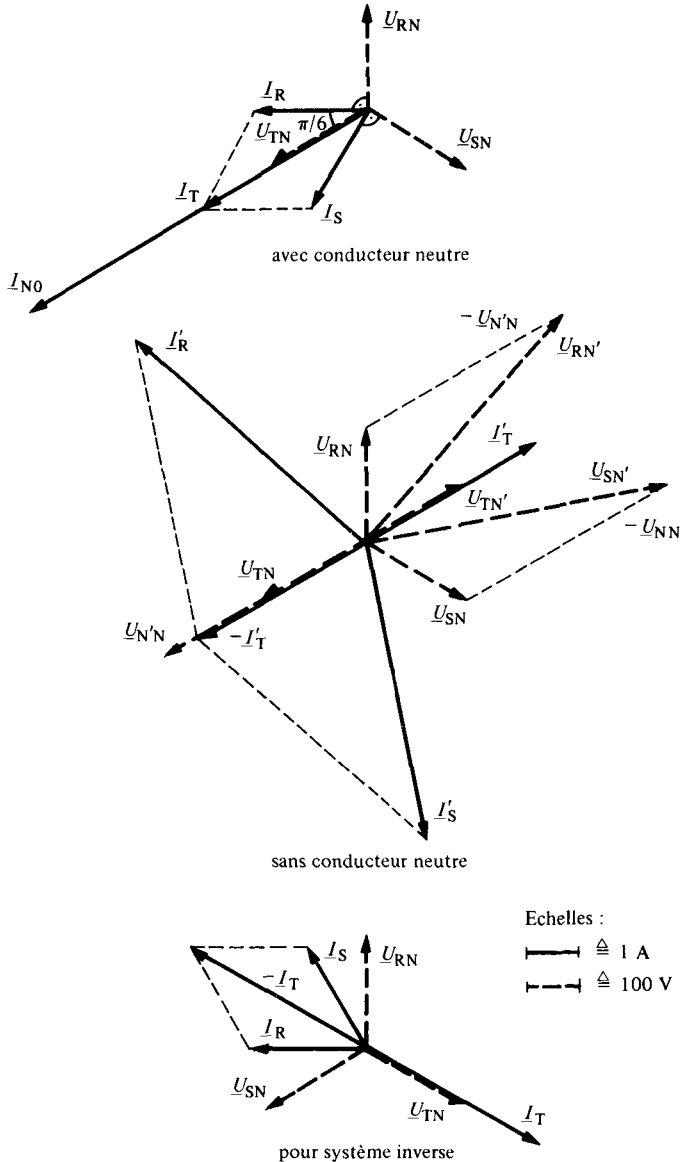


Fig. 9.21

9.7.8 $U_{RS} = U_{ST} = U_{TR} = 220 \text{ V}$; $I_{RS} = 9 \text{ A}$; $I_{ST} = 15 \text{ A}$; $I_{TR} = 10 \text{ A}$; $P_{RS} = 1,98 \text{ kW}$; $P_{ST} = 2,64 \text{ kW}$; $P_{TR} = 1,32 \text{ kW}$; $P = 5,94 \text{ kW}$; $Q_{RS} = 0 \text{ kvar}$; $Q_{ST} = 1,98 \text{ kvar}$; $Q_{TR} = 1,76 \text{ kvar}$; $Q = 3,74 \text{ kvar}$; $S_{RS} = 1,98 \text{ kVA}$; $S_{ST} = 3,3 \text{ kVA}$; $S_{TR} = 2,2 \text{ kVA}$; $S = 7,02 \text{ kVA}$; $I_S = 24 \text{ A}$; $I_R = 10,5 \text{ A}$; $I_T = 22,5 \text{ A}$.

9.7.9 Voir figure 9.21; $I_R = I_S = 2,2 \text{ A}$; $I_T = 3,8 \text{ A}$; $I_{N0} = 7,6 \text{ A}$; $U_{N'N} = 440 \text{ V}$; $I'_R = I'_S = 5,83 \text{ A}$; $I'_T = 3,8 \text{ A}$. Pour le réseau symétrique inverse, $I_{N0} = 0$.

9.7.10 $\underline{I}_R = 8 \exp(-j \cdot 107,5^\circ) \text{ A}$; $\underline{I}_S = 9,7 \exp(-j \cdot 10,3^\circ) \text{ A}$; $\underline{I}_T = 10,1 \exp(j \cdot 71,7^\circ) \text{ A}$; $\underline{I}_N = 3,386 \text{ A}$; $\underline{U}_{N'N} = 880 \text{ V}$; $\underline{I}'_R = 9,6 \exp(-j \cdot 127,3^\circ) \text{ A}$; $\underline{I}'_S = 12,2 \exp(-j \cdot 38,5^\circ) \text{ A}$; $\underline{I}'_T = 15,7 \exp(j \cdot 103,7^\circ) \text{ A}$.

CHAPITRE 13

13.6.1 $z_1 = -2 + j$; $z_2 = -2 - j$.

13.6.3 $x = -1$; $y = 4$.

13.6.4 $12 - j$; $-1 - j$; 2 ; $106 + j$; 18 ; $18/13 + j$; $25/13$.

13.6.6 2 et $\pi/3 + k2\pi$; $\sqrt{2}$ et $-\pi/4 + k2\pi$; 1 et $\pi/4 + k2\pi$; 1 et $2\pi/3 + k2\pi$.

13.6.7 z_1 : droite parallèle à l'axe imaginaire d'abscisse constante $a = 2$;
 z_2 : cercle de rayon $1/4$, centré en $(1/4; 0)$.

13.6.8 (a) tous les points situés à l'intérieur du cercle de rayon 2 centré au point $(1; 0)$; (b) tous les points situés sur ou à l'extérieur du cercle de rayon $4/3$ centré au point $(-5/3; 0)$.

13.6.9 $-1 + j\sqrt{3}$; $3\sqrt{3}/2 \cdot \exp(0,5) - j$; $3/2 \cdot \exp(0,5)$.

13.6.10 $z_2 = 1/4 - j\sqrt{3}/4$.

13.6.12 $\sqrt{2}/2 \cdot \exp(j5\pi/12)$.

13.6.13 $\sqrt{2}/2 + j\sqrt{2}/2$ et $-\sqrt{2}/2 - j\sqrt{2}/2$.

13.6.14 $z = \sqrt[4]{2} \exp[j(\pi/12 + k\pi/2)]$.

BIBLIOGRAPHIE

- [1] S.A. DES CÂBLERIES ET TRÉFILERIES DE COSSONAY, *Renseignements techniques*, Cossonay, Suisse, 1972.
- [2] E. DURAND, *Magnétostatique*, Masson et Cie, Paris, 1968.
- [3] A. FOUILLÉ, *Electrotechnique à l'usage des ingénieurs*, Dunod, Paris, 1958.
- [4] B. GRENIER, *Electricité*, Centre Educatif et Culturel, Montréal, 1973.
- [5] K. KUPFMULLER, *Electricité théorique et appliquée*, Dunod, Paris, 1959.
- [6] G. EPPRECHT, *Technische Elektrizitätslehre*, Eidgenössische Technische Hochschule, AMIV-Verlag, Zürich, 1964-1970.
- [7] R. GOLDSCHMIDT, *Courants faibles*, Ecole polytechnique fédérale, Lausanne 1971.
- [8] M. JUFER, *Electrotechnique et machines électriques*, Ecole polytechnique fédérale, Lausanne, 1973.
- [9] J.J. MORF, *Electrotechnique théorique*, Ecole polytechnique fédérale, Lausanne, 1968.
- [10] A.E. FITZGERALD, D.E. HIGGINBOTHAM, A. GRABEL, *Basic Electrical Engineering*, McGraw-Hill Kogatuska, Tokyo, 1975.
- [11] G. WILLIAMS, *An Introduction to Electrical Circuit Theory*, Macmillan, London, 1973.
- [12] B.A. GREGORY, *An Introduction to Electrical Instrumentation*, Macmillan, London, 1973.
- [13] P. JACOBS, V. JADIN, *Mesures électriques*, Dunod, Paris, 1968.
- [14] G. DABROWSKI, *Bauelemente der Elektronik*, Fachschriftenverlag Aargauer Tagblatt AG, Aarau, 1972.
- [15] C.A. HARPER, *Handbook of Components for Electronics*, McGraw-Hill, New-York, 1977.
- [16] V. MEHTA, *Les condensateurs*, Monographie Dunod, Paris, 1971.
- [17] *Encyclopédie Alpha des Sciences et des Techniques*, Editions Atlas, Paris, 1977.
- [18] *Encyclopédie de l'électricité*, Editions Larousse, Paris, 1969-1971.
- [19] ASSOCIATION SUISSE DES ÉLECTRICIENS, *Règles et recommandations pour les symboles littéraux et les signes*, Publication No 8001 (5ème édition), Zürich, 1967.
- [20] ASSOCIATION SUISSE DE NORMALISATION, *Unités SI et recommandations pour l'emploi de leurs multiples et de certaines autres unités*, Publication No SNV-012100, Zürich, 1976.

- [21] COMMISSION ÉLECTROTECHNIQUE INTERNATIONALE, Publications No (pour les autres publications, consulter le catalogue CEI, tenu à jour chaque année) :
 - 27 *Symboles littéraux à utiliser en électrotechnique.*
 - 50 *Vocabulaire électrotechnique international.*
 - 63 *Série de valeurs normales pour résistances et condensateurs.*
 - 117 *Symboles graphiques.*Bureau Central de la Commission Electrotechnique Internationale, Genève.
- [22] ORGANISATION INTERNATIONALE DE NORMALISATION, *Signes et symboles mathématiques à employer dans les sciences physiques et dans la technique*, Publication ISO 31/9.
- [23] SWOKOSWSKI, *Analyse*, De Boeck-Wesmael, Bruxelles, 1993.
- [24] W.H. ROADSTRUM, D.H. WOLAVER, *Electrical Engineering for All Engineers*, John Wiley, New York, 1993.

INDEX ANALYTIQUE

Les références sont celles des pages

- Accès, 141
- Accumulateur, 7, 305
- Actionneur, 93
- Actuateur, 93
- Admittance
 - complexe, 209
 - mise en parallèle, 223
 - mise en série, 223
- Aimant permanent, 35
- Alimentation
 - alternative (de véhicule), 84, 86
 - continue (de véhicule), 84, 86
 - triphasée, 74
- Alphabet grec, 327
- Alternateur, 61
- Ampère
 - expérience, 22
 - unité de mesure, 4, 25
- Ampèremètre, 7, 261
- Amplificateur
 - opérationnel, 111
 - symbole graphique, 7
- Amplification, 110
- Amplitude (d'une grandeur sinusoïdale), 198
- Angle
 - d'allumage, 65
 - de pertes, 290
 - de phase, 198
- Anode, 104
- Appareil mesureur
 - caractéristiques, 265
 - classification, 261
 - électromécanique, 261, 265
 - électronique analogique, 262, 267
 - électronique numérique, 262, 267
 - ferromagnétique, 265
 - indicateur, 7
 - magnéto-électrique, 265
- Appareillage de coupure, 69
- Approximation par segments
 - de droite, 193
- Argument, 202, 316
- Arséniure de gallium, 105
- Assembleur, 123
- Automatique
 - commande, 124
 - réglage, 124, 125
 - système, 124
- Axe (réel, imaginaire), 315
- Bande
 - bloquante, 97
 - largeur de, 96
 - passante, 97
- Base, 107
- Bipôle
 - définition, 127
 - équivalent, 145, 227
- Biporte, 141
- Bit, 98
- Bobinage
 - d'excitation, 59
 - en nid d'abeilles, 301
 - inductance d'un, 27
- Bobine d'inductance
 - à air, 301
 - à noyau magnétique, 301
 - composant, 298
- Bornes, 127
- Branche (d'un circuit), 20, 184
- Bruit de fond, 102
- Cadre mobile, 265
- Calculatrice
 - analogique, 112
 - numérique, 121
- Calibre, 263
- Capacité
 - d'un condensateur plan, 17

- d'une pile ou accumulateur, 304
- élément, 134
- linéaire, 134
- non linéaire, 137
- propriétés, 16
- symbole graphique, 7
- Capacité propre
 - d'une bobine d'inductance, 299
 - d'une résistance, 283
- Capteur
 - définition, 93
 - modes de fonctionnement, 93
 - piézo-électrique, 95
 - photo-électrique, 95
- Cathode, 104
- Cellules photovoltaïques, 307
- Centrales
 - de production, 66
 - hydrauliques, 42
 - nucléaires, 42
 - réversibles, 45
 - thermiques, 42
- Champ
 - d'induction magnétique, 23, 24
 - électrique, 12
 - magnétique, 25
- Charge
 - d'un électron, 11, 327
 - électrostatique, 10
 - en étoile, 242
 - en triangle, 242
 - résistive adaptée, 174
 - triphasée équilibrée, 242
- Circuits
 - analogiques, 110
 - avec éléments non linéaires, 190
 - bouchons, 227
 - discrets, 108
 - diviseurs de courant, 160
 - diviseurs de tension, 158, 159
 - électriques, 128
 - en régime continu, 183
 - en régime sinusoïdal monophasé, 197
 - en régime sinusoïdal triphasé, 237
 - en T et en Π , 162
 - équivalents, 145
 - imprimés, 109
 - intégrés, 108
 - inverseurs, 113
 - linéaires à résistances, 184
 - logiques, 113
 - ouverts, 129
 - réduction de, 145
 - résonnants, 227
 - série-parallèle, 154
- Classe de précision, 263
- Codage binaire, 98
- Code
 - ASCII, 99
 - binaire pur, 99
 - des couleurs, 280
 - ISO à 7 bits, 99
- Coefficient de température, 278
- Collecteur
 - d'une machine à courant continu, 59
 - d'un transistor, 107
- Commutateur, 7
- Compilateur, 123
- Complexeur, 205
- Composants
 - actif, 104
 - d'un moteur, 51
 - électriques, 128, 277
 - électroniques, 104
- Composantes symétriques, 252
- Condensateur
 - à film plastique, 292
 - à huile, 295
 - à l'aluminium, 296
 - au mica, 293
 - au papier, 292
 - au tantale, 296
 - céramique, 295
 - composant, 289
 - électrolytique, 296
 - fixe, 292
 - non linéaire, 296
 - plan, 16
 - propriétés, 16
 - symbole graphique, 7
 - trimmer, 296
 - variable, 296
- Conductance
 - définition, 130
 - interne, 166
 - (partie réelle d'une admittance), 210
- Conducteur
 - de phase, 239
 - milieu, 18
 - neutre, 239
 - sections, 80

- Conductivité, 19
- Conjugué complexe, 314
- Connexion
 - en étoile, 239, 243
 - en triangle, 244
- Constante
 - de Boltzmann, 327
 - de gravitation, 327
 - de Planck, 327
 - de temps, 177, 284
 - électrique, 11, 327
 - magnétique, 23, 327
 - principales, 327
- Contacteur, 78
- Contre-réaction, 125
- Conversion
 - analogique-numérique, 100
 - d'énergie électrique-électrique, 61
 - d'énergie électromécanique, 50
 - triangle-étoile, 247
- Convertisseur statique de fréquence, 65
- Coordonnées polaires, 316
- Coulomb
 - loi, 10
 - unité de mesure, 5, 10, 134
- Couplage
 - facteur de, 142
 - magnétique, 141
 - parfait, 142
- Courant
 - alternatif, 61
 - continu, 59, 183
 - dans le neutre, 242
 - de court-circuit, 166
 - de fuite, 289
 - de ligne, 242
 - de maille, 185
 - de phase, 242
 - électrique, 18
 - faible, 1
 - fort, 1
 - maximum admissible, 301
- Court-circuit, 129
- Décibel, 116
- Densité de courant, 18
- Déphasage, 199
- Déplacement électrique, 15
- Diagramme
 - de Fresnel, 204
 - de Bode, 231
- des phaseurs, 204, 225
- d'impédances (d'admittances), 225
- Différence de potentiel
 - électrique, 13
 - magnétique, 25
- Diode
 - à jonction, 107
 - à vide, 104
 - caractéristique, 63, 133
 - symbole graphique, 7
- Disjoncteur, 69, 78
- Dispositifs auxiliaires (de mesure), 262
- Distribution
 - d'énergie, 66
 - par quartier, 74
 - triphasée-monophasée, 74
- Diviseurs
 - de courant, 160, 230
 - de tension, 158, 229
- Données, 121
- Echantillonnage, 101
- Economie
 - d'énergie, 49
 - énergétique, 41
- Effet
 - de proximité, 279
 - Joule, 19
 - pelliculaire, 279
- Electricité
 - domaines, 9
 - effet physiologique, 74
 - lois fondamentales, 9
 - statique, 10
- Electro-aimants, 53
- Electrocinétique, 9
- Electromagnétisme, 9
- Electromécanique
 - conversion d'énergie, 50
 - matérialisation de l'information, 102
 - transducteur, 50
- Electrométrie, 259
- Electron, 9, 11
- Electronique
 - définition, 102
 - champ d'application, 103
- Electronvolt, 4
- Electrostatique
 - charge, 10
 - énergie, 14

- forces, 10
- propriétés, 9
- Electrotechnique, 1
- Eléments
 - actifs, 128
 - en parallèle, 150
 - en série, 146
 - linéaires, 130, 134, 138, 145
 - non linéaires, 132, 137, 140, 190, 231
 - passifs, 128
- Élévation de tension, 70
- Émetteur
 - d'une liaison radio, 116
 - d'un transistor, 107
- Emission thermo-électronique, 104
- Energie
 - chimique, 41
 - consommation, 43
 - conversion électrique-électrique, 61
 - conversion électromécanique, 50
 - dissipée dans une résistance, 132
 - distribution, 66
 - électrique, 1, 41, 43
 - électromagnétique, 139
 - électrostatique, 14, 136
 - hydraulique, 41
 - lumineuse, 41
 - magnétique, 51
 - mécanique, 41
 - nucléaire, 41
 - production, 41, 66
 - thermique, 41
- Enroulement bifilaire, 285
- Entrefer
 - d'une machine tournante, 51
 - d'un noyau magnétique, 302, 303
- Equations
 - de branches, 185
 - de mailles, 185
 - de noeuds, 185
- Equivalence
 - de bipôles, 145, 227
 - de circuits, 145
 - de sources, 167
 - de tripôles, 163, 228
- Erreur
 - absolue, 262
 - aléatoire, 263
 - de lecture, 263
 - de mesure, 262
 - intrinsèque, 263
 - relative, 262
 - systématique, 263
- Etoile (montage), 243
- Euler (formule), 201, 319
- Fac-simile, 96
- Facteur
 - de couplage, 142
 - de pertes, 290, 300
 - de puissance, 219
 - de qualité, 290, 300
- Faisceaux hertziens, 117
- Farad, 5, 16, 134
- Ferromagnétiques (milieux), 34
- Fiabilité, 281
- Filtre
 - actif, 98
 - coupe-bande, 97
 - électrique, 96
 - numérique (digital), 98
 - passe-bande, 97
 - passe-bas, 97, 231
 - passe-haut, 97
 - passif, 97
- Flux
 - commun, 30
 - de fuite, 30
 - d'induction magnétique, 26
- Fonctions
 - combinatoires, 113
 - de transfert, 231
 - exponentielle complexe, 201, 318
 - séquentielles, 113
 - trigonométriques circulaires, 328
- Force
 - électromagnétique, 22
 - électromotrice, 304
 - électrostatique, 10
 - généralisée, 25
- Fréquence, 198
- Fréquence-mètre, 261
- Fresnel
 - diagramme, 204
 - flèche tournante de, 202
- Fusible
 - élément de protection, 78
 - symbole graphique, 7
- Gachette, 65
- Générateurs
 - alternatifs, 67
 - modèle, 128

- symbole graphique, 7
- Germanium, 105
- Grandeur mesurée, 265
- Grandeur sinusoïdale
 - dérivation, 207
 - en avance, 199
 - en phase, 199
 - en quadrature, 199
 - en retard, 199
 - expression analytique, 198
 - intégration, 207
 - représentation complexe, 201
- Grille, 105

Hacheur, 86
 Hardware, 122
 Haut-parleur, 54
 Henry, 5, 28, 138
 Hystérésis, 35

Identités trigonométriques, 328

Impédance

- complexe, 209
- interne, 220
- mise en parallèle, 225
- mise en série, 223
- réseaux d', 222
- symbole graphique, 7

Indice de classe, 263

Inductance

- bobine, 7
- d'une bobine solénoïdale, 28
- d'une bobine toroïdale, 298
- élément, 137, 138
- linéaire, 138
- mutuelle, 31, 141
- non linéaire, 140
- propre, 27
- symbole graphique, 7
- variable, 52

Induction

- magnétique, 22
- mutuelle, 30, 141

Inductivité propre

- d'une bobine, 298
- d'une résistance, 283

Information

- analogique, 92
- digitale, 92
- électrique, 1, 91
- numérale, numérique, 92

- sources d', 92
- théorie de l', 91
- transmission, 114
- Informatique, 121
- Installations électriques
 - domestiques, 74, 79
 - industrielles, 74, 80
 - protections, 74, 75
- Instructions (programmation), 121
- Interconnexion, 67, 73
- Interrupteur, 7

Jauge de contrainte, 93

Joule

- loi, 18
- pertes, 19, 129
- unité de mesure, 5

Kirchhoff

- lois générales, 20, 21, 146
- lois (en régime sinusoïdal), 223
- modèle, 127

Klystrons, 105

Lampe, 7

Langage

- d'assemblage, 123
- de programmation, 122
- machine, 123
- symboliques évolués, 123

Laplace

- équation, 24
- forces, 54

Largeur de bande, 96

Lenz (loi), 32

Lieu complexe, 224

Ligne, 239

Logiciel, 122

Longueur d'onde, 115

Machine

- électrique, 55
- à courant continu, 55, 59
- synchrone, 55, 56

Magnétrons, 105

Maille (d'un circuit), 20, 184

Masse, 7

Matériaux

- conducteurs, 278, 282
- ferromagnétiques, 34
- isolants, 278

- magnétiques, 278
- semiconducteurs, 278
- Matériel, 122
- Maxwell, 9, 115
- Mémoires électroniques, 123
- Mesurage
 - de la puissance, 270
 - de la tension, 270
 - du courant, 270
 - principe, 264
- Mesure
 - absolue, 260
 - de résistances, 272
 - d'impédances, 274
 - dispositifs de, 261
 - erreur de, 262
 - matérialisée, 262
 - méthodes, 260
 - principe, 259
 - relative, 260
- Méthode
 - de mesure, 260
 - de mesure par zéro, 260
 - de résonance, 260
 - de simplification, 146
 - des composantes symétriques, 252
 - directe, 260
 - indirecte, 260
 - systématique, 187
- Microphone, 93, 94
- Microprocesseur, 124
- Mise en parallèle
 - d'admittances, 223
 - de capacités, 151
 - de résistances, 150
 - de sources de courant, 153
 - de sources de tension, 154
 - d'inductances, 152
- Mise en série
 - de capacités, 147
 - de résistances, 146
 - de sources de courant, 149
 - de sources de tension, 148
 - d'impédances, 223
 - d'inductances, 148
- Modèle
 - de Kirchhoff, 127
 - d'un composant, 127
- Module, 202, 316
- Moivre (formule de), 322
- Moteur
 - à collecteur, 61, 86
 - à courant continu, 55, 59, 84
 - asynchrone, 55, 56
 - électrique, 50
 - pas à pas, 53
 - symbole graphique, 7
 - synchrone, 53, 56
- Neutre
 - conducteur, 239
 - mise au, 77
 - point, 239
- Noeud (d'un circuit), 20, 184
- Nombres complexes
 - algèbre, 314
 - définition, 313
- Normalisation
 - des composants, 279
 - organisations, 331
- Norme, 316
- Norton (théorème), 146, 171
- Noyau magnétique
 - en fer feuilleté, 301
 - en ferrite, 301
 - en tôle à grains orientés, 302
- Ohm
 - loi générale, 19
 - loi (en régime sinusoïdal), 222
 - unité de mesure, 5, 19, 130
- Ohmmètre, 272
- Ondes électromagnétiques, 115
- Onduleur, 65
- Opérateur de rotation, 253
- Ordinateurs
 - micro-, 121
 - mini-, 121
 - structure, 122
- Ordre de succession des phases, 237
- Oscillateur, 112
- Oscilloscope, 261, 268
- Partie
 - imaginaire, 313
 - réelle, 313
- Pentode, 105
- Période, 198
- Perméabilité, 23
- Perméabilité relative, 23
- Permittivité, 11
- Permittivité relative, 11

Pertes

- dans le noyau magnétique, 299
- facteur de, 290, 300
- par courants de Foucault, 299
- par effet Joule, 19
- par hystérésis, 290, 300
- par traînage, 299

Phase

- angle de, 198
- conducteur de, 239
- courant de, 242
- de l'utilisateur, 242
- d'une génératrice, 239
- d'un système polyphasé, 237
- initiale, 198
- instantanée, 198
- ordre de succession des, 237
- tension de, 242

Phasemètre, 261**Phaseur**

- définition, 203
- règles d'opérations, 204

Photopiles, 307**Pile**

- à combustible, 306
- alcaline, 305
- au mercure, 305
- électrique, 304
- électrochimique, 304
- élément Leclanché, 305
- sèche, 305
- solaire, 307
- symbole graphique, 7

Plan complexe, 213**Point de fonctionnement, 132, 173****Point neutre, 239****Pôles d'un moteur, 56****Pont**

- à transformateur, 274
- de Graetz, 63
- de mesure, 261, 274
- de Wheatstone, 187, 273
- d'impédances, 230
- universel, 274

Poste de couplage, 70**Potentiel**

- de noeud, 187
- électrique, 13
- magnétique, 25

Potentiomètre, 7, 281, 285**Principe de superposition, 174****Programme, 121****Propagation**

- dans l'espace, 116
- sur lignes, 115

Protection

- des appareils, 74, 77
- pour l'homme, 74, 75

Puissance

- active, 216
- admissible, 283
- apparente, 217
- complexe, 217
- électrique, 18
- en régime triphasé, 246
- facteur de, 219
- fournie par une source, 173
- instantanée, 130
- instantanée en régime sinusoïdal, 214
- moyenne, 131
- réactive, 217

Pulsation, 199**Q-mètre, 261****Quadripôle, 127****Quantification, 100****Racines**

- de l'unité, 323
- d'un nombre complexe, 322

Radar, 120**Réactance, 210****Redresseur**

- caractéristiques, 63
- commandé, 65

Réduction de circuit, 145**Réfraction, 33****Régime**

- permanent continu, 183
- permanent sinusoïdal, 197
- triphasé, 237

Relais, 53**Réductance variable, 53****Rendement de conversion, 52****Réponse fréquentielle, 231****Réseau**

- de distribution, 73
- d'impédances, 222
- électrique, 127, 184

Résistance

- à couches, 287
- agglomérée, 285

- bobinée, 284
- composant, 281
- de réglage, 282
- différentielle, 133
- d'isolement, 290
- d'un conducteur, 19, 299
- élément, 129
- interne, 166
- linéaire, 130
- non linéaire, 132, 287
- partie réelle d'une impédance, 210
- propriétés, 19
- statique, 132
- symbole graphique, 7

Résistivité, 19

Rotor, 51

Saturation, 35

Schéma équivalent

- d'un circuit électrique, 128
- d'un condensateur, 291
- d'une bobine d'inductance, 300
- d'une cellule photovoltaïque, 307
- d'une résistance, 283

Sectionneur, 69

Sections des conducteurs, 80

Semiconducteurs

- conduction, 105
- dispositifs à, 107
- dopé, 106
- intrinsèque, 106
- matériaux, 104

Sens

- de référence de la tension (convention), 6
- des lignes d'induction magnétique, 24
- du courant (convention), 6

Série

- à termes complexes, 317
- normale, 279

Shannon (formule de), 102

Siemens, 5, 130

Signal

- analogique, 92
- définition, 92
- filtrage, 96
- largeur de bande, 96
- numérique, 92
- spectre, 96

Silicium, 105

Software, 122

Source

- avec charge, 221
- avec charge résistive, 173
- avec impédance interne, 220
- avec résistance interne, 165
- commandées (dépendantes), 129
- de courant, 7, 128
- de courant réelle, 166
- de tension, 7, 128
- de tension réelle, 165
- indépendante, 129

Spectre, 96

Stabilité, 126

Stator, 51

Substitut complexe, 203

Substitution de sources, 169

Superposition (principe), 174

Surisolation, 77

Susceptance, 210

Symboles graphiques, 5

Système

- automatique, 124
- de télécommunications, 117
- direct, 237, 252
- homopolaire, 237, 252
- international d'unités (SI), 4
- inverse, 237, 252
- lié, 237
- logique, 114
- non lié, 237
- polyphasé, 237
- symétrique, 237
- triphasé non symétrique, 249
- triphasé symétrique, 238

Technologie

- des condensateurs, 291
- des résistances, 284

Télécommunications, 114, 117

Téléphonie, 118

Télévision, 96, 119

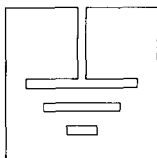
Tension

- à vide, 166, 304
- composée, 240
- continue, 183
- de ligne, 240
- de phase, 242
- de service, 290
- de source, 304
- électrique, 14

- élévation de, 70
- induite, 29, 32
- simple, 240
- Terre
 - mise à, 76
 - symbole graphique, 7
- Tesla, 5, 24
- Tétrode, 105
- Thermistance, 287
- Thévenin (théorème), 146, 171
- Thyristor, 7, 65
- Tolérance, 279
- Traitement de l'information, 121
- Transducteur
 - électrique, 93
 - électromécanique, 50
- Transformateur
 - caractéristiques, 62
 - idéal, 37
 - symboles graphiques, 7
- Transformation
 - T-II (ou étoile-triangle), 162, 228, 247
- Transmissions
 - par lignes, 114
 - radio-électriques, 114
- Transistors, 107
- Triangle (montage), 244
- Trimmer
 - capacitif, 296
 - potentiométrique, 287
- Triode, 105
- Tripôle
 - définition, 127
 - équivalent, 163, 228
- Trou, 106
- Tube
 - à ondes progressives, 105
 - à vide, 104
 - cathodique, 105
 - de flux, 26
 - hyperfréquences, 105
 - vidicon, 105
- Unité
 - imaginaire, 313
 - système international (SI), 4, 5
- Valeur
 - absolue, 316
 - assignée, 279
 - conventionnelle, 263
 - de crête, 199
 - efficace, 200, 265
 - efficace complexe, 203
 - instantanée, 3
 - instantanée complexe, 203
 - moyenne, 3, 199, 265
 - moyenne redressée, 265
 - nominale, 279
 - normalisée, 280
 - principale, 199, 320
 - vraie, 262
- Vannes électromagnétiques, 53
- Varicaps, 296
- Varistance, 287
- Véhicules
 - à générateur embarqué, 89
 - électriques, 81
 - propulsion, 83
- Vitesse
 - angulaire, 56
 - de propagation, 115, 327
 - de rotation, 56
 - du son, 327
- Volt, 5, 13
- Voltmètre, 7, 261
- Watt, 5, 131
- Wattmètre, 7, 261, 271
- Weber, 5, 26, 138
- Wheatstone (pont), 187, 273

Le Traité d'Electricité est l'oeuvre collective
des membres du Département d'Electricité de l'EPFL,
assistés par quelques collaborateurs externes.
A ce volume ont collaboré plus particulièrement :

Alessandra Boella : composition de formules
Claude Brandt : critique du manuscrit
André Bühler : correction des épreuves, dessins
Jean-Jacques Bühler : correction des épreuves
Jean-Daniel Chatelain : production
Frédéric de Coulon : rédaction des chapitres 1, 4 à 11, 13 et 14
Claire-Lise Delacrausaz : coordination de la production
Roger Dessoulavy : critique du manuscrit
Christiane Devaud : composition du texte
Walter Dübler : photographie
Pierre-Gérard Fontolliet : critique du manuscrit
Fred Gardiol : critique du manuscrit
Andrée Glauser : dactylographie du manuscrit
Eric Gruaz : photographie
Erna Hamburger : critique du manuscrit, participation
à la rédaction du chapitre 10 et rédaction de la section 14.4
Gerda Hirschi : composition du texte
Kurt Hofer : dessins
Roland Jacques : production
Ottar Johnsen : critique du manuscrit, résolution
des exercices, correction des épreuves
Marcel Jufer : rédaction des chapitres 2, 3 et 12
Allen Kilner : mise en page et montage
Laurent Krähenbühl : critique du manuscrit
Daniel Mange : critique du manuscrit
Annie Mattatia : composition du texte
Tzvetoslav Messetchkov : mise à jour section 3.1
Hubert Monbaron : photographie
Jean-Jacques Morf : critique du manuscrit
Charles Musy : critique du manuscrit
Jacques Neirynck : critique du manuscrit
Jean-Daniel Nicoud : critique du manuscrit
Sedat Olcer : critique du manuscrit
Philippe Robert : critique du manuscrit
Othmar Schaer : photographie
Dominique Schneuwly : composition de formules
Vu Hong Quang : composition de formules
Roland Wetter : correction des épreuves



Imprimé en Suisse

Cet ouvrage fait partie d'une série de vingt-deux volumes
dont les titres sont les suivants:

- I INTRODUCTION À L'ÉLECTROTECHNIQUE
- II MATÉRIAUX DE L'ÉLECTROTECHNIQUE
- III ÉLECTROMAGNÉTISME
- IV THÉORIE DES RÉSEAUX DE KIRCHHOFF
- V ANALYSE ET SYNTHÈSE DES SYSTÈMES LOGIQUES
- VI THÉORIE ET TRAITEMENT DES SIGNAUX
- VII DISPOSITIFS À SEMICONDUCTEUR
- VIII ÉLECTRONIQUE
- IX ÉLECTROMÉCANIQUE
- X MACHINES ÉLECTRIQUES
- XI MACHINES SÉQUENTIELLES
- XII ÉNERGIE ÉLECTRIQUE
- XIII HYPERFRÉQUENCES
- XIV CALCULATRICES
- XV ÉLECTRONIQUE DE PUISSANCE
- XVI ÉLECTRONIQUE DE RÉGLAGE ET DE COMMANDE
- XVII SYSTÈMES DE MESURE
- XVIII SYSTÈMES DE TÉLÉCOMMUNICATIONS
- XIX FILTRES ÉLECTRIQUES
- XX TRAITEMENT NUMÉRIQUE DES SIGNAUX
- XXI ÉLECTROACOUSTIQUE
- XXII HAUTE TENSION



Le Traité d'Electricité est une publication des
Presses polytechniques et universitaires romandes,
fondation scientifique dont le but est principalement la diffusion des travaux de
l'Ecole polytechnique fédérale de Lausanne.

Le catalogue de ces publications peut être obtenu aux
Presses polytechniques et universitaires romandes, CH-1015 Lausanne.

**Vous pouvez consulter notre catalogue général
sur notre serveur web <http://www.ppur.org>**

Huitième édition
ISBN 2-88074-041-X

© 2001 Presses polytechniques et universitaires romandes
CH - 1015 Lausanne
Tous droits réservés.

Reproduction, même partielle, interdite sous quelque forme ou sur quelque support que ce
soit sans l'accord écrit de l'éditeur.

Imprimé en Suisse
Imprimerie Corbaz S.A., Montreux